

**2<sup>ο</sup> Επαναληπτικό Διαγώνισμα**  
**Εξισώσεις - Ανισώσεις**  
**Τάξη: Α' Γενικού Λυκείου**  
**Μάθημα: Άλγεβρα**  
**Βαθμός: . . . . . / 100**

Γεώργαρης Π. Κωνσταντίνος

☎ 694 2605221

✉ georgaris.kostas@hotmail.com

L<sup>A</sup>T<sub>E</sub>X

**ΘΕΜΑ Α.** Δίνεται η παράσταση  $A = 6x^2 - x - 2$ ,  $x \in \mathbb{R}$ .

**A1.** Να λύσετε την εξίσωση  $A = 0$ .

**A2.** Να παραγοντοποιήσετε την παράσταση  $A$ .

**A3.** Να βρείτε το πρόσημο της παράστασης  $A$ .

**A4.** Να απλοποιήσετε την παράσταση:  $B = \frac{6x^2 - |x| - 2}{1 - 4x^2}$ ,  $x \neq \pm \frac{1}{2}$ .

**A5.** Να λύσετε την εξίσωση  $|B| = 1$ .

**ΘΕΜΑ Β.** Δίνονται οι ανισώσεις:  $2 \leq |x| \leq 3$  και  $x^2 - 4x < 0$ .

**B1.** Να βρείτε τις λύσεις τους.

**B2.** Να δείξετε ότι οι ανισώσεις συναληθεύουν για  $x \in [2, 3]$ .

**B3.** Αν οι αριθμοί  $\rho_1$  και  $\rho_2$  ανήκουν στο σύνολο των κοινών λύσεων των ανισώσεων, να δείξετε ότι ο αριθμός  $\frac{\rho_1 + \rho_2}{2}$  είναι κοινή τους λύση.

**ΘΕΜΑ Γ.** Δίνεται το τριώνυμο  $x^2 - (\lambda - 4)x - \lambda + 2$ .

**Γ1.** Να βρείτε τη διακρίνουσα  $\Delta$  του τριωνύμου.

**Γ2.** Να δείξετε ότι το τριώνυμο έχει δύο ρίζες πραγματικές και άνισες, για κάθε  $\lambda \in \mathbb{R}$ .

**Γ3.** Να βρείτε τις τιμές του  $\lambda$ , για τις οποίες το τριώνυμο έχει δύο ρίζες αρνητικές.

**Γ4.** Αν  $x_1, x_2$  οι ρίζες του τριωνύμου, να βρείτε τις τιμές του  $\lambda$  για τις οποίες ισχύει:

$$x_1(x_1 - 1) + x_2(x_2 - 1) < 2(3 + x_1x_2).$$

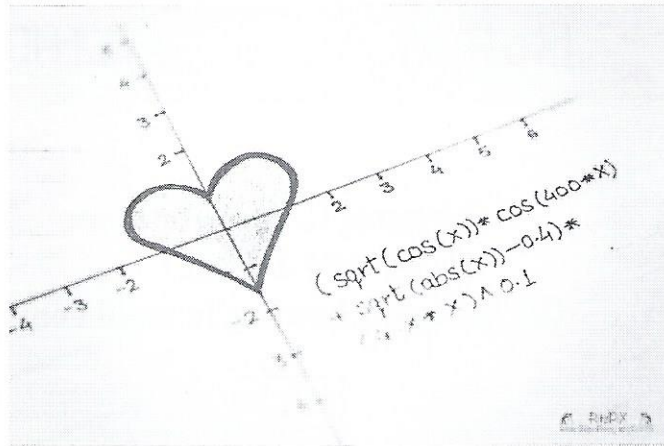
**ΘΕΜΑ Δ.** Δίνεται το τριώνυμο:  $x^2 - 2x - 8$ .

**Δ1.** Να βρείτε το πρόσημο του τριωνύμου για τις διάφορες τιμές του πραγματικού αριθμού  $x$ .

**Δ2.** Αν  $\kappa = -\frac{8889}{4444}$ , είναι η τιμή της παράστασης:  $\kappa^2 - 2\kappa - 8$  μηδέν, θετικός ή

αρνητικός αριθμός; Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

**Δ3.** Αν ισχύει  $-4 < \mu < 4$ , τι μπορείτε να πείτε για το πρόσημο της τιμής της παράστασης:  $\mu^2 - 2|\mu| - 8$ ; Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.



*Καλή Έμπνευση...*

# Πρόβλησ Διαγωνισμασ Επιστρωσεων - Answer

## Θεμα Α

A1:  $A=0 \Rightarrow 6x^2 - x - 2 = 0$   $a=6, b=-1, \gamma=-2$

$\Delta = b^2 - 4ac = 1 - 4 \cdot 6 \cdot (-2) = 49 > 0$   $x_{1,2} = \frac{1 \pm 7}{12}$   $\left\{ \begin{array}{l} x_1 = \frac{8}{12} = \frac{2}{3} \\ x_2 = -\frac{6}{12} = -\frac{1}{2} \end{array} \right.$

A2:  $A = 6x^2 - x - 2 = 6(x - \frac{2}{3}) \cdot (x + \frac{1}{2}) = 3(x - \frac{2}{3}) \cdot 2 \cdot (x + \frac{1}{2}) = (3x - 2)(2x + 1)$

A3:

$x$	$-\frac{1}{2}$	$\frac{2}{3}$
$6x^2 - x - 2$	$+$	$-$
	$+$	$+$

$a=6 > 0$

Αρα  $6x^2 - x - 2 > 0$  για τα  $\emptyset \in x \in (-\infty, -\frac{1}{2}) \cup (\frac{2}{3}, +\infty)$

A4:  $B = \frac{6x^2 - |x| - 2}{1 - 4x^2} = \frac{6|x|^2 - |x| - 2}{1 - 4|x|^2} = \frac{(3|x| - 2)(2|x| + 1)}{(1 - 2|x|)(1 + 2|x|)} = \frac{3|x| - 2}{1 - 2|x|}$

A5:  $|B| = 1 \Leftrightarrow \left| \frac{3|x| - 2}{1 - 2|x|} \right| = 1 \Leftrightarrow |3|x| - 2| = |1 - 2|x|| \Leftrightarrow$

$3|x| - 2 = 1 - 2|x|$        $3|x| - 2 = -1 + 2|x|$

$5|x| = 3 \Rightarrow |x| = \frac{3}{5}$        $|x| = 1 \Rightarrow x = 1 \text{ ή } x = -1$

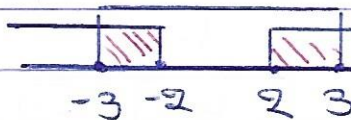
$x = \frac{3}{5}$  ή  $x = -\frac{3}{5}$

## Θεμα Β

B1:  $2 \leq |x| \leq 3$

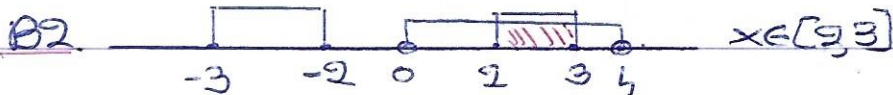
$|x| \geq 2$  και  $|x| \leq 3$

$x \geq 2$  ή  $x \leq -2$  και  $-3 \leq x \leq 3$



$x^2 - 2x < 0$

$x$	$0$	$4$
$x^2 - 2x$	$+$	$-$
	$+$	$+$



$\left. \begin{array}{l} p_1 \in [2, 3] \text{ και } 2 \leq p_1 \leq 3 \\ p_2 \in [2, 3] \text{ και } 2 \leq p_2 \leq 3 \end{array} \right\} \rightarrow 4 \leq p_1 + p_2 \leq 6 \Rightarrow \frac{2 \leq p_1 + p_2 \leq 3}{2}$   
 Αρα  $\frac{p_1 + p_2}{2} \in [2, 3]$

## Θεμα Γ

Γ1:  $x^2 - (7-4)x - 7 + 2$        $\Delta = (7-4)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-7+2) = 3^2 - 8 \cdot 7 + 16 + 4 \cdot 7 - 8 = 3^2 - 4 \cdot 7 + 8$

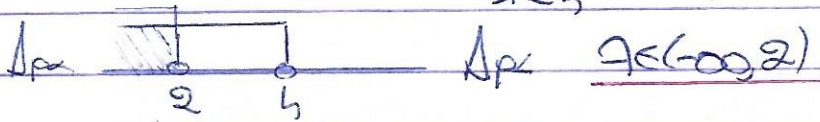
Γ2:  $\Delta = 3^2 - 4 \cdot 7 + 8$

$\Delta = 16 - 32 + 8 = -16 < 0$   $a=1 > 0$ . Αρα  $\Delta > 0$  για τα  $\emptyset \in \mathbb{R}$

Αρα το τρίγωνο έχει όλες πλευρές και άνοες παραθέτω  
 Γ3. Π.Τ.ες Απομικτες → Π.Τ.ες  $S < 0$  και  $P > 0$

$$S < 0 \Rightarrow \frac{-b}{a} < 0 \Rightarrow 2 - 4 < 0 \text{ και } P > 0 \Rightarrow \frac{c}{a} > 0 \Rightarrow -2 + 2 > 0$$

$$2 < 4 \qquad \qquad \qquad 2 < 2$$



Γ4.  $x_1(x_1-1) + x_2(x_2-1) < 2(3+x_1x_2) \Rightarrow x_1^2 - x_1 + x_2^2 - x_2 < 6 + 2x_1x_2 \Rightarrow$   
 $(x_1+x_2)^2 - 2x_1x_2 - (x_1+x_2) - 2x_1x_2 - 6 < 0 \Rightarrow S^2 - 4P - S - 6 < 0$   
 $(2-4)^2 - 4(-2+2) - (2-4) - 6 < 0 \Rightarrow 0^2 - 8 + 16 + 4 - 8 - 2 + 4 - 6 < 0 \Rightarrow$   
 $2^2 - 5*2 + 6 < 0$

$\Delta = 1 > 0 \quad \alpha_1 = 2 \quad \alpha_2 = 3$   
 $a = 1 > 0$

2	$\infty$	2	3	$\infty$
$2^2 - 5*2 + 6$	+	$\phi$	-	$\phi$

$\Delta \in (2, 3)$

Εκμάθη

Δ1.  $x^2 - 2x - 8$   
 $\Delta = 4 + 32 = 36 > 0 \quad x_{1,2} = \frac{2 \pm 6}{2}$   
 $x_1 = 4 \quad x_2 = -2$

x	-2	4
$x^2 - 2x - 8$	+	-

$x^2 - 2x - 8 > 0$  για  $x \in (-\infty, -2) \cup (4, \infty)$   
 $x^2 - 2x - 8 < 0$  για  $x \in (-2, 4)$

Δ2.  $k = \frac{-8889}{4444} = \frac{-2.4444 - 1}{4444} = -2 - \frac{1}{4444} < -2$  Αρα  $k^2 - 2k - 8 > 0$

Δ3.  $|μ^2 - 2|μ| - 8 = |μ|^2 - 2|μ| - 8$   
 $|μ| = u \rightarrow u^2 - 2u - 8$

u	-2	4
$u^2 - 2u - 8$	+	-

$\Delta = 36 > 0$   
 $u = 4 \text{ και } u = -2$

Εμείς  $-4 < μ < 4 \Rightarrow |μ| < 4$  αρα και  $0 < |μ| < 4$   
 Αρα  $μ^2 - 2|μ| - 8 < 0$