

Κινητική Θεωρία

m =Μάζα ενός Μορίου , N =Αριθμός Μορίων , N_A = Αριθμός Avogadro , M = Γραμμομοριακή μάζα (Μάζα 1 mol) , m_{av} = Μάζα του αερίου

$$pV = nRT$$

$$m_{av} = Nm = nM , M = N_A m , M = M_r \cdot 10^{-3} \text{ Kg / mol}$$

$$pV = nKT , k = \frac{R}{N_A}$$

$$p = \frac{1}{3} \rho v^2 = \frac{1}{3} \frac{Nm}{V} v^2$$

$$\frac{1}{2} m v^2 = \frac{3}{2} kT , E_k = \frac{3}{2} kT , v_{av} = \sqrt{v^2} = \sqrt{\frac{3kT}{m}} = \sqrt{\frac{3RT}{M}}$$

Για μονοατομικά αέρια

$$U = NE_k = \frac{3}{2} NKt$$

$$U = \frac{3}{2} nRT = \frac{3}{2} pV$$

Θερμодυναμική

$\boxed{Q = \Delta U + W}$ 1^{ος} Θερμодυναμικός Νόμος=Διετήρηση Ενέργειας

Επίσταση	Q	ΔU	W	Μορφή 1 ^{ου} Νόμου	
Ισόθερμη	$p_1 V_1 = p_2 V_2$	$Q = nRT \ln \frac{V_2}{V_1}$	$\Delta U = 0$	$W = nRT \ln \frac{V_2}{V_1}$	$Q = W$
Ισόχωρη	$\frac{p_1}{T_1} = \frac{p_2}{T_2}$	$Q = nC_v \Delta T$	$\Delta U = nC_v \Delta T$	$W = 0$	$Q = \Delta U$
Ισοβαρής	$\frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2}$	$Q = nC_p \Delta T$	$\Delta U = nC_v \Delta T$	$W = p \Delta V = nR \Delta T$	$Q = \Delta U + W$
Αδiabωτική	$p_1 V_1^\gamma = p_2 V_2^\gamma$	$Q = 0$	$\Delta U = nC_v \Delta T$	$W = \frac{p_2 V_2 - p_1 V_1}{1 - \gamma}$	$W = -\Delta U$

$$C_p = C_v + R , \gamma = \frac{C_p}{C_v} \text{ (για ιδανικά μονοατομικά αέρια } C_p = \frac{5}{2} R , C_v = \frac{3}{2} R , \gamma = \frac{5}{3} \text{)}$$

$$e = \frac{W_{\text{ισοθερμη}}}{W_{\text{καρατόξιστο}}} = \frac{W}{Q_h} , e = 1 + \frac{Q_c}{Q_h} = 1 - \frac{|Q_c|}{|Q_h|} , e_{\text{carnot}} = 1 - \frac{T_c}{T_h}$$

Παρατηρήσεις:

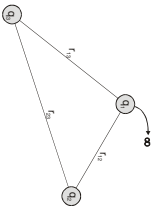
- Σε ιδανικό αέριο $p \cdot V$ επιβαδόν = Έργο
- Σε κυκλική Μεταβολή $Q_{\text{κυκλ}} = W_{\text{κυκλ}}$
- Αν τα σημεία Β και Γ ανήκουν στην ίδια ισοθερμη τότε $\Delta U_{B\Gamma} = \Delta U_{\Gamma B}$
- Αν σε ισοβαρή Μεταβολή γνωρίζουμε το γ και κίνηση από ΔU , W , Q (εξ ΔU) τότε μπορούμε να βρούμε τα υπόλοιπα ως εξής: $Q = nC_p \Delta T$ και $\Delta U = nC_v \Delta T$ με διαίρεση προκύπτει $Q = \gamma W$, από τον 1^ο θερμοδυναμικό νόμο $Q = \Delta U + W \Leftrightarrow W = (\gamma - 1) \Delta U$ (*)

ΗΛΕΚΤΡΙΚΟ Πεδίο

Κεραιθώνας

Δυναμική Ενέργεια συστήματος σημειωδίων

$$U = K \frac{q_1 q_2}{r_{12}} + K \frac{q_1 q_3}{r_{13}} + K \frac{q_2 q_3}{r_{23}}$$



Κίνηση ηλεκτρονίου σε ομογενές ηλεκτρικό πεδίο
 $F = ma \Leftrightarrow eE = ma \Leftrightarrow a = \frac{eE}{m} \Leftrightarrow a = \frac{eV}{md}$

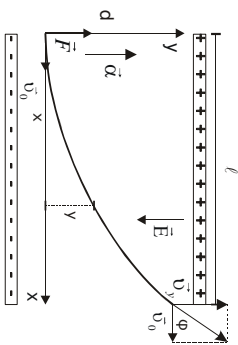
Όταν u_0 , α ίδια φορά

$$v = u_0 + at = u_0 + \frac{eE}{m} t$$

$$x = u_0 t + \frac{1}{2} at^2 = u_0 t + \frac{1}{2} \frac{eE}{m} t^2$$

$$v = \sqrt{u_0^2 + 2ax}$$

Όταν u_0 κέρβει στην αντίθετη



$$x = u_0 t \Leftrightarrow t = \frac{x}{u_0}$$

$$y = \frac{1}{2} at^2 = \frac{1}{2} \frac{eE}{m} \left(\frac{x}{u_0}\right)^2 \Leftrightarrow y = \frac{eE}{2mu_0^2} x^2$$

$$y = \frac{eV}{2mdu_0^2} x^2$$

Όταν θέλουμε να την έσοδο τότε $x = \ell$
 Η εκτροπή είναι ανάλογη της έντασης (η διαφοράς δυναμικού).

$$d_x = u_0, d_y = at$$

$$d = \sqrt{d_x^2 + d_y^2} = \sqrt{u_0^2 + \frac{e^2 E^2}{m^2} t^2}, \text{ εφθ} \theta = \frac{d_y}{d} = \frac{U_x}{U_0}$$

Ένταση Πεδίου

Γενικά - Οποιοί

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q}, \vec{E}, \vec{F} \text{ ομόρονα όταν } q > 0$$

$$W_{A \rightarrow B} = -\Delta U = U_A - U_B$$

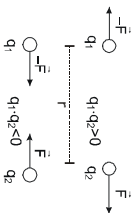
$$U_\infty = 0, W_{A \rightarrow \infty} = U_A$$

$$V_A = \frac{U_A}{q} = \frac{W_{A \rightarrow \infty}}{q}$$

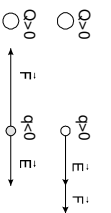
$$W_{A \rightarrow B} = q(V_A - V_B)$$

Σημειακό Ηλεκτρικό Φορτίο

$$F = K \frac{|q_1| |q_2|}{r^2}$$



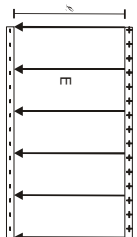
$$E = K \frac{|Q|}{r^2}$$



$$U = K \frac{q_1 \cdot q_2}{r}, V = K \frac{Q}{r}$$

Ομογενές Ηλεκτρικό Πεδίο

$$F = |q|E, E = \frac{V}{\ell}, W = F \cdot \Delta x$$



Πυκνωτές

$$C = \frac{q}{V} = \sigma \epsilon_0 \theta, C = \epsilon \epsilon_0 \frac{S}{\ell}, C = \epsilon C_0$$

$$U = \frac{1}{2} CV^2 = \frac{1}{2} qV = \frac{q^2}{2C}$$

Ταλαντώσεις

Οποιοί

$$f = \frac{N}{t} \Leftrightarrow f = \frac{1}{T}$$

$$\omega = \frac{2\pi}{T} \Leftrightarrow \omega = 2\pi f$$

Εξισώσεις

$$y = \gamma_0 \eta \mu \omega t$$

$$v = \omega \gamma_0 \sigma \nu \nu \omega t, v_{\max} = \omega \gamma_0$$

$$a = -\omega^2 \gamma_0 \eta \mu \omega t, a_{\max} = \omega^2 \gamma_0$$

$$a = -\omega^2 y$$

Ισωνή και ενεργαία συνθήκη για γ.α.τ.

$$F_{\omega_i} = -Dy$$

$$D = m\omega^2 \Leftrightarrow \omega = \sqrt{\frac{D}{m}}$$

Για να αποδείξουμε ότι ένα σώμα εκτελεί γ.α.τ ακολουθούμε τα εξής βήματα

1. Βοιωούμε την θέση ισορροπίας
2. Γεωρούμε το σώμα μετατομισμένο κατά γ από την θέση ισορροπίας
3. Προς τα εκεί που είναι μετατομισμένο το σώμα προς τα εκεί βεβαιούμε την βέλτη φορά
4. Υπολογίζουμε την συνισταμένη δύναμη και προσημαίνουμε να την μετατρέψουμε στην μορφή $F_{\omega_i} = -(σταθερό) y$

Περίοδος στην γ.α.τ.

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{D}}$$

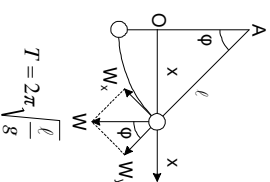
Ενέργεια στην γ.α.τ.

$$U = \frac{1}{2} D y^2$$

$$K = \frac{1}{2} m \omega^2$$

Αποθήκευση ενέργειας
 $K + U = U_{\max} = K_{\max}$

Ανά εκκροές

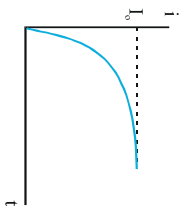


$$T = 2\pi \sqrt{\frac{\ell}{g}}$$

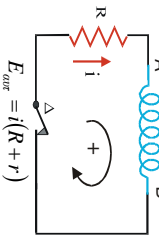
- για $t \rightarrow \infty$ το πείμα σταθεροποιείται $i=i_0$ οπότε $\frac{di}{dt} = 0$ δηλαδή η τήση στα άκρα της αυτεπαγωγής είναι μηδέν. Τελικά

$$E = I_0(R+r) \Leftrightarrow I_0 = \frac{E}{R+r}$$

- Το πείμα δηλαδή αυξάνεται από μηδέν μέχρι μιας μέγιστης τιμής, η αυτεπαγωγή είναι αποδκτης αποθηκεύει ενέργεια με τη μορφή μαγνητικού πεδίου. Ο πυρήνας με τον οποίο δουλεύεται ενέργεια στην αυτεπαγωγή είναι $P_L = V_L i = (E - iR_{ext}) \cdot i$



Κύκλωμα αυτεπαγωγής - αυτεπαγωγή (*)

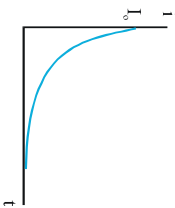


$$E_{ext} = i(R+r)$$

$$-L \frac{di}{dt} = i(R+r)$$

$$L \frac{di}{dt} + i(R+r) = 0$$

- για $t=0$ είναι $I=i_0$ οπότε $\frac{di}{dt} = -\frac{i_0}{L}(R+r)$
- Για $t \rightarrow \infty$ (πολύ χρόνο) το πείμα μηδενίζεται $i=0$
- Το πείμα αρχίζει από την μέγιστη τιμή I_0 και μηδενίζεται, σε όλη την διάρκεια η αυτεπαγωγή συμπεριφέρεται ως πηγή. Προσφορά το κύκλωμα με ενέργεια



Όταν μια αυτεπαγωγή διαρρέεται από πείμα i τότε έχει αποθηκευμένη ενέργεια

$$U = \frac{1}{2} L i^2$$

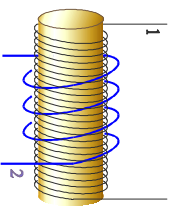
Ο συντελεστής αυτεπαγωγής για ένα σωληνοειδές είναι

$$L = \mu \mu_0 \frac{N^2}{\ell} A$$

Αμοιβαία Επαγωγή

Η ΗΕΔ που επάγεται στο δεύτερο σωληνοειδές είναι ανάλογη του πυρήνου μεταβολής της έντασης στο πρώτο

$$E_{ext,2} = -M \frac{di_1}{dt}$$



Ο συντελεστής αμοιβαίας επαγωγής για δύο σωληνοειδή δίνεται από την εξίσωση.

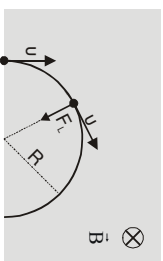
$$M = \mu \mu_0 \frac{N_1 N_2}{\ell} A$$

Μαγνητικό Πεδίο

Κίνηση φορτίου σε ομογενές μαγνητικό πεδίο

$$F_L = |q|vB \sin\theta \Leftrightarrow \begin{cases} F_L = |q|vB & \text{όταν } \vec{v} \perp \vec{B} \\ F_L = 0 & \text{όταν } \vec{v} \parallel \vec{B} \end{cases}$$

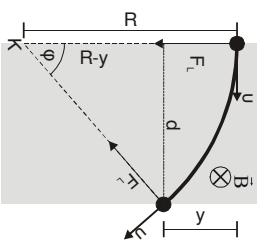
αν $\vec{F}_L \perp \vec{B}$ τότε ομαλή κυκλική



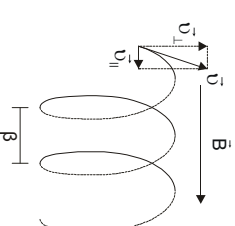
$$R = \frac{mv}{|q|B}, \quad T = \frac{2\pi m}{|q|B}$$

Η ακτίνα είναι ανάλογη της ταχύτητας και αντίστροφως ανάλογη της έντασης του μαγνητικού πεδίου ενώ η περίοδος δεν εξαρτάται από την ακτίνα και την ταχύτητα.

Για να βρούμε το κέντρο της κυκλικής τροχιάς σχεδιάζουμε σε δύο σημεία την ταχύτητα και φέρνουμε κάθετους



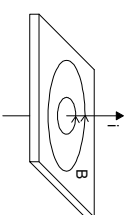
Όταν η ταχύτητα σχηματίζει γωνία με την ένταση τότε η κίνηση είναι ελικοειδής



$$\beta = v \sin\theta \frac{2\pi m}{|q|B}$$

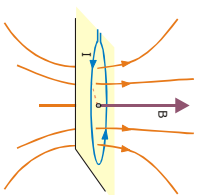
Ένταση Πεδίου

$$B = \mu_r \frac{2I}{r}$$



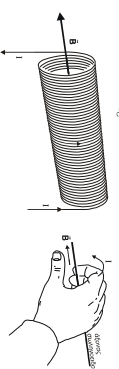
Κυκλικός εσωτός

$$B = \mu_r \frac{2Id}{r} \quad (\text{στο κέντρο})$$



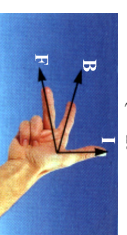
Σωληνοειδές

$$B = 4\pi k_\mu \frac{N I}{\ell} \quad (\text{ομογενές})$$



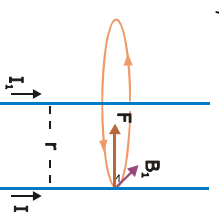
Απόδοση Laplace

$$F_{LA} = IB \ell \sin\theta \Leftrightarrow \begin{cases} F_{LA} = IB \ell & \text{όταν } I \perp \vec{B} \\ F_{LA} = 0 & \text{όταν } I \parallel \vec{B} \end{cases}$$



Απόδοση Μερζό Ρεντκωτων(Ομόσημα Εξωτερές)

$$F = K_\mu \frac{2I_1 I_2}{r}$$



ΗΛΕΚΤΡΙΚΟ ΡΕΥΜΑ

Ηλεκτρικό ρεύμα είναι η κατευθυνόμενη κίνηση φορτίων.
Φορά ηλεκτρικού ρεύματος ορίζουμε την φορά κίνησης των θετικών φορτίων ή η αντίθετη της φοράς κίνησης των αρνητικών.

Ορισμός έντασης Ηλεκτρικού ρεύματος

$$i = \frac{dq}{dt}$$

Αν $i = \text{const}$ τότε

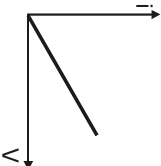
$$I = \frac{Q}{t}$$

Αντίσταση ενός αγώγιμυ οπίξεται το μήκος

$$R = \frac{V}{I}$$

Οι ποσότητες που ορίζονται είναι ισοδύναμες

- Νόμος Ohm
- Ο σπώγος χαρακτηρίζεται ως αντιστάτης
- Η ένταση του ρεύματος είναι ανάλογη της τάσης του.
- Η αντίσταση του αγώγιμου είναι σταθερή.
- Το διάνυσμα τάσης έντασης είναι ευθεία που διέρχεται από την αρχή των αξόνων.



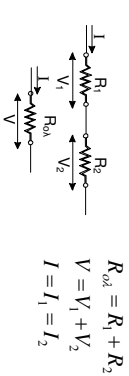
Η αντίσταση ενός αντιστάτη ΔΕΝ εξαρτάται από την τάση που σπώ και από την ένταση του ρεύματος που το διαρρέει. Εξαρτάται από τα γεωμετρικά χαρακτηριστικά του

$$R = \rho \frac{l}{S}$$

Εξίσωση της αντίστασης από την θερμοκρασία

$$R = R_0(1 + \alpha\theta)$$

Σύνθεση αντιστάτων σε σειρά

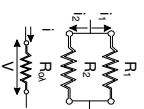


$$R_{0\alpha} = R_1 + R_2 + R_3$$

$$V = V_1 + V_2 + V_3$$

$$I = I_1 = I_2 = I_3$$

Σύνθεση αντιστάτων παράλληλα (κοντά άκρα)



$$\frac{1}{R_{0\alpha}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}$$

$$V = V_1 = V_2 = V_3$$

$$I = I_1 + I_2 + I_3$$

Ενέργεια Ηλεκτρικού ρεύματος

$$W = VI t \text{ (γενικός τύπος)}$$

$$W = Q = I^2 R t \text{ (σε αντιστάτη)}$$

$$W = Q = I^2 R t = \frac{V^2}{R} t \text{ (σε αντιστάτη)}$$

$$P = \frac{dW}{dt} \Leftrightarrow P = \frac{W}{t}$$

$$P = VI \text{ (γενικός τύπος)}$$

$$P = I^2 R = \frac{V^2}{R} \text{ (σε αντιστάτη)}$$

Κωνονική λεπτοπυλία σπώσεως

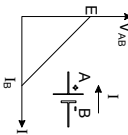
$$\text{Λειτουργεί κωνονικά} \Leftrightarrow V_{\sigma\sigma\sigma\sigma\sigma\sigma} = V_k$$

ΗΕΔ Κονώδωτος - Ισχύς Πηγής

$$\frac{W}{P} = \frac{P}{I}$$

$$E = EI$$

$$P_{\alpha\alpha} = V_{\pi} I$$



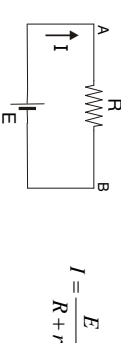
$$V_{\pi} = E - Ir$$

$$E = V_{\pi} \text{ αν } I = 0$$

$$\text{αν } V_{\pi} = 0 \text{ τότε}$$

$$I = I_B \Leftrightarrow I_B = \frac{E}{R + r}$$

Νόμος Ohm σε κάνατο κύκλωμα



$$I = \frac{E}{R + r}$$

Αποδόσεις

$$\frac{P_{\text{out}}}{P_{\text{in}}} \Leftrightarrow \alpha_{\text{κιν}} = \frac{P_{\text{μικ}}}{P_{\text{κιν}}}$$

$$\alpha = \frac{P_{\text{κιν}}}{P_{\text{κιν}}} \Leftrightarrow \alpha_{\text{κιν}} = \frac{P_{\text{μικ}}}{P_{\text{κιν}}}$$

$$P_E = P_{\text{θω}} + P_{\text{μικ}} \Leftrightarrow P_{\text{μικ}} = EI - I^2 R_{0\alpha}$$

$$P_{\text{κιν}} = V_{\text{κιν}} I$$

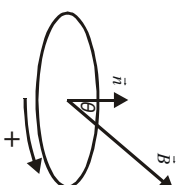
ΗΛΕΚΤΡΟΜΑΓΝΗΤΙΚΗ ΕΤΑΓΩΓΗ

Μαγνητική Ροή

$$\Phi_B = BA \cos \theta$$

$$E_{\text{στ}} = - \frac{d\Phi_B}{dt}$$

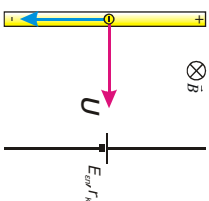
(αν $E_{\text{στ}} > 0$ τότε η ισοδύναμη κίνηση θέλει να δώσει ρεύμα προς την θετική φορά)



ΗΕΔ Στρεφόμενου Αγωγού

$$E_{\text{στ}} = \omega B \ell$$

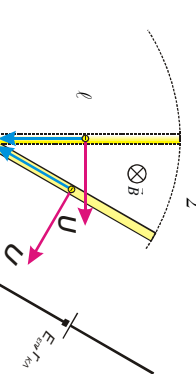
- Όταν Ευθύγραμμος αγωγός
- $\vec{v} \perp \vec{B}$
- Το B κέβρο στο επίπεδο κίνησης Μεταφορική κίνηση
- Το ίδιο \vec{B} σε όλα τα σημεία του αγωγού



ΗΕΔ Στρεφόμενου αγωγού

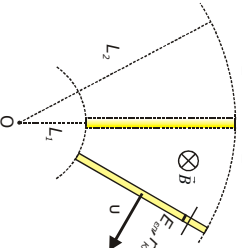
- Αν το άκρο του αγωγού είναι το κέντρο περιστροφής

$$E_{\text{στ}} = \frac{1}{2} B \omega \ell^2$$



- Αν το άκρο του αγωγού δεν είναι κέντρο περιστροφής

$$E_{\text{στ}} = \frac{1}{2} B \omega L_2^2 - \frac{1}{2} B \omega L_1^2 (*)$$



Κεντρικός Λenz
Η φορά που επαγωγικού ρεύματος είναι τέτοια ώστε να αντισταθεί στις αιτίες που το προκαλέσαν.

Ενυδάσσομένο Ρεύμα

$$V_0 = N \omega A B$$

$$d = V_0 \eta \mu \omega t, \quad i = I_0 \eta \mu \omega t$$

$$V_{\text{στ}} = \frac{V_0}{\sqrt{2}}, \quad I_{\text{στ}} = \frac{I_0}{\sqrt{2}}$$

$$I_0 = \frac{V_0}{R}, \quad I_{\text{στ}} = \frac{V_{\text{στ}}}{R}$$

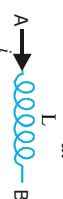
$$P = \frac{W}{t}, \quad P = V_{\text{στ}} I_{\text{στ}} = I_{\text{στ}}^2 R$$

$$Q = I_{\text{στ}}^2 R t$$

Ανταγωγιή

$$\Phi = Li$$

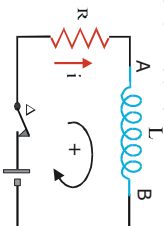
$$E_{\text{αντ}} = -L \frac{di}{dt}$$



$$V_L = V_{AB} = L \frac{di}{dt}$$

- Έτσι όταν το ρεύμα αυξάνεται ($di/dt > 0$), $V_{AB} > 0$ άρα A(+) και B(-)
- Αν το ρεύμα ελαττώνεται ($di/dt < 0$), $V_{AB} < 0$ άρα A(-) και B(+)
- Αν το ρεύμα είναι σταθερό ($di/dt = 0$), $V_{AB} = 0$.

Κύκλωμα αγωγή - ανταγωγιή (*)
(Η θετική φορά είναι αυτή του ρεύματος. Έτσι αν $E_{\text{αντ}} < 0$ τότε η ανταγωγιή συμπεριφέρεται ως ανοδός και αντιστάτης αντίθετα. Αν $E_{\text{αντ}} > 0$ τότε το πηνίο συμπεριφέρεται ως πηγή δηλαδή προσδορεί το κύκλωμα με ενέργεια)



$$E + E_{\text{αντ}} = i(R + r)$$

$$E - L \frac{di}{dt} = i(R + r)$$

$$E = L \frac{di}{dt}$$

- για $i=0$ είναι $i=0$ οπότε