

	Τίτλος σεναρίου :	Η συνάρτηση $f(x)=a\cdot\eta\mu(\omega x)+\beta$
	Γνωστική περιοχή :	Άλγεβρα Β΄ λυκείου
	Θέμα :	Η μελέτη της (περιοδικής) τριγωνομετρικής συνάρτησης $f(x)=a\cdot\eta\mu(\omega x)+\beta$ , η γραφική της παράσταση, η περίοδος, η μονοτονία, τα ακρότατά της και εφαρμογές.
	Τεχνολογικά εργαλεία :	Λογισμικό δυναμικής γεωμετρίας (πχ Geogebra)
	<b>Πλαίσιο εφαρμογής</b> Σε ποιους απευθύνεται : Διδάσκων :	Μαθητές Β΄ ΕΠΑ.Λ. Σωτήρης Δ. Χασάπης.
	Χρόνος υλοποίησης :	4-5 διδακτικές ώρες, ανάλογα με το γενικότερο επίπεδο της τάξης.
	Χώρος υλοποίησης :	Εργαστήριο Η/Υ
<b>1</b>	<b>Σκεπτικό</b> Βασική ιδέα :	Θα μελετηθεί η έννοια της περιοδικής συνάρτησης με προσομοίωση πραγματικών φαινομένων.
<b>2</b>	<b>Στόχοι</b>	
2α	Γνωστικοί - Μαθηματικών :	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Να ανακαλύψουν γιατί η περιοδική συνάρτηση ημχ είναι αρκετό να μελετηθεί στο διάστημα μίας περιόδου.</li> <li>- Να ανακαλύψουν πώς συµμεταβάλλονται οι παράμετροι α, ω της συνάρτησης <math>f(x)=a\cdot\eta\mu(\omega x)+\beta</math> με την περίοδο, τα ακρότατα, τη μέγιστη και ελάχιστη τιμή.</li> <li>- Να εφαρμόσουν τη συνάρτηση <math>f(x)=a\cdot\eta\mu(\omega x)+\beta</math> στη μαθηματοποίηση μίας πραγματικής κατάστασης.</li> </ul>
	Νέων τεχνολογιών :	Να χρησιμοποιήσουν τα κατάλληλα εργαλεία του λογισμικού για να επιτύχουν τη μελέτη των γνωστικών στόχων με χρήση πολλαπλών αναπαραστάσεων : γραφικά-γεωμετρικά, άλγεβρικά με δυναμικές μεταβολές των σχημάτων.
2β	Μαθησιακές – Γνωστικές δεξιότητες : Γνωστικές δράσεις μαθηματικών	Να μπορέσουν να χρησιμοποιήσουν την έννοια της περιοδικής συνάρτησης ως μοντέλου προσέγγισης περιοδικών φαινομένων. Δηλαδή να είναι σε θέση να γενικεύσουν τις ιδιότητες της περιοδικής συνάρτησης του ημιτόνου για άλλες περιοδικές συναρτήσεις.
2γ	Παιδαγωγικές – κοινωνικές δεξιότητες :	Να συνεργηνήσουν με τα υπόλοιπα μέλη της ομάδας τους, τον καθηγητή τους και ευρύτερα την τάξη τους συγκεκριμένα ερωτήματα – προβλήματα που παρουσιάζονται. Να συνεργαστούν και να επικοινωνήσουν παρουσιάζοντας τις απόψεις τους στο κοινό (που στη συγκεκριμένη περίπτωση αποτελείται από την τάξη), διατυπώνοντας λογικά επιχειρήματα, αλλά και μαθηματικούς ισχυρισμούς.
<b>3</b>	<b>Προαπαιτούμενα</b>	
3α	Απαιτούμενα βοηθητικά εργαλεία – υλικά :	Η/Υ ένας για κάθε ομάδα 2-3 ατόμων, Φύλλο εργασίας, Τετράδιο για βοηθητική χρήση, πίνακας για υπενθυμίσεις, παρατηρήσεις και γενικεύσεις που θα απαιτηθεί να κοινοποιηθούν σε ολόκληρη την τάξη.
3β	Προαπαιτούμενες γνώσεις : Μαθηματικών :  Τεχνολογίας – Λογισμικού :	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Μονάδες μέτρησης γωνιών και συσχετισμός τους.</li> <li>- Τριγωνομετρικός κύκλος και χρήση του για εύρεση των τριγωνομετρικών αριθμών μίας γωνίας.</li> <li>- Γραφική παράσταση και πίνακας τιμών συνάρτησης.</li> </ul> Βασικές γνώσεις χειρισμού Η/Υ. Το Φ.Ε. θα προωθήσει την εκμάθηση μερικών βασικών εργαλείων του λογισμικού – με τη

		βοήθεια και του καθηγητή – αφού η συγκεκριμένη τάξη έρχεται σε επαφή για πρώτη φορά με αυτή τη μέθοδο διδασκαλίας.
3γ	Κοινωνική εννοχήστρωση τάξης :	Οι μαθητές θα χωριστούν κατάλληλα σε ομάδες 2-3 ατόμων με βάσεις για τη σωστή οργάνωση της τάξης : κανόνες λειτουργίας, σωστός χωρισμός ομάδων με κατανομή ρόλων στα μέλη τους και απλές οδηγίες χρήσης του λογισμικού. Καθοδηγούμενοι από τα ερωτήματα του φύλλου εργασίας κάθε φορά, θα διερευνήσουν συνεργατικά το συγκεκριμένο θέμα, έχοντας και ελευθερία να θέσουν και να απαντήσουν και δικά τους ερωτήματα. Ο καθηγητής δρα ως συνεργάτης τους, τους ενθαρρύνει στη διερεύνηση, αφήνοντάς τους ελευθερία πρωτοβουλιών η οποία θα βαίνει αυξανόμενη, καθώς η τάξη θα βρίσκει το ρυθμό της και θα εντάσσεται όλο και καλύτερα στο νέο πλαίσιο κατάκτησης της γνώσης.
	<b>Γενικότερη θεωρία μάθησης</b>	Συνεργατική μάθηση : Διαφορετικοί ρόλοι, συζητούν, κάνουν υποθέσεις, ελέγχουν υποθέσεις, πειραματίζονται, επαναδιαπραγματεύονται. Καθηγητής σε ρόλο συνερευνητή - βοηθού. Ερωτήσεις ανοικτές σε όλους.
4	<b>Προστιθέμενη αξία :</b>	Με τη χρήση του λογισμικού δυναμικής γεωμετρίας θα μπορέσουν οι μαθητές να διερευνήσουν τις συμμεταβολές των παραμέτρων $\alpha, \omega$ της συνάρτησης $f(x) = \alpha \cdot \eta\mu(\omega x) + \beta$ με την περίοδο, τη μέγιστη και την ελάχιστη τιμή της και τη μονοτονία της, μέσω κατάλληλων μεταβολέων που θα προσαρμόζουν με τη βοήθεια των εργαλείων του λογισμικού. Η στατική εικόνα της γραφικής παράστασης της ημιτονοειδούς καμπύλης η οποία μπορεί να γίνεται κατανοητή στο πλαίσιο κατασκευής της μέσω ενός πίνακα τιμών στο τετράδιο, αλλά δεν προσφέρεται για την κατανόηση της επίδρασης των αλλαγών των παραμέτρων $\alpha, \omega$ στη γραφική παράσταση του ημιτονοειδούς περιοδικού φαινομένου. Στο ίδιο πλαίσιο οι μαθητές θα αναγνωρίσουν ένα ημιτονοειδές περιοδικό φαινόμενο και θα προσαρμόσουν την κατάλληλη καμπύλη στα δοσμένα σημεία του, ώστε να συνδέσουν την τριγωνομετρική καμπύλη και με εφαρμογές σε πραγματικές καταστάσεις. Επίσης μέσα από τη λειτουργία της ομάδας θα μπορέσουν να διατυπώσουν εικασίες χωρίς το φόβο του λάθους, αφού θα είναι εφικτή η δοκιμή μέσω του λογισμικού.
5	<b>Ανάλυση σεναρίου</b> Ροή εφαρμογής δραστηριοτήτων	<b>1η δραστηριότητα :</b> Κινητοποίηση: Ο διδάσκων ενεργοποιεί τους μαθητές προκαλώντας μία συζήτηση μεταξύ τους σχετικά με τη μοντελοποίηση φυσικών φαινομένων (καιρός και πρόγνωση) και τη διεξαγωγή προβλέψεων μέσω αυτών. Ιδιαίτερα καθοδηγείται η συζήτηση σε περιοδικά φαινόμενα (ημέρα-νύκτα, εναλλασσόμενο ηλεκτρικό ρεύμα, ηλεκτρικά κυκλώματα, μοντελοποίηση μουσικών ρυθμών, κλπ) και η αναγκαιότητα προσομοίωσής τους με κατάλληλες συναρτήσεις για την κατάρτιση ικανών μελλοντικών συμπερασμάτων. Γίνεται κοινός στόχος η ανάπτυξη κατάλληλων συναρτήσεων και η συσχέτισή τους με μοντέλα των προηγούμενων συζητηθέντων παραδειγμάτων. Στη συνέχεια δίνεται κατάλληλος χώρος στο Φ.Ε. στους μαθητές για να δημιουργήσουν έναν πίνακα βασικών τιμών, με ταυτόχρονη αναπαράσταση σε μοίρες και ακτίνια, για τη συνάρτηση $\eta\mu\chi$ σε διάστημα μίας περιόδου. Στη συνέχεια

ζητείται να παρασταθούν τα σημεία σε ένα σύστημα αξόνων στο χαρτί και να προσεγγιστούν τα σημεία που θα προκύψουν από κάποια κατάλληλη καμπύλη. Αναμένεται να γίνει εμφανής η δυσκολία προσέγγισης της γραφικής παράστασης στο τετράδιο. Αναμένεται οι μαθητές να συζητήσουν για τη μορφή της γραφικής παράστασης, ιδιαιτέρως να εικάσουν αν είναι ευθεία ή άλλου είδους γνωστή καμπύλη.

**2η δραστηριότητα :** Σύνδεση του ημχ μίας γωνίας  $\chi$  ακτινίων από τον τριγωνομετρικό κύκλο στους άξονες των συντεταγμένων. Ανακάλυψη της περιοδικότητας των τιμών του και της περιόδου αυτού. Θα δοθεί έτοιμος στο λογισμικό δυναμικής γεωμετρίας ο τριγωνομετρικός κύκλος και μέσω κατάλληλων ερωτημάτων οι μαθητές θα «μεταφέρουν» τις τιμές των γωνιών και του ημιτόνου στους άξονες. Η μεταβολή της γωνίας στον τριγωνομετρικό κύκλο θα δίνει διαφορετικά σημεία στη γραφική παράσταση στους άξονες. Θα γίνουν εικασίες για τη γραφική παράσταση της συνάρτησης ημχ και θα αντιπαρατεθούν με τις αντίστοιχες εικασίες της δραστηριότητας 1. Ο δυναμικός χειρισμός που επιτρέπει το λογισμικό θα δώσει την ευκαιρία στους μαθητές να υποθέσουν την επανάληψη των τιμών της συνάρτησης σε συγκεκριμένα διαστήματα της γωνίας, κάτι όχι εύκολα προσιτό στους μαθητές χωρίς το λογισμικό. Θα ζητηθεί επίσης να γίνει και μία διατύπωση της έννοιας της περιοδικής συνάρτησης.

**3η δραστηριότητα :** Ενεργοποιώντας το ίχνος των σημείων της προηγούμενης δραστηριότητας θα δημιουργηθεί από τους μαθητές μία πολύ καλή προσέγγιση της γραφικής παράστασης του ημχ. Με κατάλληλα ερωτήματα θα ζητηθεί να παρατηρηθούν οι τιμές της συνάρτησης ως προς : το πρόσημο, τη μονοτονία, τα ακρότατα. Επίσης μπορούν να διαπιστώσουν την ακρίβεια της γραφικής παράστασης μέσω του κατάλληλου εργαλείου σχεδίασης του γεωμετρικού τόπου του μεταβαλλόμενου σημείου.

**4η δραστηριότητα :** Σε αυτήν οι μαθητές θα διερευνήσουν ευρύτερα τη συνάρτηση  $f(x)=\alpha \cdot \eta\mu(\omega x)$  . Θα τους δοθεί έτοιμο αρχείο λογισμικού δυναμικής γεωμετρίας με μεταβλητές-δρομείς τις παραμέτρους  $\alpha$  και  $\omega$  της συνάρτησης και θα τους ζητηθεί να παρατηρήσουν πώς μεταβάλλονται τα χαρακτηριστικά της συνάρτησης ημχ που διερευνήθηκαν στις προηγούμενες δραστηριότητες, καθώς αλλάζουν οι παράμετροι αυτές.

Τελικά θα συνδιαμορφώσουν οι ομάδες συνεργαζόμενες μεταξύ τους και συνεπικουρούμενες από τον διδάσκοντα μία αυστηρή διατύπωση για τις παραπάνω ιδιότητες της συνάρτησης και θα ακολουθήσει απόδειξη στον πίνακα.

**5η δραστηριότητα :** Προσέγγιση της στάθμης των υδάτων στη διάρκεια της ημέρας μέσω ημιτονοειδούς καμπύλης. Δίνονται στο λογισμικό διάσπαρτα σημεία στους άξονες που περιγράφουν χρόνο και ύψος και ζητείται από τις ομάδες να προσδιορίσουν με δοκιμές τις παραμέτρους κατάλληλης ημιτονοειδούς καμπύλης κάνοντας διαρκείς μεταβολές κατάλληλων δρομέων και προσεγγίζοντας όσο το δυνατόν καλύτερα τα σημεία. Στη συνέχεια ζητείται να προβλεφθεί, αν είναι δυνατόν, από τη συγκεκριμένη γραφική παράσταση η χρονική στιγμή της επόμενης (δεύτερης) πλημμυρίδας σε σχέση με την αρχή του χρόνου και να ελεγχθεί κατά πόσο έχουν νόημα οι αρνητικές

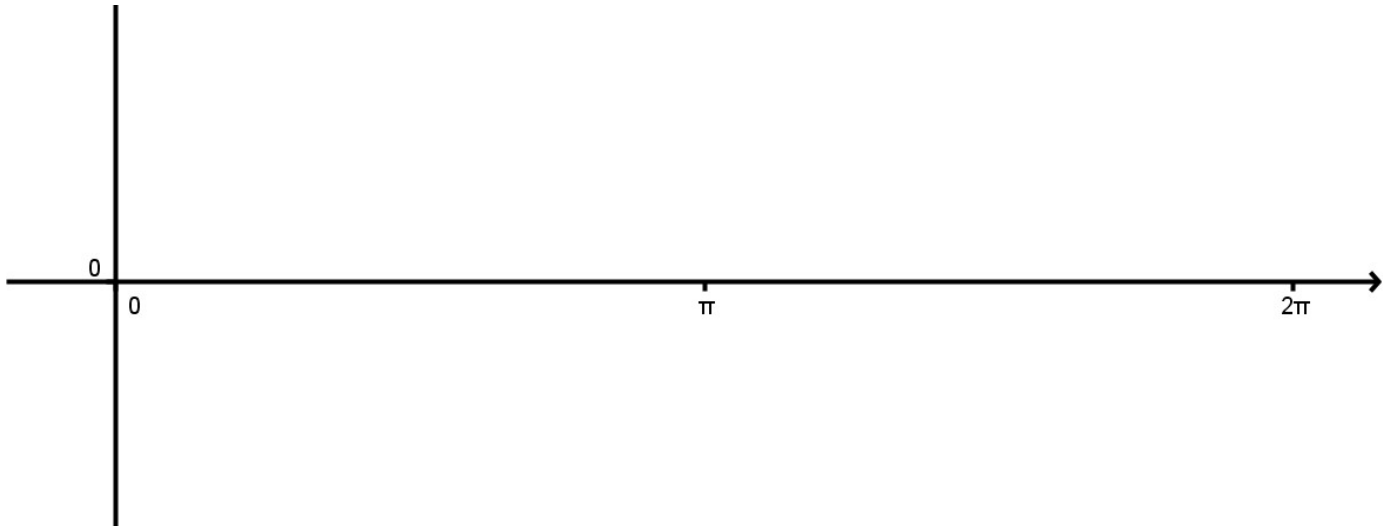
		τιμές στην ανεξάρτητη μεταβλητή για το συγκεκριμένο πρόβλημα. Έτσι επιτυγχάνεται η διασύνδεση της μαθηματικής γνώσης με τη μοντελοποίηση φαινομένων της καθημερινής ζωής και η χρήση τους για προσομοιώσεις και προβλέψεις.
<b>6</b>	<b>Φύλλα εργασίας</b>	Αναπτύσσονται στο τέλος.
<b>7</b>	<b>Αξιολόγηση από εφαρμογή</b> Ως προς τις επιδιώξεις	Σε κάποια από τα δυσκολότερα σημεία χρειάστηκε και η παρέμβαση του διδάσκοντα στη συζήτηση μεταξύ των ομάδων.
	Ως προς τα εργαλεία	Οι μαθητές προσαρμόστηκαν γρήγορα στη λειτουργία του λογισμικού δυναμικής γεωμετρίας .
	Ως προς τη διαδικασία υλοποίησης	Ο χρόνος που απαιτήθηκε για την υλοποίηση ήταν περισσότερο από τέσσερις ώρες. Αυτό οφείλεται κυρίως στις δυσκολίες που συνάντησαν οι μαθητές στην πρώτη τους επαφή με το λογισμικό και η γενικότερα διαφορετική φιλοσοφία του μαθήματος. Οι μαθητές εκδήλωσαν θετικό ενδιαφέρον για την πρώτη τους επαφή με τα μαθηματικά και την εξερεύνηση μέσω Η/Υ. Τόσο σε σχετικό ερωτηματολόγιο που συμπλήρωσαν όσο και σε ολιγόλεπτη αξιολόγηση που ακολούθησε έδειξαν να κατανόησαν καλύτερα τις έννοιες, το οποίο βέβαια οφείλεται σε κάποιο βαθμό στο υψηλότερο ενδιαφέρον που τους προκλήθηκε από τη διαδικασία και τις δυνατότητες που τους παρέχει το λογισμικό, αλλά κυρίως από τη συνεργατική – διερευνητική εργασία που ακολουθήθηκε.
<b>8</b>	<b>Επέκταση σεναρίου</b>	Οι μαθητές μπορούν να χρησιμοποιήσουν τις διαδικασίες και τα μέσα που χρησιμοποίησαν για να ερευνήσουν τη συμπεριφορά της συνάρτησης $f(x) = a \cdot \sin(\omega x) + \beta$ .
	<b>Φύλλο(α) εργασίας</b>	

**1η δραστηριότητα :**

1. Να συμπληρωθεί ο παρακάτω πίνακας τιμών της συνάρτησης ημίτονο για τις διαφορετικές τιμών γωνιών σε μοίρες και σε ακτίνια :

Γωνία σε μοίρες	0	30	45	60	90	120	135	150	180	210	225	240	270	360
Ακτίνια	0													
ημχ														

2. Να παρασταθούν τα παραπάνω σημεία στο σύστημα αξόνων που ακολουθεί.



3. Μπορείτε να σχεδιάσετε κάποια γραμμή που να διέρχεται από όλα τα προηγούμενα σημεία;

**2η δραστηριότητα :**

1. Ανοίξτε στον Η/Υ σας το πρόγραμμα Geogebra, από την αντίστοιχη συντόμευση στην επιφάνεια εργασίας.

*Αν η τάξη εργάζεται για πρώτη φορά στο συγκεκριμένο λογισμικό θα ακολουθήσει μία σύντομη περιγραφή του από τον διδάσκοντα και θα αφιερωθεί χρόνος πειραματισμού με αυτό.*

2. Ανοίξτε στο πρόγραμμα Geogebra το αρχείο *συνάρτηση ημίτονο.ggb*.
3. Να αναγραφεί το ευθύγραμμο τμήμα του τριγωνομετρικού κύκλου, το οποίου το μήκος αντιστοιχεί στην απόλυτη τιμή του ημιτόνου της γωνίας  $\theta$  : .....


*ΙΑ*

4. Αν ο άξονας  $x'x$  του συστήματος συντεταγμένων μετρά ακτίνια να συζητήσετε και να εντοπίσετε ποιο μήκος από τον τριγωνομετρικό κύκλο πρέπει να μεταφερθεί σε αυτόν ως ανεξάρτητη μεταβλητή για τη γραφική παράσταση της συνάρτησης  $\eta\mu\chi$  , δηλαδή το μήκος που αντιστοιχεί στα ακτίνια της γωνίας  $\theta$ :.....



*τόξο ΖΕ. Εδώ οι μαθητές αναμένεται να συναντήσουν ιδιαίτερες δυσκολίες που αφορούν στην κατανόηση της έννοιας του ακτινίου. Μέσα από τη συζήτηση μεταξύ τους ανά ομάδα, τις συνεχείς ωθήσεις από τον διδάσκοντα και τη συζήτηση σε επίπεδο τάξης θα προκύψει το ζητούμενο.*

5. Ονομάστε  $O$  την αρχή των αξόνων του συστήματος συντεταγμένων δίνοντας στην γραμμή εισαγωγής :  $O=(0,0)$ .
6. Ονομάστε σημείο  $\Theta$  στον θετικό ημιάξονα  $\chi'\chi$ , το οποίο θα έχει τετμημένη ίση με το μήκος του ευθυγράμμου τμήματος του ερωτήματος 4 προηγουμένως. Πόσο πρέπει να είναι η τεταγμένη του για να βρίσκεται πάνω στον  $\chi'\chi$ ;

Και εδώ αναμένεται οι μαθητές να συναντήσουν δυσκολία, ανάλογα και με το επίπεδο της τάξης, η ενθάρρυνση και υποστήριξη του διδάσκοντα θα είναι ανάλογη. Αναμένεται για παράδειγμα να βρεθεί το σημείο  $\Theta$  ως σημείο τομής ενός κύκλου κέντρου  $O$  και ακτίνας μήκους  $IA$ .




7. Φέρτε ευθύγραμμο τμήμα  $O\Theta$  και χρωματίστε το κόκκινο πατώντας δεξί κλικ πάνω του από τις ιδιότητες στην καρτέλα χρώμα.
8. Για κάθε γωνία  $\theta$  να εκφράσετε τις συντεταγμένες ενός σημείου  $T$  που αντιστοιχεί στο ημίτονο αυτής της γωνίας με τη βοήθεια των συντεταγμένων των σημείων  $I$ ,  $\Theta$  και  $A$  :  $T=(\dots\dots\dots, \dots\dots\dots)$ . Πληκτρολογήστε την προηγούμενη έκφραση στη γραμμή εισαγωγής για να δείτε την αναπαράσταση του σημείου στο παράθυρο γεωμετρίας της εφαρμογής.
9. Χρησιμοποιώντας το κουμπί  μετακινήστε το σημείο  $Z$  του τριγωνομετρικού κύκλου, ώστε να αλλάξετε τη γωνία  $\theta$  και παρατηρήστε πώς κινείται το σημείο  $T$  της γραφικής παράστασης της συνάρτησης ημίτονο. Μπορείτε να υποθέσετε ποιο είναι το σχέδιό της; Ταυτίζεται με τη γραμμή που σχεδιάσατε στο ερώτημα 3 της δραστηριότητας 1;

### 3η δραστηριότητα :

10. Κάνοντας δεξί κλικ στο σημείο  $T$  επιλέξτε  **ΪΧΝΟΣ ΕΝΕΡΓΟ** . Μετακινήστε και πάλι το σημείο  $Z$ , αφού επιλέξετε το εργαλείο  και παρατηρήστε το ίχνος που αφήνει το σημείο  $T$ . Αυτό που σχηματίζεται από το ίχνος είναι η καμπύλη που αντιστοιχεί στη συνάρτηση ημίτονο στο διάστημα ενός κύκλου από  $0$  έως  $2\pi$ .
11. Παρατηρήστε τι τιμές λαμβάνει η συνάρτηση. Ποιο είναι το εύρος τους; Ποια η μέγιστη και ποια η ελάχιστη τιμή; Καταγράψτε και συζητήστε τα συμπεράσματά σας παρακάτω :

Φύλλο εργασίας : 2	Αντικείμενο : Άλγεβρα Β΄ λυκείου	Θέμα : Η συνάρτηση $f(x) = a \cdot \eta\mu(\omega x) + b \quad a > 0$
Ημερομηνία : 6-12 Χρόνος : 40΄	Μαθητής 1:	Μαθητής 2 :

#### 4η δραστηριότητα :

1. Ανοίξτε στο πρόγραμμα Geogebra το αρχείο *συνάρτηση ημίτονο2.ggb*.
2. Καταγράψτε τις τιμές των παραμέτρων  $a = \dots$   $\omega = \dots$  και  $b = \dots$ .
3. Καταγράψτε τη μέγιστη : ..... και την ελάχιστη : ..... τιμή της συνάρτησης.
4. Παρατηρείτε κάποια επανάληψη στη μορφή της γραφικής παράστασης; Κάθε πόσο συμβαίνει αυτό; Μετρήστε ένα τέτοιο διάστημα στον άξονα  $x$ .
5. Το ελάχιστο διάστημα που απαιτείται για την επανάληψη ενός φαινομένου, όταν αυτό το διάστημα είναι σταθερό και η επανάληψη συμβαίνει συνεχώς ονομάζεται περίοδος του φαινομένου. Η περίοδος της συνάρτησης που εμφανίζεται στο σχήμα είναι : .....
6. Μεταβάλλετε την τιμή της παραμέτρου  $a$ , σύροντας την τελίτσα του αντίστοιχου δρομέα με το εργαλείο , ώστε να λάβει την τιμή  $a=2$ . Τι παρατηρείτε; Αλλάζουν κάποια από τα προηγούμενα στοιχεία της συνάρτησης; Καταγράψτε ποια, καθώς επίσης και τη νέα τιμή τους : .....  
.....  
.....  
Αν χρειαστεί δώστε και άλλες τιμές στην παράμετρο  $a$  και ξαναπαρατηρήστε.
7. Δώστε στην παράμετρο  $a$  την αρχική της τιμή :  $a=1$ . Μεταβάλλετε την τιμή της παραμέτρου  $\omega$ , σύροντας την τελίτσα του αντίστοιχου δρομέα με το εργαλείο , ώστε να λάβει την τιμή  $\omega=2$ . Τι παρατηρείτε; Αλλάζουν κάποια από τα προηγούμενα στοιχεία της συνάρτησης; Καταγράψτε ποια, καθώς επίσης και τη νέα τιμή τους : .....  
.....  
.....  
Αν χρειαστεί δώστε και άλλες τιμές στην παράμετρο  $\omega$  και ξαναπαρατηρήστε.
8. Δώστε στην παράμετρο  $\omega$  την αρχική της τιμή :  $\omega=1$ . Μεταβάλλετε την τιμή της παραμέτρου  $b$ , σύροντας την τελίτσα του αντίστοιχου δρομέα με το εργαλείο , ώστε να λάβει την τιμή  $b=2$ . Τι παρατηρείτε; Αλλάζουν κάποια από τα προηγούμενα στοιχεία της συνάρτησης; Καταγράψτε ποια, καθώς επίσης και τη νέα τιμή τους : .....  
.....  
.....  
Αν χρειαστεί δώστε και άλλες τιμές στην παράμετρο  $b$  και ξαναπαρατηρήστε.
9. Συζητήστε με τους συμμαθητές σας σχετικά με τα συμπεράσματά σας και προσπαθήστε να τα συνοψίσετε παρακάτω : .....  
.....  
.....

Φύλλο εργασίας : 3	Αντικείμενο : Άλγεβρα Β΄ λυκείου	Θέμα : Η συνάρτηση $f(x) = a \cdot \eta\mu(\omega x) + b$
Ημερομηνία : Χρόνος :	Μαθητής 1:	Μαθητής 2 :

### 5η δραστηριότητα :

1. Ανοίξτε στο πρόγραμμα Geogebra το αρχείο *συνάρτηση ημίτονο3.ggb*.
2. Τα σημεία που βρίσκονται στο σύστημα συντεταγμένων αποτυπώνουν τη στάθμη των νερών μίας θαλάσσιας περιοχής στη διάρκεια 12ώρου. Στον άξονα  $x$  είναι ο χρόνος σε ώρες και στον άξονα  $y$  είναι η στάθμη των νερών την αντίστοιχη χρονική στιγμή.
3. Τα σημεία αυτά μπορούν να προσεγγιστούν από μία ημιτονοειδή καμπύλη. Επιλέξτε το κουτί Συνάρτηση για να εμφανιστεί μία ημιτονοειδής καμπύλης της μορφής  $f(x) = a \cdot \eta\mu(\omega x) + b$  με κατάλληλους δρομείς που μεταβάλλουν τις παραμέτρους  $a, \omega, b$ .
4. Μεταβάλετε τις παραμέτρους  $a, \omega, b$  κατάλληλα, ώστε η ημιτονοειδής καμπύλη να διέρχεται όσο το δυνατόν καλύτερα από τα υπάρχοντα σημεία.
5. Καταγράψτε τις τιμές των παραμέτρων που βρήκατε :  
 $a = \dots\dots\dots$      $\omega = \dots\dots\dots$      $b = \dots\dots\dots$
6. Χρησιμοποιώντας την καμπύλη που βρήκατε προηγουμένως, προσδιορίστε το ύψος των νερών της περιοχής αυτής την 6η ώρα : .....
7. Γνωρίζετε άλλα φυσικά φαινόμενα που περιγράφονται από ημιτονοειδή καμπύλη; Αναφέρετε μερικά :  
.....  
.....

### Αξιολόγηση : (κυκλώστε την πιο ταιριαστή επιλογή κατά τη γνώμη σας).

1. Τα μαθήματα που έγιναν με χρήση του λογισμικού μου άρεσαν :  
Καθόλου                    Λίγο                    Αρκετά                    Πολύ                    Πάρα πολύ
2. Πιστεύω ότι η επίδοσή μου στα μαθηματικά με τη χρήση υπολογιστή θα μπορούσε να βελτιωθεί :  
Καθόλου                    Λίγο                    Αρκετά                    Πολύ                    Πάρα πολύ
3. Θα ήθελα και άλλα μαθήματα άλγεβρας/γεωμετρίας να γίνονται με τη βοήθεια υπολογιστή :  
Καθόλου                    Λίγο                    Αρκετά                    Πολύ                    Πάρα πολύ
4. Τα μαθήματα που έγιναν με χρήση Η/Υ μου άρεσαν περισσότερο από τα μαθήματα που γίνονται με χρήση του πίνακα αποκλειστικά :  
Καθόλου                    Λίγο                    Αρκετά                    Πολύ                    Πάρα πολύ
5. Καταγράψτε παρακάτω οποιαδήποτε άλλη παρατήρησή σας σχετική με το μάθημα :