Άσκηση 1

Βρείτε τις ευθείες $\varepsilon : y = 2x - \lambda$ που εφάπτονται της γραφικής παράστασης της συνάρτησης $\varphi(x) = x^2 - 2\lambda + 1,\ \lambda \in R$.

Άσκηση 2

Αν $f(x) = \alpha e^{2x} + \beta x e^{2x} + e^x,\ \alpha, \beta \in R$, δείξτε ότι

$$f''(x) - 4f'(x) + 4f(x) = e^x$$

Άσκηση 3

Βρείτε ποιο από όλα τα ορθογώνια τρίγωνα με σταθερό εμβαδόν $\kappa^2,\ \kappa \in R^*$ έχει τη μικρότερη υποτείνουσα.

Άσκηση 4

Η εφαπτομένη της γραφικής παράστασης της συνάρτησης $f(x) = x^2 - 3$ στο σημείο με τετμημένη $\alpha < 0$ τέμνει τους άξονες στα σημεία Α και Β. Αν Ο η αρχή των αξόνων:

I) Δείξτε ότι $E_{OAB} = \dfrac{\left(\alpha^2 + 3\right)^2}{4|\alpha|}$

II) Βρείτε το α ώστε το E_{OAB} να είναι μέγιστο.

Άσκηση 5

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \sqrt[3]{x} + \sqrt[3]{5 - x}$.

I) Να μελετηθεί ως προς τη μονοτονία

II) Να συγκριθούν οι αριθμοί $1 + \sqrt[3]{4}$ και $\sqrt[3]{2} + \sqrt[3]{3}$.