ΕΠΑΝΑΛΗΠΤΙΚΟ ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ ΣΤΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΠΡΟΣΑΝΑΤΟΛΙΣΜΟΥ

ΤΑΞΗ: Β' ΛΥΚΕΙΟΥ ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΗ ΥΛΗ : ΚΕΦ 1 - ΔΙΑΝΥΣΜΑΤΑ ΔΙΑΡΚΕΙΑ : 2 ΩΡΕΣ

ΟΝΟΜΑΤΕΠΩΝΥΜΟ...

ΤΜΗΜΑ........ ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ ....

ΣΧΟΛΙΑ ....

...

...

ΒΑΘΜΟΣ

ΘΕΜΑ Α

Α1.Τι ονομάζουμε εσωτερικό γινόμενο δύο μη μηδενικών διανυσμάτων $\vec{\alpha}$ και $\vec{\beta}$;

Α2. i. Αν $\vec{\alpha} = (x_1, \psi_1)$ και $\vec{\beta} = (x_2, \psi_2)$ δύο διανύσματα μη παράλληλα με τον ψ'ψ. Να αποδείξετε ότι: **i.** $\vec{\alpha} \perp \vec{\beta} \Leftrightarrow \lambda_1 \cdot \lambda_2 = -1$

ii. $\vec{\alpha} // \vec{\beta} \Leftrightarrow \lambda_1 = \lambda_2$

Α3. Να ελέγξετε αν είναι Σωστή ή Λανθασμένη καθεμιά από τις παρακάτω προτάσεις γράφοντας στο φύλλο των απαντήσεών σας τη λέξη Σωστή ή Λάθος για κάθε σωστή ή λανθασμένη πρόταση δίπλα στον αριθμό που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση:

1. Αν $A(x_1, \psi_1)$ και $B(x_2, \psi_2)$, τότε το διάνυσμα $\overrightarrow{AB} = (x_1 - x_2, \psi_1 - \psi_2)$.

2. Το διάνυσμα $\vec{\alpha} = (x_1, \psi_1)$ είναι το μηδενικό, αν και μόνο αν $x_1 = 0$ ή $x_2 = 0$

3. Ισχύει ότι $\vec{\alpha} \cdot \vec{\beta} + |\vec{\alpha}| \cdot |\vec{\beta}| = 0$ τότε $\vec{\alpha} \nearrow\swarrow \vec{\beta}$.

4. Η γωνία ω δύο διανυσμάτων $\vec{\alpha}$ και $\vec{\beta}$ είναι $0° \le \omega < 360°$.

5. Σε παραλληλόγραμμο ΑΒΓΔ ισχύει $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{\Gamma\Delta}$.

Μονάδες: 5 + 10 + 10 = 25

ΘΕΜΑ Β

Δίνονται τα διανύσματα $\vec{\alpha} = \vec{i} + 2\vec{j}$ και $\vec{\beta} = (2, 3)$. Να βρείτε:

Β1. Το μέτρο του διανύσματος $\vec{\gamma} = 5\vec{\alpha} - 3\vec{\beta}$.

Β2. Τη γωνία που σχηματίζει το διάνυσμα $\vec{\gamma}$ με τον χ'χ.

Β3. Αν θεωρήσουμε τα διανύσματα θέσης $\overrightarrow{OA} = \vec{\alpha}$ και $\overrightarrow{OB} = \vec{\beta}$ να βρείτε το διάνυσμα $\overrightarrow{AB}$ αλλά και το διάνυσμα $\overrightarrow{OM}$ όπου Μ το μέσο του τμήματος ΑΒ.

Β4. Τον αριθμό $\kappa \in \mathbb{R}$ ώστε το διάνυσμα $\vec{v} = (\kappa^2 - \kappa, \kappa)$ να είναι κάθετο στο $\vec{\alpha}$.

Μονάδες: 7 + 6 + 6 + 6 = 25

ΘΕΜΑ Γ

Δίνονται τα μοναδιαία διανύσματα $\vec{\alpha}$ και $\vec{\beta}$ και επιπλέον ισχύει $(\vec{\alpha} + 5\vec{\beta}) \perp (3\vec{\alpha} + \vec{\beta})$.

Γ1. Να αποδείξετε ότι $\left(\widehat{\vec{\alpha}, \vec{\beta}}\right) = \frac{2\pi}{3}$.

Γ2. Θεωρούμε τα διανύσματα: $\vec{u} = \vec{\alpha} + 2\vec{\beta}$ και $\vec{v} = \vec{\alpha} + \vec{\beta}$. Να βρείτε τη γωνία $\left(\widehat{\vec{u}, \vec{v}}\right)$.

Γ3. Δίνεται το διάνυσμα $\vec{\gamma}$ για το οποίο ισχύει $\vec{\gamma} // (\vec{\alpha} - \vec{\beta})$ και $\vec{\alpha} \perp (3\vec{\beta} - \vec{\gamma})$, να γράψετε το $\vec{\gamma}$ σαν γραμμικό συνδυασμό των $\vec{\alpha}$ και $\vec{\beta}$.

Μονάδες: 8 + 10 + 7 = 25

ΘΕΜΑ Δ

Δ1. Σε τετράγωνο πλευράς 6, Ο το σημείο τομής των διαγωνίων του. Να υπολογίσετε τα εσωτερικά γινόμενα:

α. $\vec{AB}\cdot\vec{A\Gamma}$ **β.** $\vec{AB}\cdot\vec{B\Gamma}$ **γ.** $\vec{AB}\cdot\vec{\Gamma\Delta}$ **δ.** $\vec{AB}\cdot\vec{O\Gamma}$ **ε.** $\vec{O\Delta}\cdot\vec{OB}$ **στ.** $\vec{O\Delta}\cdot\vec{O\Gamma}$

Δ2. Αν $\vec{\alpha} = \left(|\vec{\beta}| - 1, 2\right)$ και $\vec{\beta} = \left(1, |\vec{\alpha}| - 2\right)$.

- **i.** Να αποδείξετε ότι $\vec{\alpha} \perp \vec{\beta}$.
- **ii.** Αν ισχύει $\vec{\alpha}^2 + \vec{\beta}^2 = 5$, τότε να αποδείξετε ότι $|\vec{\alpha}| = 2$ και $|\vec{\beta}| = 1$.

Δ3. Δίνονται τα μη μηδενικά διανύσματα $\vec{\alpha}$ και $\vec{\beta}$ για τα οποία ισχύουν $\frac{|\vec{\alpha}|}{3} = \frac{|\vec{\beta}|}{4} = \frac{|\vec{\gamma}|}{10}$ και $2\vec{\alpha} + \vec{\beta} + \vec{\gamma} = \vec{0}$. Να αποδείξετε ότι $\vec{\beta} \nearrow\swarrow \vec{\gamma}$.

Μονάδες: 9 + (4 + 5) + 7 = 25

ΘΕΜΑ BONUS

Δίνεται τρίγωνο ΑΒΓ και ΑΜ διάμεσός του. Έστω Ε σημείο της πλευράς ΑΓ ώστε $\vec{AE} = \frac{3}{5}\vec{A\Gamma}$ και σημείο Δ της διαμέσου ΑΜ ώστε $\vec{A\Delta} = \frac{3}{4}\vec{AM}$.

Α. Να αποδείξετε ότι $\vec{B\Delta} = \frac{3}{8}\vec{A\Gamma} - \frac{5}{8}\vec{AB}$ και $\vec{BE} = \frac{3}{5}\vec{A\Gamma} - \vec{AB}$.

Β. Να αποδείξετε ότι τα σημεία Β, Δ, Ε είναι συνευθειακά.

Γ. Αν Ρ το μέσο της διαμέσου ΑΜ και Θ σημείο ώστε $\vec{B\Theta} = \frac{2}{5}\vec{B\Delta}$, να αποδείξετε ότι το τετράπλευρο ΡΘΜΕ είναι παραλληλόγραμμο.

Δ. Να αποδείξετε ότι $x^2 + \sqrt{8|\vec{AM}|}\cdot x + |\vec{AB}| + |\vec{A\Gamma}| > 0$ για κάθε $x \in \mathbb{R}$.

Μονάδες: 7 + 6 + 7 + 5 = 25