

ΦΥΛΛΟ 5

1. Να βρείτε τις τιμές των α, β , αν είναι γνωστό ότι η ευθεία $\varepsilon: y = \alpha x + \beta$ διέρχεται από τα σημεία $A(1, -3)$ και $B(3, 1)$.
2. Να βρεθεί η τιμή του α για την οποία οι ευθείες $\varepsilon_1: y = 4x + 6$, $\varepsilon_2: y = \alpha x + 1$ και $\varepsilon_3: y = x + 3$ διέρχονται από το ίδιο σημείο.
3. Δίνεται η ευθεία $\varepsilon: (\alpha^2 + \beta^2 + \gamma^2)x - 2(\alpha + \beta + \gamma)y + 3 = 0$. Να βρεθούν οι τιμές των $\alpha, \beta, \gamma \in \mathbb{R}$ ώστε η ευθεία να διέρχεται από το σημείο $A(1, 1)$.
4. Δίνεται η ευθεία $\varepsilon: y = 4x + 12$ και το σημείο $A(1, -1)$.
 - i) Να αποδείξετε ότι το A βρίσκεται εκτός της ε .
 - ii) Να βρείτε την προβολή του A στην ε .
 - iii) Να βρείτε το συμμετρικό του A ως προς την ε .
5. Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας η οποία είναι κάθετη στην $\varepsilon: y = -\frac{2}{3}x + \frac{1}{3}$ στο σημείο που η ε τέμνει τον άξονα $y'y$.
6. Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας ε που διέρχεται από το σημείο $A(2, -1)$ και από το σημείο τομής των ευθειών $\varepsilon_1: y = 2x - 1$, $\varepsilon_2: y = x + 1$.
7. Δίνεται τρίγωνο ABΓ με $A(2, 3)$, $B(-1, 1)$ και $\Gamma(4, -3)$. Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας που διέρχεται από το B και είναι:
 - i) Παράλληλη στη διάμεσο AM.
 - ii) Κάθετη στη διάμεσο AM.
8. Να βρεθεί η εξίσωση της μεσοκαθέτου ε του τμήματος AB, όπου $A(6, 0)$ και $B(10, 2)$.
9. Να βρείτε τη μεσοπαράλληλη των ευθειών $\varepsilon_1: y = -3x + 1$, $\varepsilon_2: y = -3x - 5$.
10. Να βρεθεί η εξίσωση της ευθείας, η οποία διέρχεται από το σημείο $P(1, -2)$ και τέμνει τους άξονες $x'x$ και $y'y$ στα σημεία A και B αντίστοιχα έτσι, ώστε το τμήμα AB να έχει μέσο το P.
11. Να βρεθούν οι ευθείες που διέρχονται από το σημείο $P(0, 2)$ και τέμνουν τις ευθείες $\varepsilon: y = 2x + 2$ και $\zeta: y = 2x - 2$ στα σημεία A και B αντίστοιχα, έτσι ώστε $AB = 4$.
12. Να βρείτε τις εξισώσεις των ευθειών που διέρχονται από το σημείο $A(1, 2)$ και σχηματίζουν με τους άξονες ισοσκελές τρίγωνο.
13. Να βρείτε τις εξισώσεις των ευθειών που διέρχονται από το σημείο $M(-4, -5)$ και σχηματίζουν με τους άξονες τρίγωνο με εμβαδόν 5 τ.μ.

14. Να βρεθούν οι εξισώσεις των ευθειών που είναι παράλληλες στην ευθεία $\varepsilon: 2x-3y+5=0$ και σχηματίζουν με τους άξονες τρίγωνο με εμβαδό 3 τετραγωνικές μονάδες.
15. Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας που είναι κάθετη στην ευθεία $\eta: y=-\frac{1}{2}x+2$ και τέμνει τους άξονες $x'x$ και $y'y$ στα σημεία A και B, ώστε το άθροισμα της τετμημένης του A και της τεταγμένης του B να είναι ίσο με 3.
16. Δίνεται παραλληλόγραμμο ABΓΔ με $B\Gamma: y=-3x+5$, $\Gamma\Delta: y=\frac{1}{3}x+\frac{5}{3}$ και κέντρο $K(2, 4)$. Να αποδείξετε ότι το ABΓΔ είναι τετράγωνο.
17. Δίνεται παραλληλόγραμμο ABΓΔ του οποίου δύο πλευρές έχουν εξισώσεις $y=-2x+1$ και $y=-\frac{8}{3}x-\frac{1}{3}$ και μια διαγώνιός του έχει εξίσωση $y=-\frac{3}{2}x-\frac{3}{2}$. Να βρείτε τις εξισώσεις των δύο άλλων πλευρών καθώς και τις συντεταγμένες των κορυφών του.
18. Η κορυφή A ενός ρόμβου έχει συντεταγμένες $(1, -1)$ και οι ευθείες πάνω στις οποίες βρίσκονται μια πλευρά και μια διαγώνιος του έχουν εξισώσεις $y=3x-4$ και $y=x$ αντίστοιχα. Να βρείτε τις συντεταγμένες των κορυφών B, Γ και Δ.
19. Η κορυφή A τριγώνου ABΓ έχει συντεταγμένες $(2, 1)$ και οι ευθείες πάνω στις οποίες βρίσκονται τα δύο ύψη του έχουν εξισώσεις $y=-3x+11$ και $y=x+3$. Να βρεθούν οι συντεταγμένες των κορυφών του.
20. Η κορυφή A τριγώνου ABΓ είναι το σημείο $(1, 2)$, ενώ οι ευθείες πάνω στις οποίες βρίσκονται δύο διάμεσοι του είναι οι $\varepsilon_1: x-3y+1=0$ και $\varepsilon_2: y=1$. Να βρεθούν οι συντεταγμένες των κορυφών B και Γ.
21. Σε τρίγωνο ABΓ οι ευθείες πάνω στις οποίες βρίσκονται η πλευρά AB, η διάμεσος ΓM και το ύψος AD έχουν εξισώσεις $y=x-2$, $y=\frac{4}{3}x-\frac{10}{3}$ και $y=-\frac{2}{3}x+3$ αντίστοιχα. Να βρείτε τις συντεταγμένες των κορυφών του A, B, Γ.
22. Δύο κορυφές ενός τριγώνου ABΓ έχουν συντεταγμένες $(4, 2)$ και $(5, 0)$ και οι ευθείες πάνω στις οποίες βρίσκονται ένα ύψος και μια διάμεσός του έχουν εξισώσεις $y=-3x+14$ και $y=5x-18$ αντίστοιχα. Να βρεθούν οι συντεταγμένες της τρίτης κορυφής.
23. Σε τρίγωνο ABΓ το ύψος AD και η διάμεσος AM έχουν εξισώσεις: $y=\frac{1}{2}x+1$ και $y=4x+8$ αντίστοιχα. Αν το μέσο K της AB έχει συντεταγμένες $(4, 4)$, να βρείτε τις συντεταγμένες των κορυφών του τριγώνου.

- 24.** Δίνεται τρίγωνο $AB\Gamma$ με κορυφές $B(1, 2)$ και $\Gamma(8, 3)$. Αν $y = x$ είναι η εξίσωση της ευθείας πάνω στην οποία βρίσκεται μια διχοτόμος του, να βρεθούν οι εξισώσεις των ευθειών AB και $A\Gamma$.
- 25.** Η κορυφή B τριγώνου $AB\Gamma$ έχει συντεταγμένες $(3, 3)$ και οι ευθείες πάνω στις οποίες βρίσκονται η διχοτόμος AD και το ύψος ΓE έχουν εξισώσεις $y = 1$ και $y = -\frac{3}{2}x + 4$ αντίστοιχα. Να βρεθούν οι συντεταγμένες των κορυφών A και Γ .
- 26.** Να αποδείξετε ότι η εξίσωση $3y^2 - 3xy - 2x^2 = 0$ παριστάνει ζεύγος δύο κάθετων μεταξύ τους ευθειών, οι οποίες διέρχονται από την αρχή των αξόνων.