

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 7^ο

ΘΕΤΙΚΟΙ ΚΑΙ ΑΡΝΗΤΙΚΟΙ ΑΡΙΘΜΟΙ

§7.1 και §7.2 Θετικοί και αρνητικοί αριθμοί (Ρητοί αριθμοί) - Η ευθεία των ρητών - Τετμημένη σημείου – Απόλυτη τιμή ρητού – Αντίθετοι ρητοί – Σύγκριση ρητών

Ερώτηση 1. Τι είναι πρόσημα και πού χρειάζονται;

Απάντηση

Τα σύμβολα « + » και « - » λέγονται πρόσημα, γράφονται πριν από τους αριθμούς και τους χαρακτηρίζουν σαν θετικούς ή αρνητικούς αντίστοιχα.

Ερώτηση 2. Ποιοι αριθμοί λέγονται θετικοί και ποιοι αρνητικοί; (δώσε παραδείγματα)

Απάντηση

Οι αριθμοί εκτός απ' το μηδέν που έχουν μπροστά το πρόσημο « + » ή κανένα πρόσημο λέγονται θετικοί αριθμοί. Π.χ. 2, +3, +2,1, $\frac{2}{3}$, $5\frac{1}{4}$.

Οι αριθμοί εκτός απ' το μηδέν που έχουν μπροστά το πρόσημο « - » λέγονται αρνητικοί αριθμοί. Π.χ. -2, -3, -2,1, $-\frac{2}{3}$, $-5\frac{1}{4}$

Ερώτηση 3. Πότε δυο αριθμοί λέγονται ομόσημοι και πότε ετερόσημοι; (δώσε παραδείγματα)

Απάντηση

Δυο ή περισσότεροι μη μηδενικοί ρητοί αριθμοί που έχουν το ίδιο πρόσημο λέγονται ομόσημοι.

Π.χ. Οι αριθμοί -2, -3, -2, -1, $-\frac{2}{3}$, $-5\frac{1}{4}$, 2,3 είναι ομόσημοι.

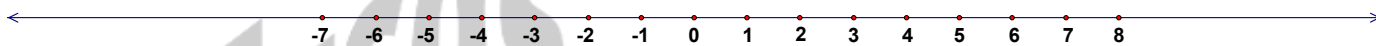
Π.χ. Οι αριθμοί 2, +3, +2, 1, $\frac{2}{3}$, $5\frac{1}{4}$, 2,3 είναι ομόσημοι.

Δυο μη μηδενικοί ρητοί αριθμοί που έχουν διαφορετικά πρόσημο λέγονται ετερόσημοι.

Π.χ. Οι αριθμοί 3 και -2 είναι ετερόσημοι

Ομοίως οι αριθμοί +5 και -6,3 είναι ετερόσημοι.

Ερώτηση 4. Ζωγράφισε τον άξονα των ρητών αριθμών.

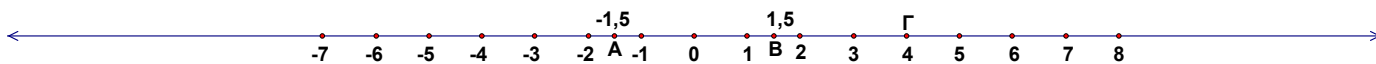
Απάντηση

Ερώτηση 5. Τι ονομάζουμε τετμημένη ενός σημείου που βρίσκεται πάνω στον άξονα των ρητών αριθμών; Δώσε παραδείγματα.

Απάντηση

Τετμημένη ενός σημείου είναι ένας ρητός αριθμός που ορίζει την θέση του σημείου πάνω στον άξονα.

Π.χ. Στον παρακάτω άξονα το σημείο Α έχει τετμημένη -1,5 ενώ το σημείο Β έχει τετμημένη 1,5 και το Γ τετμημένη 4.



Ερώτηση 6. Τι ονομάζουμε απόλυτη τιμή ενός αριθμού και πώς συμβολίζουμε;

Απάντηση

Απόλυτη τιμή ενός αριθμού a ονομάζουμε την απόσταση του σημείου με τετμημένη a από την αρχή των αξόνων O . Ή πιο απλά η απόσταση του αριθμού από το μηδέν. Συμβολίζουμε $|a|$ που διαβάζεται απόλυτη τιμή του αριθμού a .

Π.χ. $|+2|=2$, $|-3|=3$, $|5|=5$, $|-5|=5$

Παρατήρηση δ

Η απόλυτη τιμή ενός ρητού αριθμού είναι πάντα θετικός αριθμός.

Ερώτηση 7. Πότε δυο αριθμοί λέγονται αντίθετοι και ποιος είναι ο αντίθετος του μηδενός;

Απάντηση

Δυο αριθμοί λέγονται αντίθετοι όταν έχουν την ίδια απόλυτη τιμή και διαφορετικά πρόσημα.

Δηλαδή δυο αριθμοί που έχουν άθροισμα ίσο με το 0.

Ο αντίθετος του μηδενός είναι το μηδέν.

Π.χ. Οι αριθμοί -2 και $+2$ είναι αντίθετοι, οι αριθμοί 3 και -3 είναι αντίθετοι, ενώ οι αριθμοί -4 και $+5$ δεν είναι αντίθετοι αλλά μόνο ετερόσημοι.

Παρατήρηση δ

Το πρόσημο πλην «-» μπροστά από έναν αριθμό π.χ. -6 μπορεί να διαβαστεί και σαν ο αντίθετος του 6

Ερώτηση 8. Συμπληρώστε με τι ισούνται οι: $-(+2)$, $-|+2|$, $-(-2)$, $-|-2|$

Απάντηση

διαβάζω ο αντίθετος του $+2$ άρα $-(+2) = -2$,

διαβάζω ο αντίθετος της απόλυτης τιμής του $+2$ άρα $-|+2| = -2$,

διαβάζω ο αντίθετος του -2 άρα $-(-2) = +2$,

διαβάζω ο αντίθετος της απόλυτης τιμής του -2 άρα $-|-2|$

Ερώτηση 9. Με τι ισούται η απόλυτη τιμή ενός α) θετικού αριθμού β) αρνητικού αριθμού γ) του μηδενός;

Απάντηση

α) Η απόλυτη τιμή ενός θετικού αριθμού είναι ο ίδιος ο αριθμός.

β) Η απόλυτη τιμή ενός αρνητικού αριθμού είναι ο αντίθετός του.

γ) Η απόλυτη τιμή του μηδενός είναι το μηδέν

Ερώτηση 10. Από δυο ρητούς αριθμούς που βρίσκονται πάνω στον άξονα ποιος είναι μεγαλύτερος;

Απάντηση

Από δυο ρητούς αριθμούς μεγαλύτερος είναι αυτός που βρίσκεται δεξιότερα πάνω στον άξονα.

Ερώτηση 11. Ποιος είναι μεγαλύτερος αριθμός από:

α) δυο θετικούς αριθμούς;

β) δυο αρνητικούς αριθμούς;

γ) ένα θετικό και ένα αρνητικό αριθμό; δ) το μηδέν και ένα θετικό αριθμό;

ε) το μηδέν και ένα αρνητικό αριθμό;

Απάντηση

α) από δυο θετικούς αριθμούς μεγαλύτερος είναι αυτός που έχει την μεγαλύτερη απόλυτη τιμή.

β) από δυο αρνητικούς αριθμούς μεγαλύτερος είναι αυτός που έχει την μικρότερη απόλυτη τιμή.

- γ) από ένα θετικό και ένα αρνητικό αριθμό μεγαλύτερος είναι ο θετικός.
 δ) το μηδέν είναι μικρότερο από κάθε θετικό αριθμό.
 ε) το μηδέν είναι μεγαλύτερο από κάθε αρνητικό αριθμό.

Ερώτηση 12. Ποια είναι τα σύνολα των φυσικών, των ακεραίων και των ρητών αριθμών; Πώς συμβολίζονται;

Απάντηση

- α) Οι φυσικοί αριθμοί είναι οι $0,1,2,3,4,5,6,7,8,9,10,11,12,13,14,15,16,\dots$ και το σύνολο τους συμβολίζεται με N . Δηλαδή $N = \{0,1,2,3,4,5,6,7,8,9,10,11,12,13,14,15,16,\dots\}$
 β) Οι ακέραιοι αριθμοί είναι οι φυσικοί μαζί με τους αντίθετους των φυσικών και το σύνολο τους συμβολίζεται με Z .
 Δηλαδή $Z = \{\dots,-12,-11,-10,-9,-8,-7,-6,-5,-4,-3,-2,-1,0,1,2,3,4,5,6,7,8,9,10,11,12,\dots\}$
 γ) Όλοι οι φυσικοί, τα κλάσματα και οι δεκαδικοί μαζί με τους αντίθετους τους αποτελούν το σύνολο των ρητών αριθμών, δηλαδή όλοι οι γνωστοί μας μέχρι τώρα αριθμοί μαζί με τους αντίθετους τους. Το σύνολο τους συμβολίζεται με Q .

Ερώτηση 13. Ποιες από τις παρακάτω προτάσεις είναι σωστές και ποιες λάθος;

- α) Όλοι οι φυσικοί αριθμοί είναι και ακέραιοι
 β) Όλοι οι φυσικοί αριθμοί είναι και ρητοί
 γ) Όλοι οι ακέραιοι αριθμοί είναι και ρητοί
 δ) Όλοι οι ρητοί αριθμοί είναι και ακέραιοι
 ε) Όλοι οι ακέραιοι αριθμοί είναι και φυσικοί
 στ) Όλοι οι ρητοί είναι και φυσικοί
 ζ) Κάποιοι ακέραιοι είναι και φυσικοί
 η) Κάποιοι μόνο ακέραιοι είναι και ρητοί

Απάντηση

- α) Σωστό β) Σωστό γ) Σωστό δ) Λάθος ο $-2,3$ είναι ρητός αλλά όχι ακέραιος ε) Λάθος ο -3 είναι ακέραιος αλλά δεν είναι φυσικός στ) Λάθος ο $3,1$ είναι ρητός αλλά δεν είναι φυσικός ζ) Σωστό η) Λάθος γιατί όλοι οι ακέραιοι είναι ρητοί

Ερώτηση 14. Αν x μια μεταβλητή που παριστάνει ένα φυσικό αριθμό εκτός απ' το μηδέν. Μπορείς να απαντήσεις αν ο αριθμός $-x$ είναι αρνητικός ή θετικός; (δικαιολόγησε την απάντηση)

Απάντηση

Αν ο x είναι φυσικός τότε ο $-x$ είναι αρνητικός πάντα γιατί όλοι οι φυσικοί εκτός απ' το μηδέν είναι θετικοί επομένως ο $-x$ είναι αντίθετος ενός θετικού δηλαδή αρνητικός.

Ερώτηση 15. Αν x μια μεταβλητή που παριστάνει ένα ρητό αριθμό εκτός απ' το μηδέν. Μπορείς να απαντήσεις αν ο αριθμός $-x$ είναι αρνητικός ή θετικός; (δικαιολόγησε την απάντηση με ένα παράδειγμα)

Απάντηση

Δεν μπορώ να απαντήσω γιατί:

αν ο x παριστάνει ένα θετικό π.χ. τον 2 τότε ο $-x$ είναι αρνητικός αφού $-x = -2$
 ενώ αν ο x παριστάνει ένα αρνητικό π.χ. τον -2 τότε ο $-x$ είναι θετικός αφού $-x = -(-2) = 2$