Γ' Λυκείου – Γενικής παιδείας
Επαναληπτικές ασκήσεις

1) Δίνεται η συνάρτηση $f(x)=\begin{cases}\dfrac{x^3-3x+2}{x^2-1} & ,x\neq 1\\ 0 & ,x=1\end{cases}$.

α) Να εξετάσετε αν η f είναι συνεχής στο R

β) Να εξετάσετε αν υπάρχει το $\lim\limits_{x\to 1} f(x)$

2) Δίνεται η συνάρτηση $f(x)=\begin{cases}\dfrac{\sqrt{x^4+x^2}-x}{x^2-x} & ,x<0\\ x+\alpha & ,x\geq 0\end{cases}$.

Να βρείτε αν υπάρχει α, ώστε η f να είναι συνεχής στο 0.

3) Να βρεθεί η πρώτη παράγωγος των συναρτήσεων:

$f(x)=3x^4-5x+3$ $\qquad$ $f(x)=\dfrac{x}{\eta\mu(\sigma\upsilon\nu(x))}$

$f(x)=x\eta\mu(x^3-e^{2x-1})$ $\qquad$ $f(x)=x^3-\sigma\upsilon\nu(3x)$

4) Δίνεται η συνάρτηση $f(x)=\sqrt{2x-x^2}$. Να την εξετάσετε ως προς τη μονοτονία και τα ακρότατα.

5) Αν η f είναι δύο φορές παραγωγίσιμη στο R και ισχύει $f''(x)-2f'(x)+4f(x)=0$ για κάθε πραγματικό x, δείξτε ότι ισχύει $f'''(x)+8f(x)=0,\ \ x\in R$.

6) Δίνεται η συνάρτηση $f(x)=\dfrac{x^3+x}{x^2-1}$. Να βρεθεί η $f'(x)$, να λυθεί η εξίσωση $f'(x)=0$ και να εξετάσετε την f ως προς τη μονοτονία και τα ακρότατα.

7) Να βρεθεί η εξίσωση της εφαπτομένης της γραφικής παράστασης της $f(x)=x^2-1$ που περνά από το σημείο M(-1,0)

8) Να βρεθούν αν υπάρχουν τα παρακάτω όρια:

$$L_1=\lim_{x\to 1}\frac{\sqrt{x^2+15}-(x+3)}{\sqrt{x^2+3}-(x+1)} \qquad L_2=\lim_{x\to -1}\frac{\sqrt{x^2+8}-3}{|x|+x}$$