

ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ ΣΤΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΠΡΟΣΑΝΑΤΟΛΙΣΜΟΥ**ΤΑΞΗ: Β' ΛΥΚΕΙΟΥ****ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΗ ΥΛΗ : ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1: (ΣΥΝΤΕΤΑΓΜΕΝΕΣ ΔΙΑΝΥΣΜΑΤΟΣ)**

ΟΝΟΜΑΤΕΠΩΝΥΜΟ.....

ΤΜΗΜΑ..... ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ

ΣΧΟΛΙΑ

.....
.....**ΒΑΘΜΟΣ****ΘΕΜΑ Α**

A1. Δίνονται τα σημεία $A(x_1, \psi_1)$ και $B(x_2, \psi_2)$ με $x_1 \neq x_2$. Να γράψετε συναρτήσεις των x_1, x_2, ψ_1, ψ_2 :

α. Τις συντεταγμένες του διανύσματος \overline{AB} .

β. Το μέτρο του διανύσματος $|\overline{AB}|$.

γ. Τον συντελεστή διεύθυνσης του διανύσματος \overline{AB} .

δ. Τις συντεταγμένες του μέσου M του AB .

A2. Να χαρακτηρίσετε τις παρακάτω προτάσεις ως Σωστές ή Λανθασμένες γράφοντας τη λέξη Σωστή για κάθε Σωστή ή Λάθος για κάθε λανθασμένη πρόταση δίπλα στον αριθμό που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση:

1. Αν $\vec{\alpha} = (-x, \psi)$ τότε $|\vec{\alpha}| = \sqrt{\psi^2 - x^2}$.

2. Ισχύει η ισοδυναμία $\vec{\alpha} \cdot \vec{\beta} = 0 \Leftrightarrow \vec{\alpha} = \vec{0}$ και $\vec{\beta} = \vec{0}$.

3. Δίνονται τα σημεία $A(x_1, \psi_1)$ και $B(x_2, \psi_2)$ με $x_1 \neq x_2$. Τότε ο συντελεστής διεύθυνσης του διανύσματος \overline{AB} είναι ο $\lambda = \frac{\psi_1 - \psi_2}{x_1 - x_2}$.

4. Αν το $\vec{\alpha} = \vec{0}$ τότε για οποιοδήποτε διάνυσμα $\vec{\beta}$ ισχύει $\det(\vec{\alpha}, \vec{\beta}) = 0$.

5. Αν $A(\alpha, \beta)$ και $B(\alpha, \gamma)$ τότε το διάνυσμα $\overline{AB} / / x'x$.

Μονάδες: 10 + 15 = 25**ΘΕΜΑ Β**

Δίνονται τα σημεία $A(2, 3)$, $B(-1, 5)$ και $\Gamma(-2, -4)$.

B1. Να βρείτε τις συντεταγμένες των διανυσμάτων $\overline{AB}, \overline{B\Gamma}, \overline{A\Gamma}$.

B2. Να αποδείξετε ότι τα σημεία A, B και Γ αποτελούν κορυφές τριγώνου.

B3. Να βρείτε το συμμετρικό σημείο Δ του B ως προς το μέσο M της $A\Gamma$.

B4. Να αποδείξετε ότι το τετράπλευρο $AB\Gamma\Delta$ είναι παραλληλόγραμμο.

Μονάδες: 6 + 5 + 6 + 8 = 25**ΘΕΜΑ Γ**

Δίνονται τα διανύσματα $\vec{\alpha} = (\lambda, 1 - \lambda)$, $\vec{\beta} = (\lambda + 1, 2)$ και $\vec{\gamma} = (6, -10)$, με $\lambda \in \mathbb{R}$ για τα οποία ισχύει ότι $(\vec{\alpha} + \vec{\beta}) / / \vec{\gamma}$.

Γ1. Να αποδείξετε ότι $\lambda = -2$.

Γ2. Να βρείτε το διάνυσμα $5\vec{\alpha} - 6\vec{\beta}$ και στη συνέχεια το $|5\vec{\alpha} - 6\vec{\beta}|$.

Γ3. Να γράψετε το διάνυσμα $\vec{v} = 3\vec{j}$ ως γραμμικό συνδυασμό των $\vec{\alpha}, \vec{\beta}$.

Γ4. Σε ορθοκανονικό σύστημα αξόνων Οχψ θεωρούμε το τρίγωνο ΑΒΓ με

$\overline{AB} = (x, 2x+10)$, $x \neq 0$. Έστω Μ, Ν τα μέσα των ΑΒ και ΑΓ αντίστοιχα. Αν το διάνυσμα \overline{AB} έχει συντελεστή διεύθυνσης $\frac{3}{4}$ και επιπλέον $\overline{OA} = 19\vec{\beta} - 11\vec{\alpha}$ και $\overline{MN} = \vec{\alpha} - \vec{\beta}$:

- i. Να αποδείξετε ότι $A(3, 5)$ και $x = -8$.
- ii. Να βρείτε τις συντεταγμένες των κορυφών Β και Γ.
- iii. Να βρείτε τη γωνία που σχηματίζει το διάνυσμα \overline{BG} με τον άξονα χ'χ.
- iv. Να βρείτε το σημείο Σ του άξονα ψ'ψ που ισαπέχει από τα σημεία Β και Γ.

Μονάδες 15 + 10 = 25

ΘΕΜΑ Δ

Δίνεται το διάνυσμα $\vec{\alpha}$ μη παράλληλο στον άξονα χ'χ για το οποίο ισχύει $\vec{\alpha} = |\vec{\alpha}|(1, -1) - (2, -1)$.

Δ1. Να βρείτε τις συντεταγμένες του $\vec{\alpha}$.

Δ2. Να βρείτε το διάνυσμα $\vec{\beta}$, αντίρροπο του $\vec{\alpha}$, για το οποίο ισχύει $|\vec{\beta}|^2 - 2|\vec{\alpha}| \cdot |\vec{\beta}| - 3 \cdot |\vec{\alpha}|^2 = 0$.

Δ3. Θεωρούμε τα σημεία $A(\lambda, -2\lambda)$ και $B(1 - 4\lambda, \lambda + 6)$ με $\lambda \in \mathbb{R}$. Αν $\overline{AB} / \vec{\alpha}$, να βρείτε:

- i. Την τιμή του λ.
- ii. Τις συντεταγμένες του σημείου Κ για το οποίο ισχύει $\overline{AK} = 2\overline{BK}$.

Δ4. Να βρείτε τους πραγματικούς αριθμούς κ και μ για τους οποίους το διάνυσμα $\vec{v} = \kappa \cdot \vec{\alpha} + \mu \cdot (2, -3)$ να έχει μέτρο $2\sqrt{2}$ και να σχηματίζει γωνία 315° με τον χ'χ.

Μονάδες: 5 + 6 + (4 + 4) + 6 = 25