

ΜΕΛΕΤΗ ΤΗΣ ΈΝΝΟΙΑΣ ΤΗΣ ΑΝΑΛΟΓΙΑΣ

ΕΝΤΥΠΟ Α

ΦΥΛΛΑ ΕΡΓΑΣΙΑΣ ΜΑΘΗΤΗ

Βασίλης Κόμης

Θέμα μελέτης 1 : Δοκιμή μοντέλου «Το νερό στο βαρέλι»

Μαθηματικά Ε' Δημοτικού: Αναλογίες

«Μια βρύση τροφοδοτεί με νερό ένα βαρέλι. Εάν κρατήσουμε σταθερή την παροχή νερού της βρύσης, ποια σχέση πιστεύεις ότι συνδέει τον όγκο του νερού που μπαίνει στο βαρέλι με το χρόνο που γεμίζει με νερό το βαρέλι;»



Άνοιξε το μοντέλο με όνομα αρχείου "Το νερό στο βαρέλι". Έχεις τώρα ένα έτοιμο μοντέλο το οποίο πρέπει να διερευνήσεις (να δοκιμάσεις δηλαδή τη συμπεριφορά του).

1. Τι πιστεύεις ότι θα γίνει εάν "ξεκινήσεις" το μοντέλο πατώντας το κατάλληλο πλήκτρο;
2. Το μοντέλο είναι κατασκευασμένο "σωστά"; ΝΑΙ ΟΧΙ
3. Εάν όχι, τι πιστεύεις ότι δεν πάει καλά και πρέπει να αλλάξει;

Ας δοκιμάσουμε τώρα να "εκτελέσουμε" το μοντέλο. Προσπάθησε τώρα να το "εκτελέσεις" βήμα - βήμα. Πιστεύεις ότι είναι πιο κατανοητή η συμπεριφορά του;

Ας δούμε τώρα κάποιες εναλλακτικές μορφές παρουσίασης του μοντέλου.

- ✓ Ενεργοποίησε την εντολή που σχηματίζει τις "**ράβδους τιμών**", επέλεξε *χρόνος* και *όγκος* και παρατήρησε την εξέλιξη του μοντέλου.
- ✓ Ενεργοποίησε την εντολή που σχηματίζει τον **πίνακα αντίστοιχων τιμών** και παρατήρησε τη σχέση ανάμεσα στις τιμές των δύο μεγεθών.
- ✓ Ενεργοποίησε την εντολή που σχηματίζει τη **γραφική παράσταση** της συνάρτησης που συνδέει τα δύο μεγέθη και παρατήρησε το σχήμα που σχηματίζεται.

Στον πίνακα αντίστοιχων τιμών συμπλήρωσε τα παρακάτω ποσά:

Παροχή	Όγκος
3	6
5	10
7	14
8	16
9	18
11	22
15	30

ΕΡΩΤΗΜΑΤΑ

- ✓ Κάνε τη γραφική παράσταση που αντιστοιχεί σε αυτό τον πίνακα αντίστοιχων τιμών. Τι παρατηρείς για το σχήμα της;
- ✓ Με ποιον αριθμό πρέπει να πολλαπλασιάσουμε την πρώτη στήλη ώστε να προκύψει η δεύτερη;

Θέμα μελέτης 2 : Δημιουργία μοντέλου «Η βρύση και το βαρέλι»

Μαθηματικά Ε΄ Δημοτικού: Αναλογίες

"Μια **βρύση** τροφοδοτεί με νερό ένα **βαρέλι**.

A. Ποια σχέση συνδέει το χρόνο με τον όγκο του νερού που μπαίνει στο βαρέλι όταν η παροχή της βρύσης παραμένει σταθερή;

B. Σε ένα συγκεκριμένο χρονικό διάστημα ποια σχέση πιστεύεις ότι συνδέει την παροχή νερού της βρύσης με τον όγκο του νερού που μπαίνει στο βαρέλι; Δημιούργησε το κατάλληλο μοντέλο στο χώρο δημιουργίας μοντέλων. "



Δημιούργησε το μοντέλο, βάζοντας τις κατάλληλες σχέσεις και απάντησε στα παραπάνω ερωτήματα.

Σημείωσε τις αλλαγές που πρέπει να κάνεις στο μοντέλο σου σε κάθε περίπτωση.

Περίπτωση A:

Περίπτωση B:

- ✓ Ενεργοποίησε την εντολή που σχηματίζει τις "**ράβδους τιμών**" και παρατήρησε (στην περίπτωση A και στην περίπτωση B) την εξέλιξη του μοντέλου. Τι παρατηρείς;
- ✓ Ενεργοποίησε την εντολή που σχηματίζει τη **γραφική παράσταση** της συνάρτησης που συνδέει τα δύο μεγέθη και παρατήρησε (στην περίπτωση A και στην περίπτωση B) το σχήμα που σχηματίζεται. Τι έχεις να παρατηρήσεις για το σχήμα που σχηματίζεται;
- ✓ Ενεργοποίησε την εντολή που σχηματίζει τον **πίνακα αντίστοιχων τιμών** και παρατήρησε (στην περίπτωση A και στην περίπτωση B) τη σχέση ανάμεσα στις τιμές των δύο μεγεθών. Τι μπορείς να πεις για τα ζεύγη τιμών;

Στον πίνακα αντίστοιχων τιμών συμπλήρωσε τα παρακάτω ποσά (πίνακας 1):

Παροχή	Όγκος
3	7,5
5	12,5
6	16
8	20
9	22,5
11	29
14	35

Πίνακας 1

Παροχή	Όγκος

Πίνακας 2

ΕΡΩΤΗΜΑΤΑ

- ✓ Κάνε τη γραφική παράσταση που αντιστοιχεί σε αυτό τον πίνακα τιμών. Τι παρατηρείς;
- ✓ Ποια από τα ζεύγη τιμών δεν ανταποκρίνονται στην κατάσταση που μελετάς; Σημείωσε τα στον πίνακα 2.
- ✓ Υπολόγισε τον αριθμό με τον οποίο πρέπει να πολλαπλασιάσεις την πρώτη στήλη ώστε να προκύψει η δεύτερη στήλη του πίνακα.
- ✓ Διόρθωσε το πρώτο μέλος στον πίνακα 2 ώστε το ζεύγος να ανταποκρίνεται στην κατάσταση.

Θέμα μελέτης 3 : Δοκιμή μοντέλου «Ο χρόνος που γεμίζει το βαρέλι»

Μαθηματικά ΣΤ' Δημοτικού: Αντίστροφες Αναλογίες

"Μια **βρύση** τροφοδοτεί με νερό ένα **βαρέλι**. Εάν θέλω να γεμίσω το βαρέλι, ποια σχέση πιστεύεις ότι συνδέει το χρόνο που χρειάζεται για να γεμίσει το βαρέλι με την παροχή νερού της βρύσης; Δημιούργησε το κατάλληλο μοντέλο στο χώρο δημιουργίας μοντέλων."



Άνοιξε το αρχείο "Ο χρόνος που γεμίζει το βαρέλι". Έχεις τώρα ένα έτοιμο μοντέλο το οποίο πρέπει να διερευνήσεις. Πριν περάσεις στη διερεύνηση του μοντέλου, ας δούμε κάποια

- ✓ Τι πιστεύεις ότι θα γίνει εάν "ξεκινήσεις" το μοντέλο πατώντας το κατάλληλο πλήκτρο;
- ✓ Πιστεύεις ότι το μοντέλο είναι κατασκευασμένο "σωστά"; ΝΑΙ
ΟΧΙ

Ας δοκιμάσουμε τώρα να "εκτελέσουμε" το μοντέλο. Προσπάθησε τώρα να το "εκτελέσεις" βήμα - βήμα. Πιστεύεις ότι είναι πιο κατανοητή η συμπεριφορά του;

- ✓ Ενεργοποίησε την εντολή που σχηματίζει τις "**ράβδους τιμών**" και παρατήρησε την εξέλιξη του μοντέλου.
- ✓ Ενεργοποίησε την εντολή που σχηματίζει τον **πίνακα αντίστοιχων τιμών** και παρατήρησε (κάθε φορά) τη σχέση ανάμεσα στις τιμές των δύο μεγεθών.
- ✓ Ενεργοποίησε την εντολή που σχηματίζει τη **γραφική παράσταση** της συνάρτησης που συνδέει τα δύο μεγέθη και παρατήρησε (κάθε φορά) το σχήμα που σχηματίζεται.

Στον πίνακα αντίστοιχων τιμών συμπλήρωσε τα παρακάτω ποσά (Πίνακας 1):

Χρόνος	Παροχή
1	10
2	5
3	3,333
4	2,5
5	2
6	1,666
8	1,25

Πίνακας 1

ΕΡΩΤΗΜΑΤΑ

- ✓ Κάνε τη γραφική παράσταση που αντιστοιχεί σε αυτό τον πίνακα αντίστοιχων τιμών. Τι παρατηρείς;
- ✓ Ποια μαθηματική σχέση συνδέει την πρώτη με τη δεύτερη στήλη του πίνακα; (**Υπόδειξη:** πολλαπλασίασε μεταξύ τους τα ζεύγη αντίστοιχων τιμών. Τι παρατηρείς;)

Θέμα μελέτης 4 : Δημιουργία μοντέλου «Η οικοδομή»

Μαθηματικά ΣΤ΄ Δημοτικού: Αναλογίες και Αντίστροφες Αναλογίες

«Εργάτες δουλεύουν για το κτίσιμο ενός σπιτιού.

A. Ποια σχέση συνδέει τον αριθμό των εργατών με το έργο που θα εκτελέσουν σε σταθερό χρόνο (δηλαδή σε συγκεκριμένο χρονικό διάστημα);

B. Ποια σχέση συνδέει το χρόνο με έργο που θα εκτελέσουν συγκεκριμένοι εργάτες; Δημιούργησε το κατάλληλο μοντέλο στο χώρο δημιουργίας μοντέλων.»



Δημιούργησε το μοντέλο, βάζοντας τις κατάλληλες σχέσεις και απάντησε στα παραπάνω ερωτήματα.

Σημείωσε τις αλλαγές που πρέπει να κάνεις στο μοντέλο σου σε κάθε περίπτωση.

Περίπτωση A:

Περίπτωση B:

- ✓ Ενεργοποίησε την εντολή που σχηματίζει τις "**ράβδους τιμών**" και παρατήρησε (στην περίπτωση A και στην περίπτωση B) την εξέλιξη του μοντέλου. Τι παρατηρείς;
- ✓ Ενεργοποίησε την εντολή που σχηματίζει τη **γραφική παράσταση** της συνάρτησης που συνδέει τα δύο μεγέθη και παρατήρησε (στην περίπτωση A και στην περίπτωση B) το σχήμα που σχηματίζεται. Τι έχεις να παρατηρήσεις για το σχήμα που σχηματίζεται;
- ✓ Ενεργοποίησε την εντολή που σχηματίζει τον **πίνακα αντίστοιχων τιμών** και παρατήρησε (στην περίπτωση A και στην περίπτωση B) τη σχέση ανάμεσα στις τιμές των δύο μεγεθών. Τι μπορείς να πεις για τα ζεύγη τιμών;

Στον πίνακα αντίστοιχων τιμών συμπλήρωσε τα παρακάτω ποσά (πίνακας 1):

Εργάτες	Έργο
1	0,1
2	0,2
3	0,3
4	0,6
5	0,5
6	0,4
7	0,7

Πίνακας 1

Εργάτες	Έργο

Πίνακας 2

ΕΡΩΤΗΜΑΤΑ

- ✓ Κάνε τη γραφική παράσταση που αντιστοιχεί σε αυτό τον πίνακα τιμών. Τι παρατηρείς;
- ✓ Ποια από τα ζεύγη τιμών δεν ανταποκρίνονται στην κατάσταση που μελετάς; Σημείωσέ τα στον πίνακα 2.
- ✓ Υπολόγισε τον αριθμό με τον οποίο πρέπει να πολλαπλασιάσεις την πρώτη στήλη ώστε να προκύψει η δεύτερη στήλη του πίνακα.
- ✓ Διόρθωσε το πρώτο μέλος στον πίνακα 2 ώστε το ζεύγος να ανταποκρίνεται στην κατάσταση.

Θέμα μελέτης 5 : Δημιουργία μοντέλου «Η στέρνα και το βαρέλι»

Μαθηματικά ΣΤ΄ Δημοτικού: Αναλογίες και Αντίστροφες Αναλογίες



«Μια στέρνα με νερό τροφοδοτεί με τη βοήθεια μιας βρύσης ένα βαρέλι.

Περίπτωση Α. Ποια σχέση συνδέει τον **όγκο** του νερού που φεύγει από τη στέρνα με το **χρόνο** εάν η παροχή της βρύσης είναι σταθερή;

Περίπτωση Β. Ποια σχέση συνδέει τον **όγκο** του νερού που φεύγει από τη στέρνα με την **παροχή** της βρύσης σε ένα σταθερό χρονικό διάστημα;

Περίπτωση Γ. Ποια σχέση συνδέει τον **όγκο** του νερού που μπαίνει στο βαρέλι με το **χρόνο** εάν η παροχή της βρύσης είναι σταθερή; Δημιούργησε το μοντέλο στο χώρο δημιουργίας μοντέλων.»

Δημιούργησε το μοντέλο, βάζοντας τις κατάλληλες σχέσεις και απάντησε στη συνέχεια στα παραπάνω ερωτήματα. Σημείωσε τις αλλαγές που πρέπει να κάνεις στο μοντέλο σου.

Περίπτωση Α:

Περίπτωση Β:

Περίπτωση Γ:

- ✓ Ενεργοποίησε την εντολή που σχηματίζει τις "**ράβδους τιμών**" και παρατήρησε (και στις τρεις περιπτώσεις) την εξέλιξη του μοντέλου. Τι παρατηρείς;
- ✓ Ενεργοποίησε την εντολή που σχηματίζει τη **γραφική παράσταση** της συνάρτησης που συνδέει τα δύο μεγέθη και παρατήρησε (και στις τρεις περιπτώσεις) το σχήμα που σχηματίζεται. Τι έχεις να παρατηρήσεις για το σχήμα που σχηματίζεται;
- ✓ Ενεργοποίησε την εντολή που σχηματίζει τον **πίνακα αντίστοιχων τιμών** και παρατήρησε (και στις τρεις περιπτώσεις) τη σχέση ανάμεσα στις τιμές των δύο μεγεθών. Τι μπορείς να πεις για τα ζεύγη τιμών;

Στον πίνακα αντίστοιχων τιμών συμπλήρωσε τα παρακάτω ποσά (πίνακας 1):

Χρόνος	Όγκος νερού στέρνας	Όγκος νερού βαρέλι
10	20	10
12	24	
14	23	
16	32	

Πίνακας 1

Παροχή	Όγκος νερού στέρνας

Πίνακας 2

ΕΡΩΤΗΜΑΤΑ

- ✓ Κάνε τη γραφική παράσταση που αντιστοιχεί σε αυτό τον πίνακα τιμών (παροχή - όγκος νερού). Τι παρατηρείς;
- ✓ Ποια από τα ζεύγη τιμών δεν ανταποκρίνονται στην κατάσταση που μελετάς; Σημείωσέ τα στον πίνακα 2.
- ✓ Συμπλήρωσε τον όγκο νερού που μπαίνει στο βαρέλι.
- ✓ Διόρθωσε το πρώτο μέλος στον πίνακα 2 ώστε το ζεύγος να ανταποκρίνεται στην κατάσταση.

Μελέτη της Έννοιας της Αναλογίας

ΕΝΤΥΠΟ Β

ΟΔΗΓΟΣ ΟΡΓΑΝΩΣΗΣ ΤΗΣ ΔΙΔΑΣΚΑΛΙΑΣ

Βασίλης Κόμης

Μελέτη της Έννοιας της Αναλογίας

Μαθηματικά Ε' και ΣΤ' Δημοτικού (Ποσά ανάλογα)

Εισαγωγή

Στη θεματική αυτή ενότητα θα προσεγγιστεί η έννοια της αναλογίας στο πλαίσιο της διδασκαλίας των Μαθηματικών και στο Αναλυτικό Πρόγραμμα τους. Στη συνέχεια θα τεκμηριωθεί παιδαγωγικά και διδακτικά η προσέγγιση που υιοθετείται από το ΔΗΜΙΟΥΡΓΟΣ_ΜΟΝΤΕΛΩΝ και τέλος θα δοθούν οδηγίες και διδακτικές προσεγγίσεις για τα προτεινόμενα σενάρια όπως αυτά είναι οργανωμένα σε θέματα μελέτης στο τετράδιο του μαθητή.

Θέματα Μελέτης στο χώρο των αναλογιών

Στο ΔΗΜΙΟΥΡΓΟΣ_ΜΟΝΤΕΛΩΝ έχουν ενσωματωθεί θέματα μελέτης που περιστρέφονται γύρω από την έννοια της **αναλογίας**. Έχουν ως αφετηρία τους τα μαθηματικά της Ε' και ΣΤ' Δημοτικού αλλά και σε κάθε χώρο προβλημάτων που επιλύεται με εξισώσεις πρώτου βαθμού.

Σενάριο διερεύνησης

Θέμα μελέτης 1 : Δοκιμή μοντέλου «Το νερό στο βαρέλι»

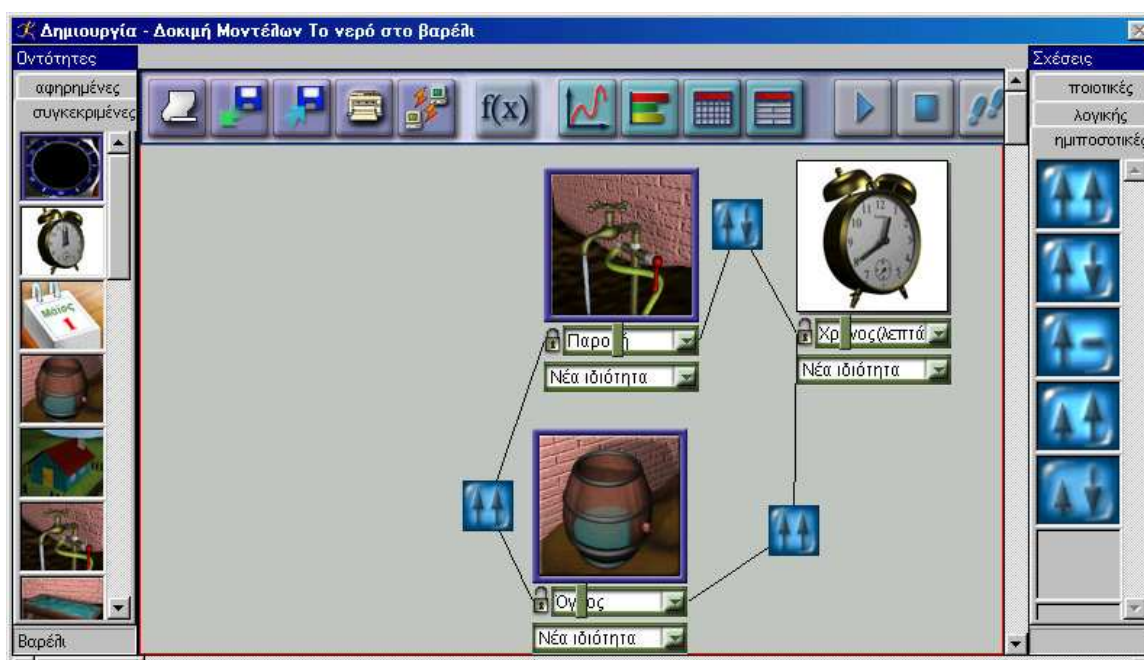
Γενικές παρατηρήσεις

- ♦ Εξοικείωση με το σενάριο, τα αντικείμενα, τις ιδιότητες και τις σχέσεις
- ♦ Διερεύνηση - δοκιμή ενός έτοιμου μοντέλου
- ♦ Σχέσεις αναλογίας
- ♦ "Εναλλακτικές" αναπαραστάσεις του μοντέλου (οι μαθητές συμφωνούν ή όχι με το έτοιμο μοντέλο)
- ♦ Εξοικείωση με τις εναλλακτικές μορφές παράστασης μοντέλου (πίνακας τιμών, ραβδόγραμμα, γραφική παράσταση)

Διδακτικοί στόχοι

- ✓ Διαισθητική προσέγγιση της έννοιας της αναλογίας
- ✓ Οπτική αναγνώριση (στο χώρο του λογισμικού) δύο ανάλογων ποσών
- ✓ Αντιμέτωπιση ενός απλού προβλήματος καθημερινής ζωής
- ✓ Κατανόηση της έννοιας "πίνακας αντίστοιχων τιμών"
- ✓ Προσέγγιση της έννοιας του "λόγου της αναλογίας"
- ✓ Συσχέτιση αναλογίας και γραφικής αναπαράστασης της αναλογικής σχέσης (ευθεία)

Στο παρακάτω σχήμα (σχήμα 1) παρουσιάζεται το πλήρες μοντέλο. Έχουμε όλα τα αντικείμενα που απαρτίζουν το μοντέλο, συνδεδεμένα με τις κατάλληλες σχέσεις, ενώ η ιδιότητα "παροχή" της βρύσης είναι κλειδωμένη.



Σχήμα 1: Το έτοιμο μοντέλο Το νερό στο βαρέλι

Σχόλια

Προαπαιτούμενη γνώση στο στάδιο αυτό θεωρείται η εξοικείωση με το περιβάλλον του ΔΗΜΙΟΥΡΓΟΥ_ΜΟΝΤΕΛΩΝ δηλαδή η εισαγωγή αντικειμένων, ο καθορισμός ιδιοτήτων και η σύνδεση με σχέσεις. Είναι επίσης χρήσιμο οι μαθητές να μπορούν να χρησιμοποιούν τις εναλλακτικές αναπαραστάσεις (γράφημα, ραβδόγραμμα, πίνακας τιμών).

Στο παρόν σενάριο καλούνται οι μαθητές να διερευνήσουν ένα ήδη έτοιμο μοντέλο. Δοκιμάζοντας το μοντέλο γίνεται μια εισαγωγή στο θέμα και οι μαθητές εξοικειώνονται με τις έννοιες της δοκιμής ενός μοντέλου και των εναλλακτικών αναπαραστάσεων. Ταυτόχρονα αποφαινόμενοι για τη συμπεριφορά ενός έτοιμου μοντέλου και αιτιολογούν διαισθητικά την άποψή τους.

Στην περίπτωση που κάποιοι μαθητές αποφανθούν ότι το έτοιμο μοντέλο δεν είναι "σωστό" πρέπει να τεθούν ερωτήματα που αφορούν τόσο το σχεδιασμό του (αντικείμενα, ιδιότητες και σχέσεις μεταξύ ιδιοτήτων) όσο και τη συμπεριφορά των επιμέρους αντικειμένων που το συνθέτουν. Με τον τρόπο αυτό διαπιστώνονται οι αρχικές "αναπαραστάσεις" των μαθητών αυτών πάνω στο συγκεκριμένο πρόβλημα μοντελοποίησης.

Η εκτέλεση του μοντέλου "βήμα - βήμα" και η ταυτόχρονη αναπαράσταση του πίνακα αντίστοιχων τιμών (ή και των άλλων εναλλακτικών αναπαραστάσεων) μπορεί να βοηθήσει ιδιαίτερα τους μαθητές στο να κατανοήσουν την εξέλιξη του μοντέλου αλλά και να συνδέσουν την "πραγματική" κατάσταση με τις εναλλακτικές αναπαραστάσεις.

Επίσης μπορούν να τεθούν ερωτήματα του τύπου "τι θα γινόταν εάν..." πάνω στις σχέσεις και τις ιδιότητες που προτείνουν εναλλακτικά οι μαθητές πριν τροποποιήσουν το μοντέλο.

Σενάριο έκφρασης

Θέμα μελέτης 2 : Δημιουργία μοντέλου «Η βρύση και το βαρέλι»

Γενικές παρατηρήσεις

- ◆ Κατανόηση προβλήματος
- ◆ Προσδιορισμός αντικειμένων, ιδιοτήτων και σχέσεων
- ◆ Δημιουργία - διερεύνηση - δοκιμή μοντέλου
- ◆ "Εναλλακτικές" αναπαραστάσεις του μοντέλου
- ◆ Σχέσεις αναλογίας
- ◆ Εξοικείωση με τις εναλλακτικές μορφές παράστασης μοντέλου (πίνακας τιμών, ραβδόγραμμα, γραφική παράσταση)

Διδακτικοί στόχοι

- ✓ Διαισθητική προσέγγιση της έννοιας της αναλογίας
- ✓ Γραφική αναπαράσταση δύο ανάλογων ποσών
- ✓ Αντιμετώπιση ενός απλού προβλήματος καθημερινής ζωής
- ✓ Γραφική συσχέτιση δύο μεταβλητών με σχέση αναλογίας
- ✓ Δημιουργία μοντέλου
- ✓ Τροποποίηση μοντέλου
- ✓ Κατανόηση της έννοιας "πίνακας αντίστοιχων τιμών" (με τροποποίηση πίνακα)
- ✓ Κατανόηση της έννοιας του "λόγου της αναλογίας"
- ✓ Συσχέτιση αναλογίας και γραφικής αναπαράστασης της αναλογικής σχέσης (ευθεία)
- ✓ Συσχέτιση πίνακα τιμών και γραφικής παράστασης
- ✓ Συσχέτιση πίνακα τιμών και ραβδογράμματος

Σχόλια

Στο σενάριο αυτό καλούνται οι μαθητές να δημιουργήσουν ένα μοντέλο στο χώρο των αναλογιών. Δοκιμάζοντας το μοντέλο που έχουν δημιουργήσει μπορούν να κάνουν κάποιες διαπιστώσεις για τη συμπεριφορά του. Ταυτόχρονα αιτιολογούν διαισθητικά την άποψή τους και εκφράζουν γνώμη για τα μοντέλα των άλλων ομάδων μαθητών.

Η δυσκολία στο πρόβλημα αυτό συνίσταται σε μεγάλο βαθμό στο να εντοπίσουν οι μαθητές την ανάγκη χρήση χρονομέτρου ή ρολογιού για να μετρηθεί χρόνος.

Στην περίπτωση που κάποιοι μαθητές αποφανθούν ότι το μοντέλο κάποιας άλλης ομάδας δεν είναι "σωστό" πρέπει να τεθούν ερωτήματα που αφορούν τόσο το σχεδιασμό του (αντικείμενα, ιδιότητες και σχέσεις μεταξύ ιδιοτήτων) όσο και τη συμπεριφορά των επιμέρους αντικειμένων που το συνθέτουν.

Με τον τρόπο αυτό διαπιστώνονται οι αρχικές "αναπαραστάσεις" των μαθητών αυτών πάνω στο συγκεκριμένο πρόβλημα μοντελοποίησης αλλά και ο τρόπος κατανόησης και αναπαράστασης των μοντέλων των άλλων ομάδων μαθητών.

Επίσης μπορούν να τεθούν ερωτήματα του τύπου "τι θα γινόταν εάν..." πάνω στις σχέσεις και τις ιδιότητες που προτείνουν εναλλακτικά οι μαθητές πριν τροποποιήσουν το μοντέλο τους σε περίπτωση που αποφανθούν ότι δεν λειτουργεί "σωστά".

Η σύγκριση δύο εναλλακτικών μοντέλων μιας ομάδας πάνω στο ίδιο πρόβλημα καθώς και η καταγραφή των αλλαγών που γίνονται στο μοντέλο συνιστά βασική γνωστική βοήθεια για τους μαθητές στην προσπάθεια έκφρασης του μοντέλου τους.

Ειδικές Παρατηρήσεις

Στο συγκεκριμένο θέμα μελέτης τίθενται δύο κύρια ερωτήματα στους μαθητές (Περίπτωση Α και Περίπτωση Β).

Το πρώτο ερώτημα συνιστά ένα σύνηθες μοντέλο με εξέλιξη μέσα στο χρόνο. Σε κάθε φάση της εξέλιξης του μοντέλου παρατηρούμε διαφορετικά χρονικά στιγμιότυπα, γεγονός που συνάδει με την άμεση εποπτεία.

Το δεύτερο ερώτημα αφορά την εξέλιξη του μοντέλου μέσα σε ένα συγκεκριμένο (σταθερό) χρονικό διάστημα οπότε δεν υπάρχει άμεση σχέση με αυτό που συμβαίνει όταν παρατηρούμε ένα φαινόμενο ή συμπεριφορά του οποίου εξελίσσεται μέσα στο χρόνο. Συνεπώς κάθε φάση της εξέλιξης του μοντέλου συνιστά ένα "**στιγμιότυπο**" του μοντέλου: παρατηρώ τι θα είχε συμβεί σε σταθερό χρόνο (δηλαδή με το πέρας ενός σταθερού χρονικού διαστήματος) εάν είχα άλλες αρχικές τιμές στην παροχή της βρύσης ή στον όγκο του νερού που μπαίνει στο βαρέλι.

Αναλυτική υλοποίηση του μοντέλου

Δημιουργία μοντέλου

1ο βήμα - επιλογή αντικειμένων

Στο χώρο δημιουργίας - δοκιμής μοντέλων τοποθετούμε (επιλέγοντάς τα με απλό κλικ από το παράθυρο οντοτήτων και τραβώντας τα στο χώρο εργασίας) τα τρία αντικείμενα του μοντέλου μας: βαρέλι, βρύση, ρολόι (σχήμα 2).



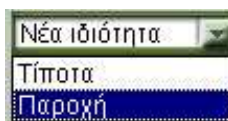
Σχήμα 2: Επιλογή αντικειμένων

2ο βήμα - καθορισμός ιδιοτήτων

Για κάθε αντικείμενο προσδιορίζουμε την κατάλληλη ιδιότητα, κάνοντας κλικ στο κουμπί του πλαισίου "Νέα ιδιότητα":



και επιλέγοντας με το ποντίκι την κατάλληλη ιδιότητα:



3ο βήμα - σύνδεση ιδιοτήτων με σχέσεις

Στη συνέχεια, επιλέγουμε τις κατάλληλες σχέσεις και συνδέουμε ανά δύο μεταξύ τους τις ιδιότητες των αντικειμένων.

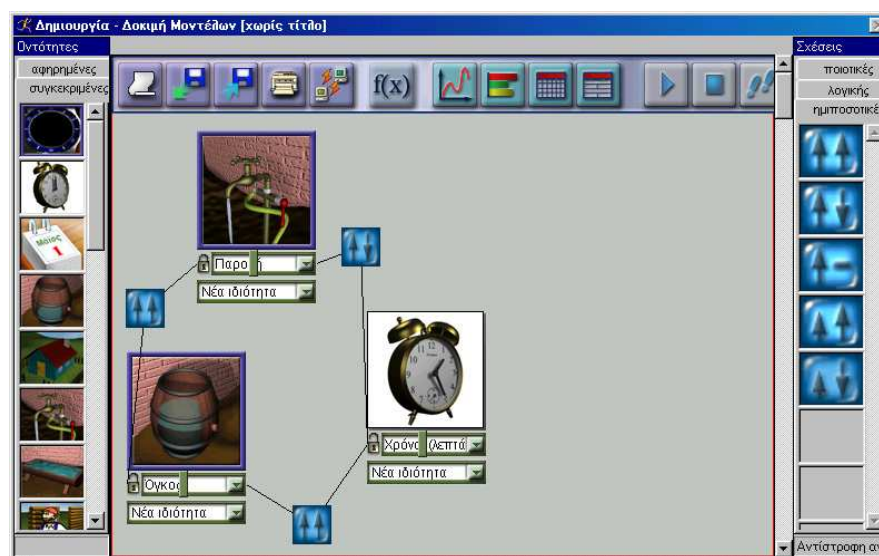
4ο βήμα - κλείδωμα ιδιοτήτων

Αφού οι ιδιότητες συνδεθούν μεταξύ τους με τις κατάλληλες σχέσεις, "κλειδώνουμε" αυτές που δεν μεταβάλλονται σε αυτή τη μορφή του μοντέλου. Στην περίπτωση μας πρόκειται για την ιδιότητα "παροχή" της βρύσης. Το κλείδωμα γίνεται με κλικ πάνω στο λουκέτο της ιδιότητας. Το λουκέτο ανοίγει πάλι κάνοντας κλικ πάνω σε αυτό.



Τελική μορφή μοντέλου - "εναλλακτικά" μοντέλα

Στην τελική του μορφή το μοντέλο παρουσιάζεται στο παρακάτω σχήμα (σχήμα 3). Είναι δυνατόν, όταν οι μαθητές δημιουργούν τα δικά τους μοντέλα, να έχουμε "εναλλακτικά μοντέλα". Πιο συνηθισμένη περίπτωση είναι αυτή με το μοντέλο που περιέχει δύο μόνο αντικείμενα, όπως βρύση - βαρέλι (δεν λαμβάνεται υπόψη ο χρόνος) βαρέλι - ρολόι (δεν λαμβάνεται υπόψη η παροχή, αφού θεωρείται σταθερή). Στην πρώτη περίπτωση έχουμε ένα μοντέλο το οποίο δεν απαντά στο πρόβλημά μας ενώ στη δεύτερη έχουμε ένα ημιτελές μοντέλο το οποίο εντούτοις μπορεί να απαντήσει εν μέρει στο θέμα μελέτης (σχέση χρόνου - όγκου).



Σχήμα 3: Τελική μορφή του μοντέλου

Δοκιμή μοντέλου

1η φάση - σταδιακή εκτέλεση (βήμα - βήμα)

Όταν το μοντέλο είναι έτοιμο, μπορούμε να το "εκτελέσουμε", να το προσομοιώσουμε δηλαδή, ώστε να παρατηρήσουμε τη συμπεριφορά του. Κρίνεται σκόπιμο την πρώτη φορά να δοκιμάσουμε το μοντέλο χρησιμοποιώντας την εντολή *Βήμα – Βήμα*, κάνοντας κλικ στο πλήκτρο **Βήμα – Βήμα**.

2η φάση - χειροκίνητη εκτέλεση (ή με άμεσο χειρισμό)

Στη συνέχεια μπορούμε να ελέγξουμε τη συμπεριφορά του μοντέλου χρησιμοποιώντας το μεταβολέα κάποιας ιδιότητας (κάνοντας κλικ και τράβηγμα με το ποντίκι). Με τη χρήση του μεταβολέα μπορούμε να ελαττώσουμε την τιμή της ιδιότητας, γεγονός που δεν είναι εφικτό με κανονική εκτέλεση ή με εκτέλεση βήμα - βήμα. Έχουμε επίσης άμεσο χειρισμό του μοντέλου.

3η φάση - κανονική εκτέλεση

Η κανονική εκτέλεση του μοντέλου γίνεται από το χειριστήριο πατώντας το πλήκτρο **Εκτέλεση** και σταματά με το πλήκτρο **Σταμάτημα**.

Εναλλακτικές αναπαραστάσεις του μοντέλου

Για την ορθή και πλήρη κατανόηση του μοντέλου μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε εναλλακτικές αναπαραστάσεις όπως ραβδογράμματα, πίνακες τιμών και γραφικές παραστάσεις, κάνοντας χρήση των αντίστοιχων πλήκτρων.

Η χρήση αυτών των αναπαραστάσεων μπορεί να γίνει είτε χωριστά είτε και ταυτόχρονα (σε διαφορετικά παράθυρα). Στην πιο σύνθετη περίπτωση μπορούμε να έχουμε την προσομοίωση της πραγματικής κατάστασης του μοντέλου και τις τρεις προηγούμενες αναπαραστάσεις (ραβδογράμματα, πίνακας τιμών και γραφική παράσταση).

Σενάριο διερεύνησης (προαιρετικό για αντίστροφη αναλογία)

Θέμα μελέτης 3 : Δοκιμή μοντέλου «Ο χρόνος που γεμίζει το βαρέλι»

Γενικές παρατηρήσεις

- ◆ Κατανόηση προβλήματος
- ◆ Διερεύνηση μοντέλου
- ◆ "Εναλλακτικές" αναπαραστάσεις του μοντέλου
- ◆ Σχέσεις αντιστρόφου αναλογίας
- ◆ Εξοικείωση με τις εναλλακτικές μορφές παράστασης μοντέλου (πίνακας τιμών, ραβδόγραμμα, γραφική παράσταση)
- ◆ Πιθανός προσδιορισμός ορίων εγκυρότητας του μοντέλου (μοντέλο ομάδας, μοντέλο άλλων ομάδων)

Διδακτικοί στόχοι

- ✓ Διαισθητική προσέγγιση της έννοιας της αντίστροφου αναλογίας
- ✓ Οπτική αναπαράσταση δύο αντιστρόφων ανάλογων ποσών

- ✓ Αντιμετώπιση ενός απλού προβλήματος καθημερινής ζωής
- ✓ Γραφική συσχέτιση δύο μεταβλητών με σχέση αναλογίας και σχέση αντιστρόφου αναλογίας
- ✓ Συσχέτιση αναλογίας και γραφικής αναπαράστασης της αντιστρόφως αναλογικής σχέσης.

Σχόλια

Στο παρόν σενάριο οι μαθητές καλούνται να διερευνήσουν ένα ήδη έτοιμο μοντέλο. Το μοντέλο αυτό τους εισαγάγει με ποιοτικό τρόπο στην έννοια της αντίστροφης αναλογίας. Δοκιμάζοντας το μοντέλο γίνεται μια εισαγωγή στο θέμα και οι μαθητές εξοικειώνονται με τις έννοιες της δοκιμής ενός μοντέλου και των εναλλακτικών αναπαραστάσεων. Ταυτόχρονα αποφαίνονται για τη συμπεριφορά ενός έτοιμου μοντέλου και αιτιολογούν διαισθητικά την άποψή τους.

Το συγκεκριμένο σενάριο μπορεί να μελετηθεί προαιρετικά και μόνο εάν θεωρηθεί σκόπιμο ότι οι μαθητές είναι σε θέση να παρακολουθήσουν τον αντίστοιχο συλλογισμό.

Μπορούν να ερωτημάτων του τύπου "τι θα γινόταν εάν..." πάνω στις σχέσεις και τις ιδιότητες που προτείνουν εναλλακτικά οι μαθητές πριν τροποποιήσουν το μοντέλο.

Ειδικές Παρατηρήσεις

Το συγκεκριμένο θέμα μελέτης συνιστά μια εισαγωγή (δεν προβλέπεται από το Α.Π. των Μαθηματικών) στην έννοια της αντίστροφης αναλογίας.

Τίθεται ένα βασικό ερώτημα στους μαθητές οι οποίοι πρέπει να κάνουν τη διαπίστωση ότι ο όγκος του νερού είναι σταθερός. Το μοντέλο εξελίσσεται μέσα στο χρόνο και παρατηρούμε συνεπώς διαφορετικά χρονικά στιγμιότυπα της εξέλιξής του.

Με άμεσο χειρισμό του μοντέλου (χρησιμοποιώντας τον μεταβολέα των τιμών των ιδιοτήτων) οι μαθητές μπορούν να παρατηρήσουν πιο εύκολα τη συμπεριφορά του μοντέλου.

Σενάρια έκφρασης

Θέμα μελέτης 4 : Δημιουργία μοντέλου «Η οικοδομή»

Γενικές παρατηρήσεις

- ◆ Κατανόηση προβλήματος
- ◆ Προσδιορισμός αντικειμένων, ιδιοτήτων και σχέσεων
- ◆ Δημιουργία - διερεύνηση - δοκιμή μοντέλου

- ◆ "Εναλλακτικές" αναπαραστάσεις του μοντέλου
- ◆ Σχέσεις αναλογίας
- ◆ Εξοικείωση με τις εναλλακτικές μορφές παράστασης μοντέλου (πίνακας τιμών, ραβδόγραμμα, γραφική παράσταση)

Διδακτικοί στόχοι

- ✓ Διαισθητική προσέγγιση της έννοιας της αναλογίας
- ✓ Αντιμέτωπιση ενός απλού προβλήματος καθημερινής ζωής
- ✓ Γραφική συσχέτιση δύο μεταβλητών με σχέση αναλογίας
- ✓ Δημιουργία μοντέλου
- ✓ Τροποποίηση μοντέλου
- ✓ Κατανόηση λόγου αναλογίας
- ✓ Κατανόηση της έννοιας "πίνακας αντίστοιχων τιμών" (με τροποποίηση πίνακα)
- ✓ Κατανόηση της έννοιας του "λόγου της αναλογίας"
- ✓ Συσχέτιση αναλογίας και γραφικής αναπαράστασης της αναλογικής σχέσης (ευθεία)
- ✓ Συσχέτιση πίνακα τιμών και γραφικής παράστασης
- ✓ Συσχέτιση πίνακα τιμών και ραβδογράμματος

Σχόλια

Στο σενάριο αυτό καλούνται οι μαθητές να δημιουργήσουν ένα μοντέλο στο χώρο των αναλογιών. Δοκιμάζοντας το μοντέλο που έχουν δημιουργήσει μπορούν να κάνουν κάποιες διαπιστώσεις για τα όρια εγκυρότητάς του. Ταυτόχρονα αποφαινόνται για τη συμπεριφορά ενός μοντέλου, αιτιολογούν διαισθητικά την άποψή τους και εκφράζουν γνώμη για τα μοντέλα των άλλων ομάδων μαθητών.

Ειδικές Παρατηρήσεις

Στο συγκεκριμένο θέμα μελέτης τίθενται δύο κύρια ερωτήματα στους μαθητές (Περίπτωση Α και Περίπτωση Β).

Το πρώτο ερώτημα αφορά την εξέλιξη του μοντέλου μέσα σε ένα συγκεκριμένο (σταθερό) χρονικό διάστημα οπότε δεν υπάρχει άμεση σχέση με αυτό που συμβαίνει όταν παρατηρούμε ένα φαινόμενο η συμπεριφορά του οποίου εξελίσσεται μέσα στο χρόνο. Συνεπώς κάθε φάση της εξέλιξης του μοντέλου συνιστά ένα "**στιγμιότυπο**" του μοντέλου: παρατηρώ τι θα είχε συμβεί σε σταθερό χρόνο.

Το δεύτερο ερώτημα συνιστά ένα σύνθετο μοντέλο με εξέλιξη μέσα στο χρόνο. Σε κάθε φάση της εξέλιξης του μοντέλου παρατηρούμε διαφορετικά χρονικά στιγμιότυπα, γεγονός που συνάδει με την άμεση εποπτεία.

Θέμα μελέτης 5 : Δημιουργία μοντέλου «Η στέρνα και το βαρέλι»

Γενικές παρατηρήσεις

- ◆ Κατανόηση προβλήματος
- ◆ Μοντέλα με περισσότερα από τρία αντικείμενα
- ◆ Προσδιορισμός αντικειμένων, ιδιοτήτων και σχέσεων
- ◆ Δημιουργία - διερεύνηση - δοκιμή μοντέλου
- ◆ "Εναλλακτικές" αναπαραστάσεις του μοντέλου
- ◆ Σχέσεις αναλογίας
- ◆ Συζήτηση για τα μοντέλα των άλλων ομάδων μαθητών
- ◆ Πιθανός προσδιορισμός ορίων εγκυρότητας του μοντέλου (μοντέλο ομάδας, μοντέλο άλλων ομάδων)

Διδακτικοί στόχοι

- ✓ Διαισθητική προσέγγιση της έννοιας της αναλογίας
- ✓ Οπτική αναπαράσταση δύο ανάλογων ποσών
- ✓ Αντιμετώπιση ενός απλού προβλήματος καθημερινής ζωής
- ✓ Γραφική συσχέτιση δύο μεταβλητών με σχέση αναλογίας
- ✓ Δημιουργία μοντέλου με πολλά αντικείμενα
- ✓ Τροποποίηση μοντέλου
- ✓ Κατανόηση λόγου αναλογίας
- ✓ Κατανόηση της έννοιας "πίνακας αντίστοιχων τιμών" (με τροποποίηση πίνακα)
- ✓ Κατανόηση της έννοιας του "λόγου της αναλογίας"
- ✓ Συσχέτιση αναλογίας και γραφικής αναπαράστασης της αναλογικής σχέσης (ευθεία)

Σχόλια

Γίνεται εισαγωγή σε μοντέλα με περισσότερα από τρία αντικείμενα. Στο σενάριο αυτό καλούνται οι μαθητές να δημιουργήσουν το μοντέλο στο χώρο των αναλογιών με πολλά σχετικά αντικείμενα και ιδιότητες.

Μπορούν να τεθούν ερωτήματα του τύπου "τι θα γινόταν εάν..." πάνω στις σχέσεις και τις ιδιότητες που προτείνουν εναλλακτικά οι μαθητές πριν τροποποιήσουν το μοντέλο.

Η σύγκριση δύο εναλλακτικών μοντέλων μιας ομάδας πάνω στο ίδιο πρόβλημα καθώς και η καταγραφή των αλλαγών που γίνονται στο μοντέλο συνιστά βασική γνωστική βοήθεια για τους μαθητές στην προσπάθεια έκφρασης του μοντέλου τους.

Ειδικές Παρατηρήσεις

Η στέρνα (ως αντικείμενο) σε αντίθεση από το βαρέλι αδειάζει όταν ο μεταβολέας της ιδιότητας "όγκος" κινείται προς τα δεξιά.

Στο συγκεκριμένο θέμα μελέτης τίθενται τρία κύρια ερωτήματα στους μαθητές.

Το πρώτο και το τρίτο ερώτημα αφορούν μοντέλο που εξελίσσεται μέσα στο χρόνο. Σε κάθε φάση της εξέλιξης του μοντέλου παρατηρούμε διαφορετικά χρονικά στιγμιότυπα, γεγονός που συνάδει με την άμεση εποπτεία.

Το δεύτερο ερώτημα αφορά την εξέλιξη του μοντέλου μέσα σε ένα συγκεκριμένο (σταθερό) χρονικό διάστημα οπότε δεν υπάρχει άμεση σχέση με αυτό που συμβαίνει όταν παρατηρούμε ένα φαινόμενο ή συμπεριφορά του οποίου εξελίσσεται μέσα στο χρόνο. Συνεπώς κάθε φάση της εξέλιξης του μοντέλου συνιστά ένα "**στιγμιότυπο**" του μοντέλου: παρατηρώ τι θα είχε συμβεί σε σταθερό χρόνο.

Μελέτη της Έννοιας της Αναλογίας

ΕΝΤΥΠΟ Γ

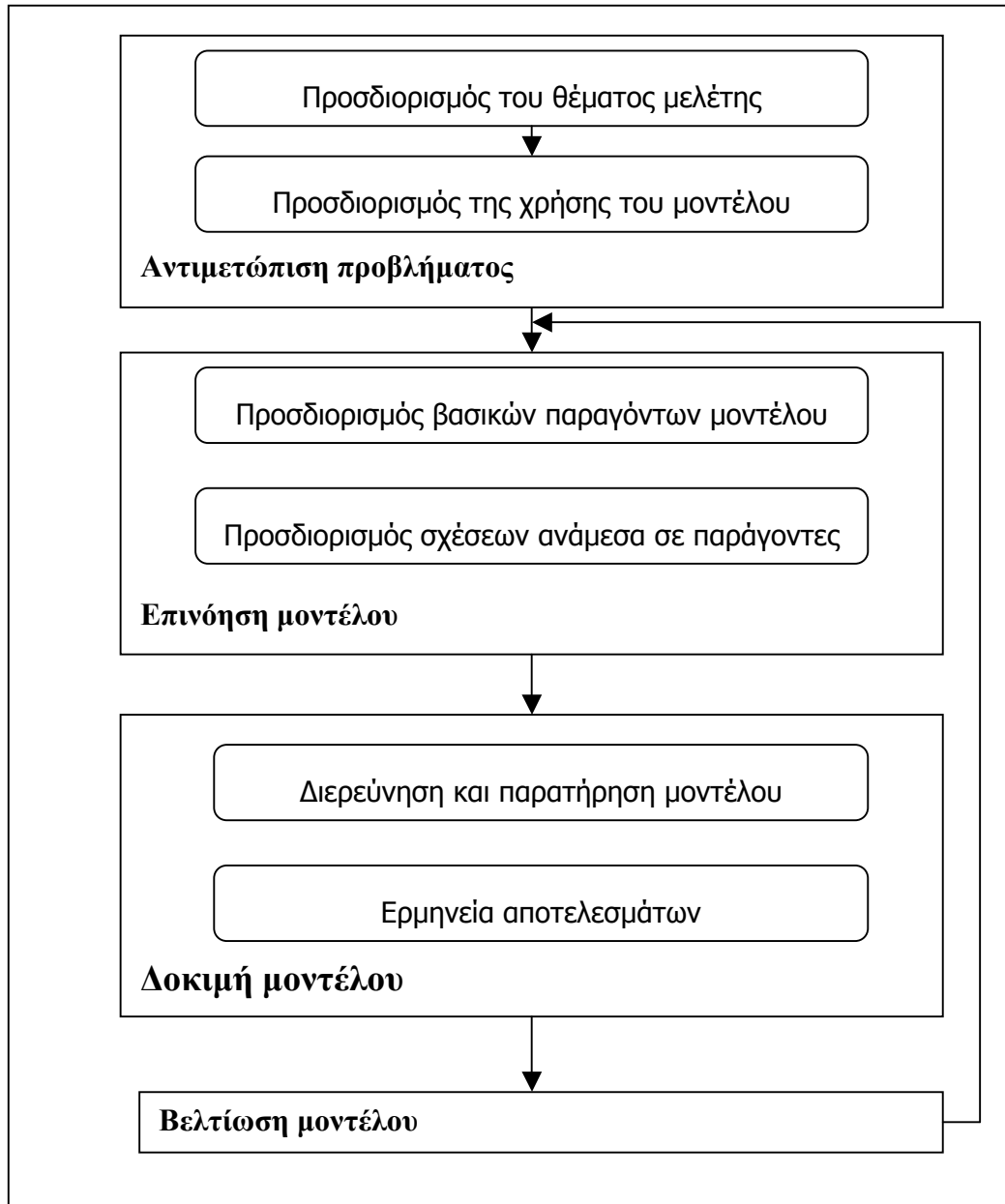
ΠΡΟΤΑΣΕΙΣ – ΥΠΟΔΕΙΞΕΙΣ ΕΠΙΜΟΡΦΩΣΗΣ

Βασίλης Κόμης

Η έννοια της Μοντελοποίησης

Τι είναι μοντελοποίηση;

Μοντελοποίηση είναι η διαδικασία της επινόησης και της δοκιμής ενός μοντέλου. Η διάθεση του ανθρώπου να κατασκευάζει μοντέλα είναι πολύ παλιά, αρχίζει από τη στιγμή που οι πρωτόγονοι άνθρωποι δημιούργησαν μαγικά ομοιώματα για να εξευμενίζουν τους θεούς τους και φτάνει μέχρι στις μέρες μας, τόσο με το παιχνίδι των παιδιών στην πρώτη κιόλας παιδική ηλικία όσο και με τα μοντέλα που επινοούνται στα επιστημονικά εργαστήρια.



Σχήμα1: διαδικασία μοντελοποίησης

Η διαδικασία μοντελοποίησης, ανεξάρτητα από το είδος των μοντέλων τα οποία επινοεί, είναι σχεδόν συγκεκριμένη και περιλαμβάνει στη πλήρη της

μορφή ορισμένα στάδια (Σχήμα 1), που είναι λιγότερο ή περισσότερο διακριτά:

1. **Αντιμετώπιση προβλήματος**, όπου πρέπει να γίνει προσδιορισμός του θέματος, της κατάστασης ή του προβλήματος που θέλουμε να μοντελοποιήσουμε, καθώς και του σκοπού για τον οποίο επινοούμε το μοντέλο (για να εξηγήσουμε κάτι, να προβλέψουμε, ή να αναπαραστήσουμε).
2. **Επινόηση του μοντέλου** για την οποία απαιτείται:
 - ♦ αρχικά, η μελέτη και η απόφαση για το ποιοι είναι οι βασικοί παράγοντες του μοντέλου και πως θα απλοποιησουμε την πραγματικότητα, και
 - ♦ στη συνέχεια, ο καθορισμός των σχέσεων ανάμεσα στις συνιστώσες του μοντέλου.
3. **Δοκιμή** της καταλληλότητας του **μοντέλου** (η οποία γίνεται είτε μελετώντας τη συμπεριφορά του μέσω προσομοίωσης, είτε εφαρμόζοντας άλλες μεθόδους), και ερμηνεία των αποτελεσμάτων.
4. **Βελτίωση του μοντέλου**, που είναι σχεδόν πάντα απαραίτητη, και συνήθως γίνεται με επανάληψη των δύο προηγούμενων βασικών σταδίων.

Παρουσιάζονται στη συνέχεια, τα βασικά χαρακτηριστικά κάθε ενός από τα στάδια της μοντελοποίησης, καθώς και ορισμένα ερωτήματα που είναι χρήσιμο να τα θέτουμε κατά τη διάρκεια της διαδικασίας αυτής.

Μελέτη της έννοιας της Αναλογίας με λογισμικό μοντελοποίησης

Εισαγωγή

Στη θεματική αυτή ενότητα θα προσεγγιστεί η έννοια της αναλογίας στο πλαίσιο της διδασκαλίας των Μαθηματικών και στο Αναλυτικό Πρόγραμμα τους. Στη συνέχεια θα τεκμηριωθεί παιδαγωγικά και διδακτικά η προσέγγιση που υιοθετείται από το ΔΗΜΙΟΥΡΓΟΣ_ΜΟΝΤΕΛΩΝ και τέλος θα δοθούν οδηγίες και διδακτικές προσεγγίσεις για τα προτεινόμενα σενάρια όπως αυτά είναι οργανωμένα σε θέματα μελέτης στα φύλλα εργασίας του μαθητή.

Σχετικά με την αναλογία

Η **έννοια της αναλογίας** καταλαμβάνει σημαντική θέση στη διδασκαλία τόσο των μαθηματικών όσο και των επιστημών γενικότερα. Στο Δημοτικό σχολείο σχετίζεται με τις έννοιες του πολλαπλασιασμού και της διαίρεσης. Στο Γυμνάσιο και το Λύκειο επιτρέπει να περιγραφούν διάφορες σχέσεις ανάμεσα σε φυσικά μεγέθη (μαθηματικά, φυσική κλπ.). Παίζει επίσης σημαντικό ρόλο στην καθημερινή ζωή και απαντάται σε πάρα πολλά προβλήματα.

Η πολυπλοκότητα της διδασκαλίας της έννοιας κρύβεται πίσω από ένα **αριθμητικό μοντέλο** ιδιαίτερα απλό ($y=ax$, $y=a/x$) το οποίο επιτρέπει σε όποιον χειρίζεται σωστά τους πραγματικούς αριθμούς να λύσει κάθε πρόβλημα αναλογιών.

Η προσέγγιση των αναλογιών αποτελεί ένα ιδιαίτερα ενδιαφέρον ζήτημα τόσο στο χώρο της Διδακτικής των Μαθηματικών όσο και της Γνωσιακής Ψυχολογίας. Η κατανόηση της αναλογίας συνιστά πρόκληση στη διδασκαλία των Μαθηματικών, αφού πάνω σε αυτήν στηρίζονται σημαντικές έννοιες και τρόποι μαθηματικού συλλογισμού. Συνιστά όμως πρόκληση και από πρακτική άποψη, αφού πάρα πολλά προβλήματα της καθημερινής ζωής είναι προβλήματα που εμπλέκουν στον ένα ή στον άλλο βαθμό συλλογισμούς με αναφορές στην αναλογία.

Στα πλαίσια της διδασκαλίας των Μαθηματικών απαντώνται δύο κύριες προσεγγίσεις της αναλογίας:

- ✓ ως ένας **τρόπος θεμελιώδους συλλογισμού**
- ✓ ως μια **σημαντική έννοια**

Στην πρώτη περίπτωση, δύο είναι οι χρησιμοποιούμενες ιδέες:

- Η αναλογία ως μια ισότητα ανάμεσα σε δύο λόγους.
- Η επίλυση προβλημάτων στις αναλογίες υλοποιείται με τη χρήση τεχνικών συλλογισμού όπως η απλή μέθοδος των τριών.

Στη δεύτερη περίπτωση, η κατανόηση της αναλογίας βασίζεται στη μαθηματική έννοια: αυτή της γραμμικής συνάρτησης $\psi=ax$. Η περίπτωση αυτή αποτελεί και μια ριζική αλλαγή στον τρόπο διδασκαλίας των αναλογιών που ξεκίνησε κατά τη δεκαετία του εξήντα.

Τόσο η πρώτη προσέγγιση (που δεν αντιμετωπίζει όλα τα προβλήματα αναλογιών) όσο και η δεύτερη δεν αποτελούν λύση στη διδασκαλία των αναλογιών, κυρίως όταν πρόκειται για επίλυση προβλημάτων και όχι για εφαρμογή σε απλές ασκήσεις. Από τη βιβλιογραφία φαίνεται ότι οι μαθητές εξακολουθούν να έχουν δυσκολίες στην επίλυση προβλημάτων με αναλογίες ακόμα κι αν χειρίζονται με ευχέρεια τις γραμμικές συναρτήσεις.

Αναλογίες και Αναλυτικό Πρόγραμμα

Η έννοια της αναλογίας παρουσιάζεται από πολύ νωρίς στο Αναλυτικό Πρόγραμμα (Α.Π.) των Μαθηματικών. Ήδη στην Πέμπτη και την Έκτη Δημοτικού γίνεται αναφορά για τα ποσά ανάλογα (και συνακόλουθα στις έννοιες του λόγου και των ποσοστών).

Η έννοια της αναλογίας διαπερνά εγκάρσια το Α.Π. των Μαθηματικών στο Γυμνάσιο και συνδέεται με πολλές άλλες σπουδαιές έννοιες, όπως της συνάρτησης, του μερισμού, της κλίμακας, κλπ. Αλλά και στα νέα Α.Π., όπως διατυπώθηκαν από τη Θεματική Επιτροπή Μαθηματικών του Παιδαγωγικού

Ινστιτούτου (Δεκέμβριος 1997) η έννοια της αναλογίας καταλαμβάνει σημαντική θέση.

Οι αναλογίες στο δημοτικό σχολείο

ΤΑΞΗ Ε' (Α.Π., Π.Ι., Δεκέμβριος, 1997)

Στόχοι	Περιεχόμενο/ δραστηριότητες
Αναφέρουν πότε δύο ποσά είναι ανάλογα και πότε αντίστροφα.	✓ Παραδείγματα με συμμεταβλητά ποσά, η έννοια του λόγου, ισότητα δύο λόγων και διαπίστωση πότε δύο ποσά είναι ανάλογα και πότε αντίστροφα. Χρησιμοποίηση των εννοιών αυτών στην επίλυση προβλημάτων.

ΤΑΞΗ ΣΤ' (Α.Π., Π.Ι., Δεκέμβριος, 1997)

Στόχοι	Περιεχόμενο/ δραστηριότητες
Διατυπώνουν και εφαρμόζουν την έννοια του λόγου και της αναλογίας.	✓ Ισότητα δύο λόγων, αναλογία, ποσά ανάλογα και ποσά αντιστρόφως ανάλογα. Χρησιμοποίηση των αναλογιών στην επίλυση σχετικών προβλημάτων. ✓ Απλή μέθοδος των τριών. ✓ Έννοια του ποσοστού ως λόγου, ηλίκου και δεκαδικού. ✓ Εύρεση του ποσοστού και του λόγου, ανάλογα με τα δεδομένα.

Στο Γυμνάσιο η έννοια της αναλογίας αντιμετωπίζεται μέσα από τις **Σχέσεις** και τις **Συναρτήσεις**: η ανακάλυψη και περιγραφή σχέσεων μεταξύ ζευγών αντικειμένων που εκφράζονται ποσοτικά, οδηγεί μέσω της αλληλεξάρτησης στην έννοια της συνάρτησης και τελικά στη νέα μορφή παράστασης μέσω του γραφήματος. Μελετώνται στοιχειώδεις συναρτήσεις, αρχίζοντας από αυτές που συνδέονται με ποσά ανάλογα, ποσά αντίστροφα και τα γραφήματά τους, διαπιστώνοντας ότι συνδέονται με απλά γεωμετρικά αντικείμενα.

Παιδαγωγική τεκμηρίωση

Στα Μαθηματικά οι αναλογίες προσεγγίζονται διδακτικά καταρχήν με τη βοήθεια πίνακα τιμών και στη συνέχεια με γραφική παράσταση ευθείας που περνά από την αρχή του ορθογώνιου συστήματος συντεταγμένων. Τα παραδείγματα και οι ασκήσεις αναφέρονται σε συγκεκριμένα μεγέθη, όπως βάρος - αξία, μήκος - τιμή, περίμετρος - πλευρά, αριθμός εργατών - χρόνος για την ολοκλήρωση ενός έργου, αριθμός εργατών - έργο που εκτελούν στον ίδιο χρόνο, παροχή νερού - χρόνος για γέμισμα μιας δεξαμενής, κλπ.

Ενώ ζητείται ποιοτική προσέγγιση (επίλυση) προβλημάτων χωρίς συγκεκριμένες τιμές, **δεν παρέχονται εργαλεία επαλήθευσης** των λύσεων

των μαθητών. Στην επίλυση τέτοιου είδους προβλημάτων ο μαθητής είναι υποχρεωμένος να δώσει (ακόμα και αν δεν του ζητείται) τιμές και να αποφανθεί στη συνέχεια για τη σχέση αναλογίας.

Πολλές πρόσφατες έρευνες στο χώρο της διδακτικής των Μαθηματικών έχουν αναδείξει ότι η αναλογία θέτει πολλά προβλήματα στους χρήστες της και καθιστούν φανερό ότι δεν μπορούμε να κατανοήσουμε πλήρως την έννοια αυτή παρά μόνο μέσα από διαδικασίες επίλυσης προβλημάτων.

Ο ΔΗΜΙΟΥΡΓΟΣ_ΜΟΝΤΕΛΩΝ προσπαθεί να αντιμετωπίσει τις παραπάνω παρατηρήσεις μέσω καταστάσεων μοντελοποίησης που παρέχουν **προσομοιώσεις** πραγματικών αντικειμένων για άμεση επαλήθευση του μοντέλου που δημιούργησε ο μαθητής, ενώ παράλληλα προσφέρει όλες τις άλλες εναλλακτικές μορφές αναπαράστασης που χρησιμοποιούνται στα Μαθηματικά (**πίνακες τιμών** και **γραφικές παραστάσεις**). Προτείνει επίσης μια νέα εναλλακτική αναπαράσταση με χρήση **ραβδογραμμάτων**. Η μάθηση μέσω επίλυσης προβλημάτων σε καμία περίπτωση δεν πρέπει να ταυτίζεται με τη διαδικασία επίλυσης απλών ασκήσεων εφαρμογής κανόνων και τύπων. Κάτω από το πρίσμα αυτό, η όλη προσέγγιση στηρίζεται στη διδακτική στρατηγική της δημιουργίας καταστάσεων - προβλημάτων τις οποίες πρέπει να αντιμετωπίσουν οι μαθητές - χρήστες του λογισμικού.

Οι νέες προσεγγίσεις στη Διδακτική των Μαθηματικών και της Γνωσιακής Ψυχολογίας προσφέρουν νέες προοπτικές στη διδασκαλία της αναλογίας. Στα πλαίσιά τους, το ενδιαφέρον εστιάζεται καταρχήν στην κατανόηση και την επίλυση συγκεκριμένων προβλημάτων. Η κατανόηση επικεντρώνεται συνεπώς σε ένα πρόβλημα, και είναι συνακόλουθα μερική. Η προσέγγιση όμως παρόμοιων προβλημάτων που ανήκουν στην ίδια κλάση επιτρέπει τη γενίκευση της έννοιας, τουλάχιστον σε αυτή την κλάση. Τέτοιες έννοιες είναι ο όγκος, ο χρόνος, η πυκνότητα, η ταχύτητα, η παροχή, η κλίμακα, το έργο, η δύναμη, το ποσοστό, κλπ.

Τεχνικές επίλυσης προβλημάτων αναλογιών

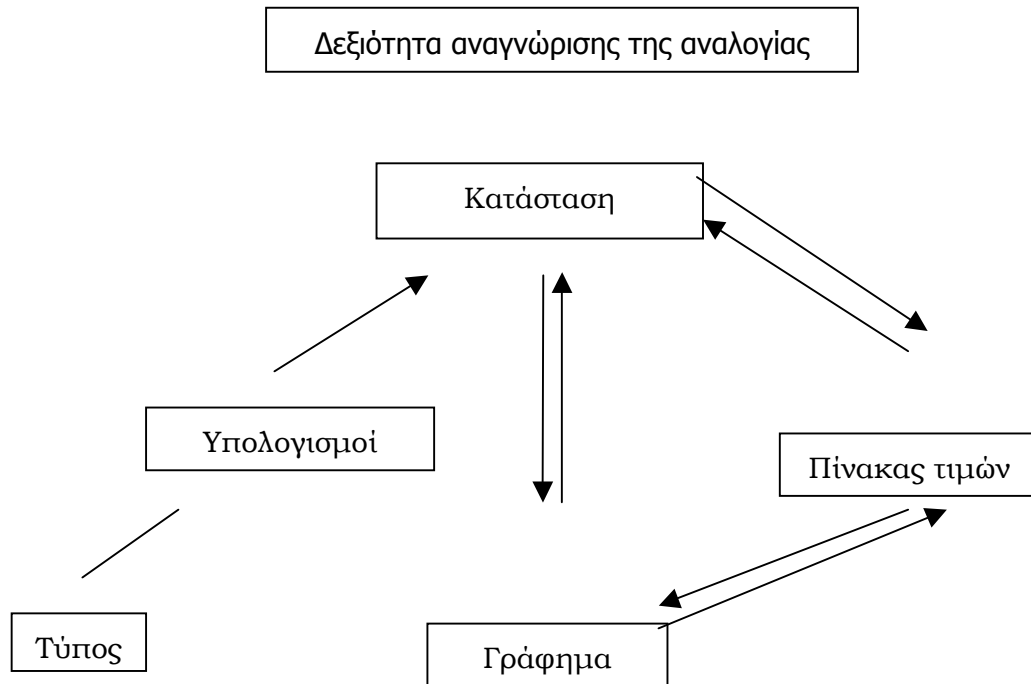
Η έννοια της αναλογίας στα σχολικά προγράμματα προηγείται της έννοιας της συνάρτησης, η οποία και προσεγγίζεται στη συνέχεια. Είναι ιδιαίτερα σημαντικό, οι μαθητές να είναι σε θέση να δουλεύουν με καταστάσεις αναλογιών.

Θεωρούμε ότι έχουμε προς επίλυση ένα πρόβλημα αναλογιών όταν, σε σχέση με ένα σύστημα δύο μεταβλητών X και Ψ , οδηγούμαστε στο να σκεφτούμε ότι η κατάσταση αυτού του συστήματος (οι τιμές δηλαδή των μεταβλητών X και Ψ) ικανοποιεί ένα μοντέλο αναλογίας. Στα πλαίσια αυτά έχουν αναπτυχθεί διάφορες τεχνικές επίλυσης προβλημάτων αναλογιών:

- Η μέθοδος αναγωγής στη μονάδα: χρησιμοποιεί διαλογικές μεθόδους και εργαλεία για τη μοντελοποίηση.
- Η αναλογική μοντελοποίηση: χρησιμοποιεί γραπτές μεθόδους και τεχνικές και παράγει ένα πίνακα από αριθμούς.
- Η μοντελοποίηση με τη βοήθεια κλασμάτων

➤ Η αλγεβρική μοντελοποίηση

Ο "Δημιουργός_Μοντέλων" προτείνει ένα περιβάλλον εργασίας εμπλουτισμένο με αντικείμενα που θα παίζουν ένα **ενδιάμεσο (transitional) ρόλο** βοηθώντας στο νοητικό χειρισμό εκ μέρους των μαθητών αφηρημένων αντικειμένων ή εννοιών. Λειτουργεί καταυτό τον τρόπο ως πέρασμα από τη διαισθητική στη φορμαλιστική μάθηση. Η προσέγγιση της έννοιας της αλληλεξάρτησης μεταξύ μεγεθών γίνεται καταρχήν με ποιοτικό τρόπο ενώ στη συνέχεια το λογισμικό επιτρέπει το πέρασμα στον ποσοτικό συλλογισμό τόσο με τη χρήση πινάκων αντίστοιχων τιμών όσο και με τη χρήση αλγεβρικής μοντελοποίησης και γραφικών παραστάσεων (σχήμα 2).



Σχήμα 2: Επίλυση προβλήματος αναλογίας

Μελέτη της Έννοιας της Αναλογίας

ΕΝΤΥΠΟ Δ

ΠΡΟΤΑΣΕΙΣ ΓΙΑ ΤΗΝ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗ ΤΩΝ ΕΠΙΜΟΡΦΩΤΩΝ

Βασίλης Κόμης

Παιδαγωγικές δραστηριότητες μοντελοποίησης με το λογισμικό ΔΗΜΙΟΥΡΓΟΣ_MONTEΛΩΝ

Ο ρόλος της μοντελοποίησης στην επιστημονική δραστηριότητα

Υπάρχουν δύο ειδών βασικοί λόγοι για τους οποίους σχεδιάστηκε και αναπτύχθηκε ο ΔΗΜΙΟΥΡΓΟΣ_MONTEΛΩΝ, **λόγοι επιστημολογικής υφής** και **λόγοι μαθησιακής υφής**.

Λόγοι επιστημολογικής υφής

Τα μοντέλα παίζουν κεντρικό ρόλο στις επιστήμες και η μοντελοποίηση είναι μια σημαντική προσέγγιση της επιστημονικής έρευνας (σε ορισμένους μάλιστα τομείς η μοναδική). Κατά συνέπεια, θεωρείται ότι, οι μαθητές στα πλαίσια της γενικής τους εκπαίδευσης θα πρέπει να αναπτύξουν την κριτική τους ικανότητα αναφορικά με τη φύση των μοντέλων και κυρίως να αποκτήσουν δεξιότητες μοντελοποίησης. Η θεώρηση αυτή αποσκοπεί στο να κάνει ικανούς τους μαθητές, τόσο να κατανοήσουν με ουσιαστικό τρόπο τη φύση των επιστημών και τις επιμέρους έννοιες, νόμους, θεωρίες αυτών, όσο και να χρησιμοποιούν την τεχνική της μοντελοποίησης για να προσεγγίζουν καταστάσεις - προβλήματα της καθημερινής τους ζωής, καθώς και να καταστούν ικανοί να αναλύουν κριτικά τα αποτελέσματα της επινόησης και της χρήσης μοντέλων.

Τρία βασικά σημεία συνδέτιναι λοιπόν στο να τεθεί η μοντελοποίηση και τα μοντέλα στο επίκεντρο του ενδιαφέροντος:

- ✓ Η μοντελοποίηση αποτελεί κεντρικό και κοινό μεθοδολογικό εργαλείο σε ένα σημαντικό αριθμό επιστημών, καθώς και σε επιμέρους τομείς της επιστημονικής έρευνας.
- ✓ Το υπάρχον σώμα των επιστημονικών θεωριών και γνώσεων βασίζεται πάνω σε πολλά θεωρητικά μοντέλα. Αποτελεί βασικό σκοπό των επιστημών η ανάπτυξη ενοποιημένων θεωριών ή μοντέλων για την εξήγηση παρατηρήσιμων φαινομένων και κάθε επιστήμονας έχει ενσωματώσει ένα σύνολο τέτοιων μοντέλων στο εννοιολογικό του πλαίσιο.
- ✓ Τα τελευταία χρόνια έχει αλλάξει ο ίδιος ο "τρόπος λειτουργίας" ορισμένων επιστημών (φυσική, μαθηματικά, γεωλογία, βιολογία, αστρονομία, κλπ) μέσα από τις διαδικασίες μοντελοποίησης που οι υπολογιστές μας επιτρέπουν.

Λόγοι μαθησιακής υφής

Έρευνες στα πλαίσια της διδακτικής των επιστημών και της γνωστικής ψυχολογίας έχουν δείξει ότι, η εφαρμογή της διαδικασίας μοντελοποίησης συνιστά ουσιαστικά μια διαδικασία μάθησης για τον ίδιο το μαθητή που την εφαρμόζει, και αυτό για μια σειρά λόγους:

- ✓ Μέσα από την προσπάθεια επινόησης μοντέλων, οι μαθητές εκφράζουν τις ιδέες τους και τα νοητικά τους μοντέλα, τα οποία είναι συχνά μη συνειδητά στους ίδιους. Η έκφραση αυτή είναι ένα πρώτο βήμα στην πορεία της επίγνωσης των ιδεών, νοητικών αναπαραστάσεων και συλλογισμών τους,

που με τη σειρά της είναι απαραίτητο βήμα για τη διαδικασία της συχνά απαραίτητης εννοιολογικής αλλαγής.

- ✓ Οι γραφικές και συμβολικές αναπαραστάσεις (κάθε μορφής) που μπορούν να λάβουν τα μοντέλα επιτρέπουν σε αφηρημένες ιδέες να πάρουν συγκεκριμένη μορφή. Η αναπαράσταση αυτή παίζει ρόλο υποστήριξης του συλλογισμού, ένα ρόλο συνοδευτικό της σκέψης.
- ✓ Η έκφραση και η δημιουργία μοντέλων, παίζει ενισχυτικό ρόλο στο να γίνουν οι ιδέες αντικείμενο επικοινωνίας (μεταξύ μαθητών ή ανάμεσα σε μαθητές και διδάσκοντες).

Δια μέσου της διατύπωσης ενός συγκεκριμένου θέματος μελέτης, του αρχικού σχεδιασμού του μοντέλου, της αντιπαραβολής με άλλα μοντέλα της ίδιας κατάστασης, (που παράγουν συμμαθητές τους) της διερεύνησής του, του ελέγχου, και της τροποποίησής του, μπορεί να επέλθει η σταδιακή οικοδόμηση μοντέλων που προσεγγίζουν τα επιστημονικά, επιτρέποντας έτσι την αναδόμηση των αναπαραστάσεων, την οικοδόμηση των εννοιών, την κατανόηση των θεωριών.

Οι δραστηριότητες μοντελοποίησης και τα Προγράμματα σπουδών

Κατά τα τελευταία χρόνια, όλο και πιο σημαντικός αριθμός εκπαιδευτικών συστημάτων δίνει έμφαση στη μάθηση μέσω της μοντελοποίησης. Για παράδειγμα, το εθνικό αναλυτικό πρόγραμμα της Μεγάλης Βρετανίας (National Curriculum) θεωρεί τη μοντελοποίηση ως ένα από τα συστατικά στοιχεία των προς ανάπτυξη: *«Οι μαθητές θα πρέπει να γίνουν ικανοί να χρησιμοποιούν την τεχνολογία της πληροφορίας για να σχεδιάζουν, αναπτύσσουν, διερευνούν και αξιολογούν μοντέλα πραγματικών ή φανταστικών καταστάσεων»*.

Στα προγράμματα σπουδών των μαθημάτων των σχολείων διεθνώς, διατυπώνονται στόχοι που αφορούν στα μοντέλα και στη διαδικασία μοντελοποίησης. Όμως, στην υπάρχουσα σχολική πραγματικότητα, αν και οι μαθητές συναντούν διαρκώς επιστημονικά μοντέλα, σπάνια τους δίνεται η δυνατότητα να ασχοληθούν με δραστηριότητες μοντελοποίησης.

Στη διεθνή αγορά, υπάρχει ένας μικρός αριθμός λογισμικών, όπως:

- *Modellus* (<http://phoenix.sce.fct.unl.pt/modellus>) επιτρέπει μοντελοποιήσεις που βασίζονται σε ποσοτικό συλλογισμό (μέσω εξισώσεων). Είναι αρκετά ανεπτυγμένο στις γραφικές παραστάσεις που επιτρέπει, είναι όμως κατάλληλο μόνο για μαθητές Λυκείου και φοιτητές Πανεπιστημίου, ενώ χρησιμοποιείται κυρίως για μοντέλα της φυσικής και των μαθηματικών
- *Stella* (<http://www.hps-inc.com>) πρόκειται για ένα αρκετά ισχυρό επαγγελματικό πακέτο, ιδανικό για φοιτητές Πανεπιστημίου και ερευνητές. Υποστηρίζει τον ποσοτικό συλλογισμό, ενώ επιτρέπει εφαρμογές μοντέλων από ποικίλες επιστημονικές περιοχές όπως οικονομικά, μοντέλα μελέτης προβλημάτων περιβάλλοντος, φυσική, κ.ά.
- *Inspiration* (<http://www.teleport.com/~inspirat>) επιτρέπει τη δημιουργία εννοιολογικών χαρτών και έχει σχετικά πολύ πρόσφατα αναπτυχθεί ειδική έκδοση χρήση σε σχολικό περιβάλλον.

Τέλος, έχουν αναπτυχθεί από εκπαιδευτικά ινστιτούτα και ερευνητικά εργαστήρια, αρκετά λογισμικά μοντελοποίησης που απευθύνονται σε μικρούς μαθητές, έχουν όμως παραμείνει σε μορφή πρωτοτύπου, και δε διατίθενται στην αγορά.

Λογισμικό με έμφαση στην επίλυση προβλημάτων

Στην κλασική διδασκαλία των Μαθηματικών οι αναλογίες προσεγγίζονται καταρχήν με τη βοήθεια πίνακα τιμών και στη συνέχεια με γραφική παράσταση ευθείας που περνά από την αρχή του ορθογώνιου συστήματος συντεταγμένων. Τα παραδείγματα και οι ασκήσεις στα σχολικά βιβλία αναφέρονται σε συγκεκριμένα μεγέθη, όπως βάρος - αξία, μήκος - τιμή, κλπ. Ενώ ζητείται ποιοτική προσέγγιση (επίλυση) προβλημάτων χωρίς συγκεκριμένες τιμές, **δεν παρέχονται εργαλεία επαλήθευσης** των λύσεων των μαθητών. Στην επίλυση τέτοιου είδους προβλημάτων ο μαθητής είναι υποχρεωμένος να δώσει (ακόμα και αν δεν του ζητείται) τιμές και να αποφανθεί στη συνέχεια για τη σχέση αναλογίας.

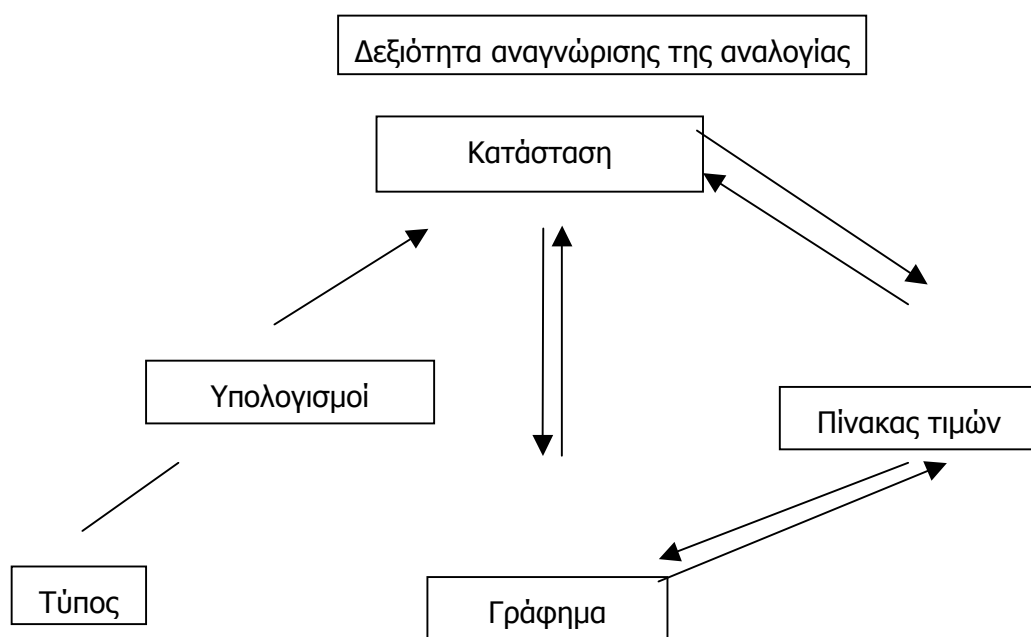
Εντούτοις, οι σύγχρονες προσεγγίσεις στη Διδακτική των Μαθηματικών και στη Γνωσιακή Ψυχολογία προσφέρουν εναλλακτικές προοπτικές στη διδασκαλία της αναλογίας. Στα πλαίσιά τους, το ενδιαφέρον εστιάζεται καταρχήν στην κατανόηση και στη συνέχεια στην επίλυση συγκεκριμένων προβλημάτων. Η κατανόηση επικεντρώνεται συνεπώς σε ένα πρόβλημα, και είναι συνακόλουθα μερική. Η προσέγγιση όμως παρόμοιων προβλημάτων που ανήκουν στην ίδια κλάση επιτρέπει τη γενίκευση της έννοιας, τουλάχιστον σε αυτή την κλάση. Τέτοιες έννοιες είναι ο όγκος, ο χρόνος, η πυκνότητα, η ταχύτητα, η παροχή, η κλίμακα, το έργο, η δύναμη, το ποσοστό, κλπ. Ο "Δημιουργός Μοντέλων" προσεγγίζει τις αναλογίες μέσω καταστάσεων μοντελοποίησης που παρέχουν **προσομοιώσεις** πραγματικών αντικειμένων για άμεση επαλήθευση του μοντέλου που δημιούργησε ο μαθητής, ενώ παράλληλα προσφέρει όλες τις άλλες εναλλακτικές μορφές αναπαράστασης που χρησιμοποιούνται στα Μαθηματικά (**πίνακες τιμών, γραφικές παραστάσεις και ραβδογράμματα**).

Όλες οι σύγχρονες προσεγγίσεις της ψυχολογίας της μάθησης εστιάζουν την προσοχή τους στις δραστηριότητες επίλυσης προβλημάτων και όχι μόνο στο χώρο της μαθηματικών. Η επίλυση προβλημάτων αποτελεί επίσης αναντικατάστατο στάδιο κάθε μορφής πνευματικής δραστηριότητας. Η επίλυση προβλημάτων κατέχει μια ιδιαίτερη θέση στη διδασκαλία των μαθηματικών, αφού είναι μια δραστηριότητα της οποίας το αποτέλεσμα είναι εύκολα μεταδίδσιμο και αξιολογήσιμο. Επιπλέον, συνιστά δραστηριότητα που καταλαμβάνει το μεγαλύτερο χώρο και χρόνο στους διδακτικούς σχεδιασμούς. Είναι παράλληλα δραστηριότητα από την παρατήρηση της οποίας μπορούν να εντοπισθούν ευρύτερα στοιχεία για τον τρόπο αξιοποίησης προηγούμενων εμπειριών, για τον τρόπο λειτουργικής ενεργοποίησης αναπαραστάσεων εννοιών και συλλογιστικών μοντέλων του υποκειμένου.

Η μάθηση μέσω επίλυσης προβλημάτων δεν πρέπει να ταυτίζεται με τη διαδικασία επίλυσης απλών ασκήσεων εφαρμογής κανόνων και τύπων. Κάτω

από το πρίσμα αυτό, η όλη προσέγγιση που υιοθετείται στο πλαίσιο του "Δημιουργού_Μοντέλων" στηρίζεται στη διδακτική στρατηγική της δημιουργίας καταστάσεων - προβλημάτων τις οποίες πρέπει να αντιμετωπίσουν οι μαθητές - χρήστες του λογισμικού.

Ο "Δημιουργός_Μοντέλων" προτείνει ένα περιβάλλον εργασίας εμπλουτισμένο με αντικείμενα που θα παίζουν ένα ενδιάμεσο (transitional) ρόλο βοηθώντας στο νοητικό χειρισμό εκ μέρους των μαθητών αφηρημένων αντικειμένων ή εννοιών. Λειτουργεί καταυτό τον τρόπο ως πέρασμα από τη διαισθητική στη φορμαλιστική μάθηση. Η προσέγγιση της έννοιας της αλληλεξάρτησης μεταξύ μεγεθών γίνεται καταρχήν με ποιοτικό τρόπο ενώ στη συνέχεια το λογισμικό επιτρέπει το πέρασμα στον ποσοτικό συλλογισμό τόσο με τη χρήση πινάκων αντίστοιχων τιμών όσο και με τη χρήση αλγεβρικής μοντελοποίησης και γραφικών παραστάσεων (σχήμα 1).



Σχήμα 1: Επίλυση προβλήματος αναλογίας

Στα πλαίσια του "Δημιουργού_Μοντέλων", η κατανόηση της αναλογικότητας προκύπτει από τη σύνθεση διακριτών σημαντικών προσεγγίσεων:

- ✓ Πολλές και διαφορετικές διαδικασίες **διερεύνησης** όσο και **έκφρασης** (μέσω μοντελοποίησης πραγματικών προβλημάτων). Οι χρήσεις της μοντελοποίησης ομαδοποιούνται σε δύο άξονες: **έκφραση** (δραστηριότητες μοντελοποίησης, με δημιουργία νέων μοντέλων) και **διερεύνηση** (δραστηριότητες διερεύνησης έτοιμων μοντέλων μέσω της προσομοίωσής τους].
- ✓ Κλάσεις προβλημάτων μικρότερης ή μεγαλύτερης πολυπλοκότητας με εστίαση σε προβλήματα καθημερινής ζωής.

- ✓ "Γλώσσες" έκφρασης και αναπαράστασης περισσότερο ή λιγότερο εξεζητημένες. Το λογισμικό μοντελοποίησης κατατάσσεται σε τρεις μεγάλες κατηγορίες που υποστηρίζουν τους αντίστοιχους τύπους συλλογισμού και έκφρασης με τη βοήθεια μοντέλων: ποσοτική (quantitative), ημιποσοτική (semi-quantitative) και ποιοτική (qualitative) μοντελοποίηση.

Διδακτική προσέγγιση: αναλογίες και "Δημιουργός_Μοντέλων"

Υπάρχουν πολλοί τρόποι για να παρουσιαστεί μια κατάσταση αναλογίας, οι οποίοι αντιστοιχούν σε διαφορετικούς συμβολισμούς, ορολογίες και εννοιολογικά ή φυσικά πλαίσια αναφοράς. Στα σχολικά Μαθηματικά οι κύριες προσεγγίσεις σχετίζονται με το **λόγο** και τις **συναρτήσεις**. Στο "Δημιουργό_Μοντέλων" εκτός από την **προσομοίωση της πραγματικής κατάστασης** γίνεται εισαγωγή και άλλων "γλωσσικών" μορφών (ή αναπαραστάσεων): οι **πίνακες τιμών**, οι **γραφικές παραστάσεις** (όπως χρησιμοποιούνται και στην κλασική διδασκαλία των Μαθηματικών) και τα **ραβδογράμματα**. Ο χώρος δημιουργίας - δοκιμής (σχήμα 2) των μοντέλων παρέχει τη δυνατότητα των εναλλακτικών ή και πολλαπλών ταυτόχρονα αναπαραστάσεων. Είναι συνεπώς εφικτό αλλά και διδακτικά απαραίτητο να προσομοιώνεται το μοντέλο και παράλληλα (ή στη συνέχεια) να αναπαρίσταται γραφικά.

Οι εναλλακτικές αναπαραστάσεις μπορούν να συνυπάρξουν στο παράθυρο δημιουργίας - δοκιμής του μοντέλου συνιστώντας ένα σύστημα που επιτρέπει στο μαθητή να τις συγκρίνει και να αναγάγει συμπεράσματα για την ορθότητα του μοντέλου του. Παρέχουν επίσης ένα ομαλό πέρασμα από την αναλογική - διαισθητική εποπτεία των φαινομένων στη λογική και φορμαλιστική τους αναπαράσταση (μέσω αλγεβρικής μοντελοποίησης). Είναι εξάλλου γνωστό από τις εργασίες στη διδακτική των επιστημών, ότι η αλλαγή εκφράσεων της αναλογίας και η σύγκρουση ανάμεσα σε πολλές διαφορετικές "εκφράσεις" - αυτό που ονομάζεται "αλλαγή πλαισίου" στη Διδακτική - συμβάλλουν με καθοριστικό τρόπο στην κατανόηση των διαδικασιών που χρησιμοποιούμε και στον ορθό χειρισμό νέων κλάσεων προβλημάτων.

Η επίλυση προβλημάτων με το "Δημιουργό_Μοντέλων" προσεγγίζεται καταρχήν με χρήση **ημιποσοτικού συλλογισμού**. Ο ημιποσοτικός συλλογισμός συνιστά μια επιμέρους κατηγορία του **ποιοτικού συλλογισμού** (qualitative reasoning) και χρησιμοποιείται στη μοντελοποίηση όταν οι σχέσεις που συνδέουν τα επιμέρους στοιχεία του μοντέλου εκφράζονται με όρους "*όταν το ένα αυξάνει και το άλλο αυξάνει*", "*όταν το ένα ελαττώνεται και το άλλο ελαττώνεται*", "*όταν το ένα αυξάνει το άλλο ελαττώνεται*", κλπ. Δεν γίνεται χρήση αλγεβρικών τύπων όπως στον **ποσοτικό συλλογισμό**, απαλλάσσοντας σε πρώτη φάση τους μαθητές της Α' αλλά και της Β' Γυμνασίου από τη χρήση μιας δύσκολης σχετικά συμβολικής γλώσσας (αυτής των μαθηματικών εξισώσεων). Η κύρια συνεπώς διδακτική απαίτηση κατά τη χρήση του "Δημιουργού_Μοντέλων" συνίσταται στο να συσχετίσουν οι μαθητές τις ιδιότητες των αντικειμένων (τις μεταβλητές) με τις κατάλληλες σχέσεις (αναλογίας, αντιστρόφου αναλογίας, κλπ) με καθαρά ποιοτικό τρόπο.

Στα προβλήματα αναλογιών ο μαθητής μπορεί (μέσω του λογισμικού) να χειρισθεί τόσο συγκεκριμένα αντικείμενα όσο και αφηρημένες έννοιες.

- Τα συγκεκριμένα **αντικείμενα** (όπως βαρέλια, ρολόγια, στέρνες, κλπ.) που έχουν κάποιες ιδιότητες (μεταβλητές) οι οποίες παίρνουν τιμές από ένα πεδίο τιμών (όχι εμφανές στο μαθητή).
- Οι συγκεκριμένες **ιδιότητες** των αντικειμένων (όπως όγκος, παροχή, χρόνος, κλπ.) που αποτελούν αφηρημένες έννοιες και πάνω σε αυτές πρέπει τελικά να συλλογιστεί ο μαθητής ώστε να λύσει το πρόβλημα.

Στη δεύτερη περίπτωση έχει να χειρισθεί απευθείας τις μεταβλητές και τις τιμές τους όπως γίνεται στην παραδοσιακή διδασκαλία των αναλογιών. Κάτω από το πρίσμα αυτό, το λογισμικό παρέχει τη δυνατότητα του άμεσου χειρισμού (direct manipulation) συγκεκριμένων αντικειμένων (και έμμεσα των ιδιοτήτων τους που συνιστούν τις αφηρημένες έννοιες) καθώς και διαισθητική - αναλογική εποπτεία, με τη βοήθεια υλικού πολυμέσων, της εξέλιξης του συστήματος (με προσομοίωση) που δημιουργείται από τα αντικείμενα και τη συσχέτισή τους. Μπορούμε λοιπόν να θεωρήσουμε δύο επίπεδα λειτουργίας του λογισμικού:

- ✓ το πρώτο, που αντιστοιχεί στα **αντικείμενα** που είναι εφοδιασμένα με ιδιότητες,
- ✓ το δεύτερο, που αντιστοιχεί στις **έννοιες** (μεταβλητές), οι ιδιότητες των αντικειμένων που παίρνουν τιμές και εξαρτώνται μεταξύ τους με σχέσεις.

Στο χώρο του λογισμικού οι μαθητές μπορούν να ασχοληθούν με διάφορες δραστηριότητες που χωρίζονται σε δύο μεγάλες κατηγορίες: δραστηριότητες διερεύνησης και δραστηριότητες έκφρασης. Στις δραστηριότητες διερεύνησης δίνεται το θέμα μελέτης και ένα έτοιμο μοντέλο, το οποίο οι μαθητές διερευνούν. Στις δραστηριότητες έκφρασης δεν υπάρχει έτοιμο μοντέλο και οι μαθητές πρέπει να υλοποιήσουν το δικό τους με βάση κάποιο προκαθορισμένο θέμα μελέτης.