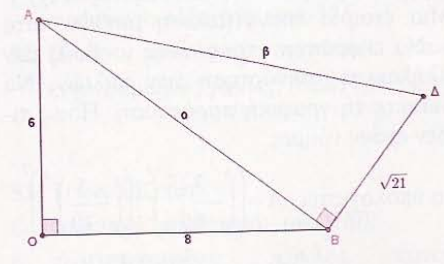
Επαναληπτικές ασκήσεις Γεωμετρίας

Τουρναβίτης Στέργιος

1. Στο παρακάτω σχήμα υπάρχουν δύο ορθογώνια τρίγωνα ΑΟΒ, ΑΒΔ. Θα μπορούσαν να μας ζητήσουν απλά να βρούμε τα μήκη των πλευρών ΑΒ, ΑΔ.



Προσπαθήστε να λύσετε την άσκηση με βήματα, συμπληρώνοντας τα κενά.

Παρατηρούμε ότι η υποτείνουσα του ορθογωνίου τριγώνου ……… είναι και κάθετη πλευρά για το ορθογώνιο τρίγωνο ………..

Εφαρμόζουμε το .... θεώρημα, στο ορθογώνιο ΑΟΒ, κι έχουμε:

$ο^2$= …………………………………

$ο^2$= …………………………………

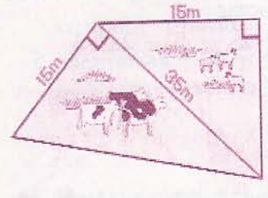
$ο^2$= ……………

ο = $\sqrt{\ }$

Ο υπολογισμός του μήκους της ΑΒ «μεταφέρεται» στο $2^ο$ ορθογώνιο, αυτή τη φορά ως μήκος κάθετης πλευράς. Εδώ βρίσκεται η κίνηση που λέγαμε προηγουμένως…

Πάλι με την βοήθεια του …………………………… Θεωρήματος, έχουμε:

$β^2$ = ……………………………, $β^2$ = ……………, $β^2$ = …………… και β = $\sqrt{\ }$

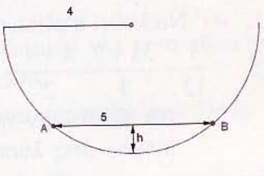


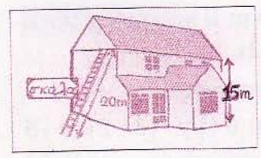
2. Μία φάρμα βρίσκεται σ' ένα αγροτεμάχιο ασυνήθιστου σχήματος, χωρισμένο σε δύο μικρότερα ορθογώνια τρίγωνα, όπως δείχνει η διπλανή εικόνα.

Μπορείτε να βοηθήσετε τον κτηνοτρόφο, να υπολογίσει το συνολικό μήκος του συρματοπλέγματος του φράκτη (όχι του ενδιάμεσου) που περιβάλλει την φάρμα;

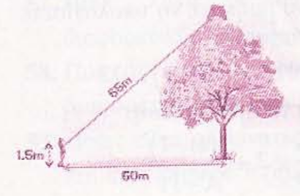
(**Απάντηση:** μήκος περιμέτρου $\cong 99,7$m)

3. Μία διατομή ενός σωλήνα νερού έχει το σχήμα του ημικυκλίου ακτίνας 4cm, όπως φαίνεται στο διπλανό σχήμα. Η επιφάνεια του νερού μέσα στον σωλήνα «προβάλλεται» στο ευθύγραμμο τμήμα ΑΒ του οποίου το μήκος είναι 5cm. Να βρείτε το μέγιστο ύψος h, του νερού στον σωλήνα. (**Απάντηση:** $h \cong 0,9$cm)



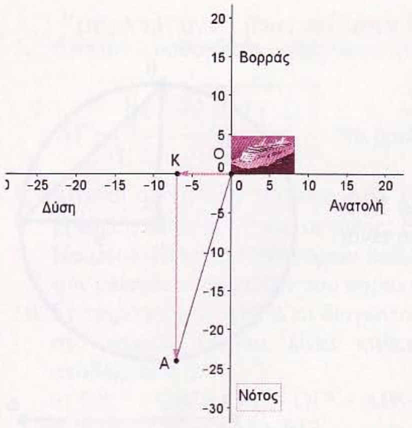


4. Ένας ελαιοχρωματιστής θέλει να «φθάσει» τη στέγη ενός σπιτιού που έχει 15m ύψος. Διαθέτει μία σκάλα μήκους 20m. Πόσο μακριά από το σπίτι θα απέχει η βάση της σκάλας; (**Απάντηση:** $x \cong 13,2$m)



5. Η Ελένη «πετούσε» τον αετό της μ' ένα σχοινί μήκους 55 m. Αυτή έχει ύψος 1,5m και στεκόταν σε απόσταση 50m από ένα δέντρο. Για μεγάλη της ατυχία ο αετός «μπλέχτηκε» στην κορυφή του δέντρου. Μπορείτε να την βοηθήσετε να υπολογίσει το ύψος του; (**Απάντηση:** $δ \cong 24,5$m)

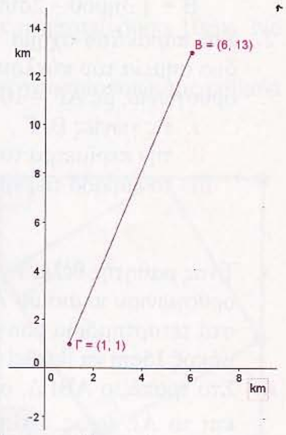
6. Ένα πλοίο ξεκινάει από το λιμάνι Ο(0,0) και κατευθύνεται 7km



δυτικά και 24km νότια όπως δείχνει το διπλανό σχήμα. Να βρείτε την απόσταση (ΟΑ) από το λιμάνι.

(**Απάντηση:** (ΟΑ)=25km)

7. Μία εταιρεία τηλεφωνίας προκειμένου να βρεί τη συντομότερη απόσταση (ΒΓ) μεταξύ δύο υποκαταστημάτων της, κατασκεύασε το διπλανό σχήμα. Ποιο είναι το μήκος αυτού του συντομότερου δρόμου ΒΓ;



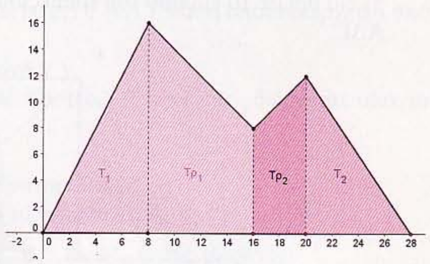
(**Απάντηση:** (ΒΓ)=13km)

8. Η είσοδος μιας σκηνής είναι ένα ισοσκελές τρίγωνο. Το κοντάρι που στηρίζει την σκηνή έχει ύψος 1,2m και η απόσταση από την βάση του κονταριού μέχρι το κάλυμμα είναι 56cm. Βρείτε:

α) το μήκος του καλύμματος από την κορυφή του κονταριού μέχρι το έδαφος.

β) Το εμβαδόν της «πόρτας» εισόδου της σκηνής. (**Απάντηση:** $x \cong 1,32\text{m}$, $E = 0,672\text{m}^2$)

9. Ένα μοντέρνο γλυπτό από γυαλί είναι όρθιο, στο σχήμα δύο αιχμηρών βουνών. Για τον υπολογισμό της συνολικής επιφάνειας του γυαλιού, το σχεδιάσαμε στο επίπεδο ενός ορθοκανονικού συστήματος συντεταγμένων με την μονάδα μέτρησης και στους δύο άξονες να αντιστοιχεί στο 1m. Επιπλέον το χωρίσαμε σε δύο τρίγωνα T_1, T_2 και δύο τραπέζια $T\rho_1$, $T\rho_2$ αντίστοιχα. Μπορείτε να συμπληρώσετε τα παρακάτω κενά;



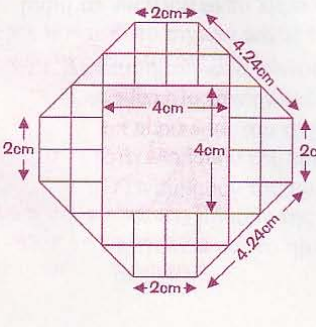
α) Εμβαδόν τριγώνου T_1 = ...

β) Εμβαδόν τριγώνου T_2 = ...

γ) Εμβαδόν τραπεζίου $T\rho_1$ = ...

δ) Εμβαδόν τραπεζίου $T\rho_2$ = ...

ε) Εμβαδόν συνολικής επιφάνειας γλυπτού
Ε=..



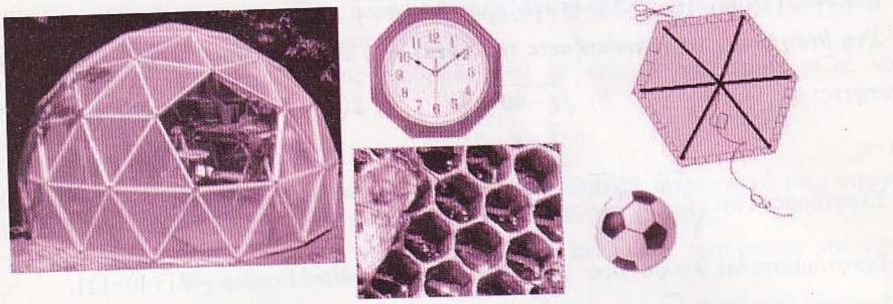
10. Ένα εξάρτημα από ένα παιδικό παιχνίδι είναι φτιαγμένο από πλαστικό σε σχήμα οκταγώνου με ένα τετράγωνο στο κέντρο να «λείπει» όπως δείχνει το διπλανό σχήμα. Μπορείτε να βοηθήσετε τον κατασκευαστή να υπολογίσει την επιφάνεια του πλαστικού που θα χρειαστεί για την κατασκευή τεσσάρων από αυτά τα εξαρτήματα;

α) Μετρώντας τα τετραγωνάκια πλευράς 1cm.

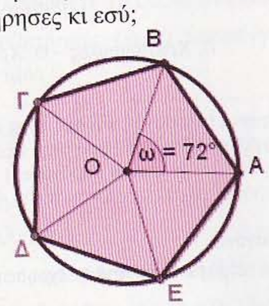
β) Με οποιονδήποτε άλλον τρόπο.

Κανονικά πολύγωνα.

Αρδαβάνη Καλλιόπη - Τουρναβίτης Στέργιος



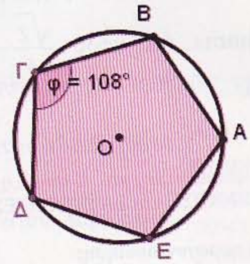
Αν κοιτάξουμε γύρω μας θα βρούμε αρκετά αντικείμενα όμοια με αυτά της εικόνας. Παρατηρούμε ότι όλα έχουν κοινό γνώρισμα, αντιπροσωπεύονται από ένα γεωμετρικό σχήμα πολυγώνου με τις πλευρές και τις γωνίες του ίσες, δηλαδή με ένα κανονικό πολύγωνο. Το παρατήρησες κι εσύ;



Ας προσπαθήσουμε να κατασκευάσουμε ένα κανονικό πολύγωνο π.χ. ένα κανονικό πεντάγωνο. Σχεδιάζουμε έναν κύκλο ακτίνας ρ και σχηματίζουμε στο κέντρο του 5 ίσες διαδοχικές γωνίες με άνοιγμα $\omega = \frac{360^o}{5} = 72^o$. Οι πλευρές των γωνιών αυτών ορίζουν στον κύκλο 5 σημεία τα οποία ανά δύο διαδοχικά, σχηματίζουν τόξα 72^o. Οι χορδές που ορίζονται από αυτά τα τόξα είναι ίσες (γιατί;) και τα τρίγωνα που δημιουργούνται είναι ισοσκελή (γιατί;). Θα αποδείξουμε ότι το πολύγωνο που σχηματίστηκε είναι ένα κανονικό πεντάγωνο.

Απόδειξη:

α) Κάθε πλευρά του πενταγώνου αντιστοιχεί σε τόξο 72^o άρα οι πλευρές του είναι όλες ίσες. <u>Θυμάμαι</u> ότι σε ίσα τόξα ενός κύκλου ακτίνας ρ, αντιστοιχούν ίσες χορδές.



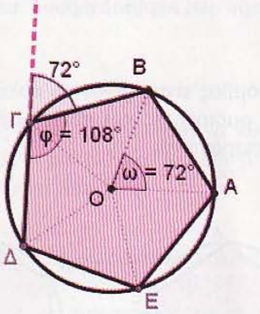
β) Η κάθε μία γωνία του είναι εγγεγραμμένη σε τόξο $3 \cdot 72^o = 216^o$ άρα η κάθε μία γωνία του είναι $\varphi = \frac{216^o}{2} = 108^o$, επομένως όλες οι γωνίες του είναι μεταξύ τους ίσες. <u>Θυμάμαι</u> ότι μία εγγεγραμμένη γωνία ισούται με το μισό της αντίστοιχης επίκεντρης ή το μισό του αντίστοιχου τόξου της.

Γενίκευση απόδειξης:

α) Κάθε πλευρά του ν-γώνου αντιστοιχεί σε τόξο $\frac{360^o}{\nu}$, άρα οι πλευρές του κανονικού πολυγώνου με ν πλευρές είναι όλες ίσες.

β) Η κάθε μία γωνία του είναι εγγεγραμμένη σε τόξο $\frac{(\nu-2)\cdot 360^o}{\nu}$ άρα η κάθε μία **γωνία** του είναι $\varphi = \frac{(\nu-2)\cdot 360^o}{2\nu} = 180^o - \frac{360^o}{\nu}$, επομένως όλες οι γωνίες του είναι μεταξύ τους ίσες. Η γωνία **ω**, όπως ορίστηκε πριν, ονομάζεται **κεντρική γωνία** του κανονικού πολυγώνου και είναι $\omega = \frac{360^o}{\nu}$

Από την τελευταία σχέση προκύπτει ότι **φ=180° –ω** (γιατί;) άρα **φ+ω=180°**



Αν θυμηθούμε ότι η εξωτερική γωνία φ είναι παραπληρωματική της φ, δηλαδή $φ_{εξ} + φ = 180^o$, οδηγούμαστε στη σχέση $φ_{εξ} = ω$

Το κανονικό πολύγωνο που φτιάξαμε, λέγεται εγγεγραμμένο στον κύκλο ενώ ο κύκλος περιγεγραμμένος στο πολύγωνο.

Σχέσεις μεταξύ των στοιχείων του κανονικού ν-γώνου

Ας συμπληρώσουμε τον παρακάτω πίνακα

Όνομα πολυγώνου	Αριθμός πλευρών ν	Κεντρική γωνία ω	Γωνία φ	Εξωτερική γωνία ν-γώνου	Άθροισμα εξωτερικών γωνιών
Ισόπλευρο τρίγωνο	3				
τετράγωνο					
Κανονικό πεντάγωνο					
Κανονικό εξάγωνο					
Κανονικό οκτάγωνο					
Κανονικό δεκάγωνο					
Κανονικό δωδεκάγωνο					
Κανονικό ν-γωνο	ν	$ω = \frac{360^o}{ν}$	$φ = 180^o - ω$		

Στο πινακάκι που φτιάξαμε παρατηρούμε ότι

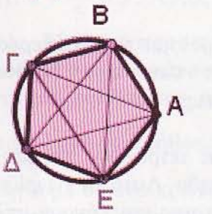
α) τη μεγαλύτερη κεντρική γωνία έχει το ……………………… και είναι ω=……..

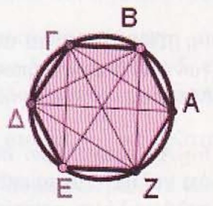
β) όταν αυξάνει ο αριθμός ν των πλευρών ενός κανονικού ν-γώνου η κεντρική γωνία ω ………., ενώ αυξάνεται η ……….. του …..

γ) Από τη σχέση $ω = \frac{360^o}{ν}$ συμπεραίνουμε ότι τα ποσά ν, ω είναι ………………………..

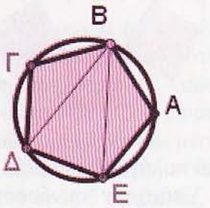
δ) Από τις σχέσεις $ω = \frac{360^o}{ν}$, $φ = 180^o - ω$ συμπεραίνουμε ότι όσο ο αριθμός των πλευρών ν μεγαλώνει τόσο η κεντρική γωνία του ν-γώνου ……Όταν το ν γίνεται πολύ μεγάλο τότε η τιμή της γωνίας ω πλησιάζει στο ….. Σε αυτήν την περίπτωση η τιμή της γωνίας του φ, τείνει να πάρει την τιμή …… και το κανονικό ν-γωνο ομοιάζει με …………!

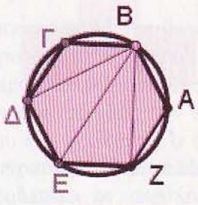
Ο αριθμός διαγωνίων ενός πολυγώνου με ν πλευρές.





Παρατηρούμε ότι το τετράγωνο έχει 2 διαγώνιες, το πεντάγωνο 5, το εξάγωνο 9 διαγώνιες κλπ . Υπάρχει άραγε κάποια σχέση του αριθμού ν των πλευρών του πολυγώνου με τους αριθμούς αυτούς;





Ας εξετάσουμε τον αριθμό των διαγωνίων που άγονται από μία κορυφή του πολυγώνου. Στο τετράγωνο έχουμε 1 διαγώνιο, στο πεντάγωνο 2, στο εξάγωνο 3 κλπ.

Άρα ο αριθμός των διαγωνίων από μία κορυφή εξαρτάται από τον αριθμό των πλευρών ν του κανονικού ν-γώνου και ισούται με $ν - 3$ (γιατί;)

Μπορείς τώρα να εξηγήσεις γιατί ο αριθμός των διαγωνίων ενός κανονικού ν-γώνου ισούται με $\frac{\nu(\nu-3)}{2}$;

Ασκήσεις:

1η) Να βρεις ποιο κανονικό πολύγωνο έχει τη γωνία του φ ίση με την κεντρική του γωνία ω

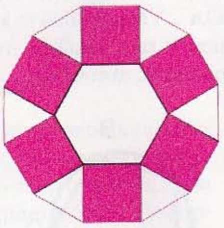
2η)Να βρεις ποιο κανονικό πολύγωνο έχει τη γωνία του φ διπλάσια της κεντρικής του γωνίας

3η) Να βρεις ποιο κανονικό πολύγωνο έχει τη γωνία του φ τριπλάσια της κεντρικής του γωνίας

4η)Ποιο κανονικό πολύγωνο έχει πλευρά ίση με την ακτίνα του περιγεγραμμένου του κύκλου;

5η)Πόσο είναι το άθροισμα των εξωτερικών γωνιών οποιουδήποτε κανονικού ν-γώνου; Μπορείς να το εξηγήσεις;

6η)Αν επαναλάβω ένα τετράγωνο παρατηρώ ότι καλύπτεται το επίπεδο. Αυτό το γνωρίζουν πολύ καλά οι αρχιτέκτονες και κάνουν απλές πλακοστρώσεις.



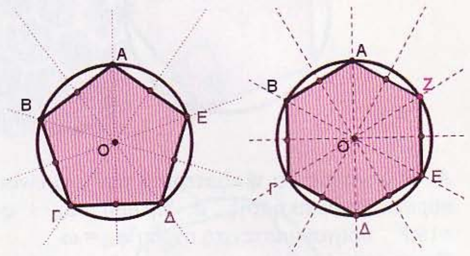
Με ποια άλλα κανονικά πολύγωνα μπορείς να καλύψω το επίπεδο; Υπάρχουν συνδυασμοί κανονικών πολυγώνων για να κάνεις μια περισσότερο σύνθετη πλακόστρωση;

Ποια σχέση πρέπει να ικανοποιείται; Μπορείς να κάνεις τους πειραματισμούς σου εδώ και να απαντήσεις μετά:
http://illuminations.nctm.org/ActivityDetail.aspx?ID=202

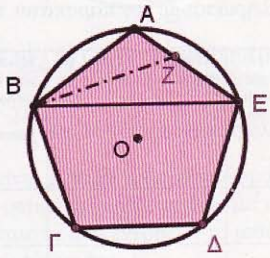
7η)Ποιο κανονικό πολύγωνο έχει κεντρική γωνία 30°; Μπορείς να το σχεδιάσεις σε κύκλο ακτίνας 5 εκατοστών; Τι παρατηρείς;

8η)Υπάρχει κανονικό πολύγωνο με γωνία φ=110°; (προσπάθησε να εξηγήσεις την απάντηση σου με περισσότερους του ενός τρόπους).

9η) Ο ρόμβος είναι κανονικό πολύγωνο; Ποιες είναι οι ομοιότητες και ποιες οι διαφορές του από το τετράγωνο;



10η) Ένα κανονικό πολύγωνο έχει άξονες συμμετρίας και πόσους; Κέντρο συμμετρίας και ποιο;



11η) Ένας κηπουρός που εργάζεται σε ένα τμήμα ενός πάρκου που έχει το σχήμα κανονικού πενταγώνου, προκειμένου να δημιουργήσει μία γραμμή από διακοσμητικά φυτά που να διχοτομεί την γωνία $A\hat{B}E$, πήρε εντολή να σκάψει κάθετα ως προς την ΒΓ. Τι λέτε η εντολή αυτή, ήταν σωστή;

Μία υπόδειξη: Υπολογίστε την γωνία $A\hat{B}E$, η οποία είναι το μισό της κεντρικής γωνίας του κανονικού πενταγώνου (γιατί;).

Στη συνέχεια να υποθέσετε ότι η ΒΖ είναι διχοτόμος και στη συνέχεια να δικαιολογήσετε γιατί η γωνία $\Gamma\hat{B}Z$ είναι ορθή.

Α΄ ΛΥΚΕΙΟΥ

ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ ΠΟΥ ΛΥΝΟΝΤΑΙ ΜΕ ΤΙΣ ΕΞΙΣΩΣΕΙΣ Α΄ΒΑΘΜΟΥ

Τουρναβίτης Στέργιος

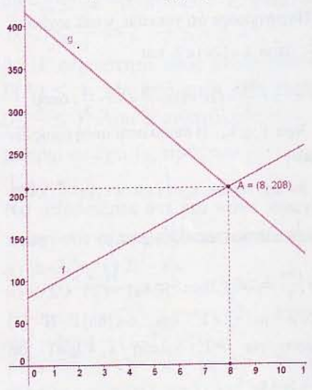
1. Μία κτηνοτροφική μονάδα έχει 80 πρόβατα και 416 κατσίκια. Κάθε εξάμηνο ο πληθυσμός των προβάτων αυξάνεται κατά 8 και ο αντίστοιχος των κατσικιών μειώνεται κατά 13.
α) Σε πόσα χρόνια η κτηνοτροφική μονάδα θα έχει ίσο αριθμό από τα δύο είδη φυτοφάγων;
β) Πόσος θα είναι τότε ο συνολικός αριθμός των ζώων

Λύση:

Α΄ τρόπος: α) Έστω ότι μετά από x χρόνια θα συμβεί αυτό. Αφού κάθε μισό χρόνο (1 εξάμηνο) τα πρόβατα αυξάνονται κατά 8, σε 1 χρόνο θα αυξηθούν κατά 16 και σε x χρόνια θα έχουμε μία αύξηση $16x$. Αντίστοιχα στον πληθυσμό των κατσικιών θα επέλθει μία μείωση $26x$. Σύμφωνα με το πρόβλημα σε x χρόνια, ο αριθμός από τα δύο είδη ζώων θα είναι ίσος.

Έχουμε την εξίσωση: $80 + 16x = 416 - 26x \ (1) \Leftrightarrow 42x = 336 \Leftrightarrow x = 8$

β) Για να βρούμε πόσα θα είναι τα πρόβατα σε 8 χρόνια, θα αντικαταστήσουμε το 8 στην ποσότητα $80 + 16x$, που εκφράζει το πλήθος τους. Έχουμε: $80 + 16 \cdot 8 = 208$. Αντίστοιχα για το πλήθος των κατσικιών σε 8 χρόνια, έχουμε: $416 - 26 \cdot 8 = 208$.



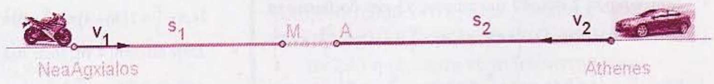
Άρα, όλα μαζί τα αιγοπρόβατα θα είναι: $2 \cdot 208 = 416$.

<u>Β΄τρόπος</u>: Σε ορθό και μη κανονικό σύστημα συντεταγμένων, σχεδιάζουμε τις γραφικές παραστάσεις των συναρτήσεων, $f(x) = 16x + 80$ και, $g(x) = -26x + 416$.

Στον οριζόντιο άξονα μετράμε τα χρόνια και στον κατακόρυφο το πλήθος των προβάτων ή των κατσικιών. Επειδή στον άξονα αυτόν χρειάζεται να παραστήσουμε (αρχικά τουλάχιστον) μεγάλους αριθμούς (το 80 για την f και το 416 για την g), το σύστημά μας δεν μπορεί να είναι κανονικό. Η τετμημένη του σημείου τομής, μας δίνει την λύση για το α) ερώτημα και το διπλάσιο της τεταγμένης του, μας δίνει την λύση για το β) ερώτημα.

2. Η απόσταση από την Αθήνα στην Νέα Αγχίαλο Μαγνησίας, είναι περίπου $300\,km$. Δύο φίλοι ξεκινάνε ταυτόχρονα και κινούμενοι αντίθετα, ο ένας με αυτοκίνητο από Αθήνα προς Νέα Αγχίαλο και ο άλλος με μοτοσικλέτα από Νέα Αγχίαλο προς Αθήνα. Η μέση ταχύτητα του αυτοκινήτου είναι $7km$ παραπάνω από αυτή της μοτοσικλέτας. Αν η απόσταση μεταξύ τους μετά από 2 ώρες οδήγησης είναι $6km$, να βρεθούν οι ταχύτητες των δύο οχημάτων.

Λύση:



Έστω v_1 η μέση ταχύτητα, s_1 το διάστημα του μοτοσικλετιστή που θα είχε διανύσει αν κινούνταν με ευθύγραμμη ομαλή κίνηση σε $2\ h$. Επίσης v_2 η μέση ταχύτητα, s_2 το διάστημα που θα είχε διανύσει ο φίλος του με το αυτοκίνητο, αν κινούνταν και αυτός με ευθύγραμμη ομαλή κίνηση, στον ίδιο χρόνο αντίστοιχα. Σύμφωνα με το πρόβλημα, τον ορισμό της μέσης ταχύτητας από την Φυσική και το παραπάνω σχήμα, έχουμε:

$s_1 + 6 + s_2 = 300,\ 2v_1 + 6 + (v_1 + 7) \cdot 2 = 300, 4v_1 = 300 - 20, v_1 = \frac{280}{4} = 70km/h$. Οπότε η ταχύτητα του αυτοκινήτου, είναι: $v_2 = (70 + 7)km/h = 77km/h$

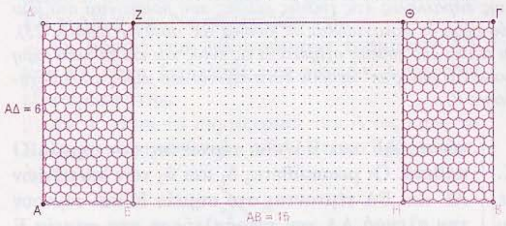
3. Ένας κηπουρός θέλει να χωρίσει έναν κήπο $ΑΒΓΔ$ σχήματος ορθογωνίου παραλληλογράμμου σε τρία μικρότερα ορθογώνια, έτσι ώστε το άθροισμα των εμβαδών των δύο ακριανών και ίσων ορθογωνίων, να είναι τα $\frac{2}{3}$ του μεσαίου. Αν ο κήπος έχει διαστάσεις $ΑΒ = 15m$ και $ΑΔ = 6m$,

α) μπορείτε να τον βοηθήσετε να βρεί τη θέση των σημείων $Ε$ και $Η$;

β) Να βρείτε τις διαστάσεις των τριών ορθογωνίων επαληθεύοντας και το αποτέλεσμα που βρήκατε από το α) ερώτημα.

Λύση:

α) Επειδή τα δύο ακριανά ορθογώνια έχουν ίσα εμβαδά, τα σημεία Ε και Η θα απέχουν εξίσου από τα Α και Β. Έστω λοιπόν $AE = HB = x$. Σύμφωνα με το πρόβλημα έχουμε:



$$6x + 6x\frac{2}{3}(15-2x)\cdot 6 \Leftrightarrow$$

$$\cancel{6}\cdot 2x = \cancel{6}\cdot\frac{2}{3}(15-2x) \Leftrightarrow 3x = 15-2x \Leftrightarrow$$

$5x = 15 \Leftrightarrow x = 3m$. Άρα $AE = HB = 3m$.

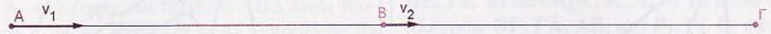
β) Τα εμβαδά των $AEZ\Delta$ και $HB\Gamma\Theta$ είναι $3\cdot 6\, m^2$, ενώ το άθροισμά τους $36\, m^2$. Το $EH = 15-6 = 9m$, άρα εμβαδόν του $EH\Theta Z = 9\cdot 6m^2 = 54\, m^2$. Επίσης ισχύει $\frac{2}{3}\cdot 54 = 36$.

4. Δύο σώματα (1) και (2) κινούνται στην ίδια ευθεία κατά την ίδια φορά με σταθερές ταχύτητες $v_1 = 0,5\frac{m}{s}$ και $v_2 = 0,25\frac{m}{s}$ αντίστοιχα. Αρχικά τα δύο σώματα απέχουν μεταξύ τους απόσταση 10m. Να υπολογίσετε:

α) Μετά από πόσο χρόνο θα συναντηθούν.

β) Το διάστημα που θα διανύσει το κάθε σώμα από την αρχική του θέση μέχρι το σημείο της συνάντησής τους.

γ) Να επιλύσετε τα παραπάνω ερωτήματα, κατασκευάζοντας στο ίδιο σύστημα αξόνων τις γραφικές παραστάσεις διαστήματος-χρόνου των δύο σωμάτων και βρίσκοντας τις συντεταγμένες του σημείου τομής τους.



Λύση

α) και β) Τα δύο σώματα (1) και (2) αρχικά, ή την χρονική στιγμή $t = 0$, βρίσκονται στα σημεία A και B αντίστοιχα και $AB = 10m$. Έστω επίσης ότι θα συναντηθούν μετά από χρόνο t στο Γ, το οποίο απέχει $x\, m$ από το B. Εφόσον η κίνηση και των δύο σωμάτων είναι ευθύγραμμη ομαλή και της ίδιας φοράς, τα διαστήματα που διανύουν, δίνονται από τις εξισώσεις:

σώμα (1): $10 + x = v_1\cdot t$, σώμα (2): $x = v_2\cdot t$

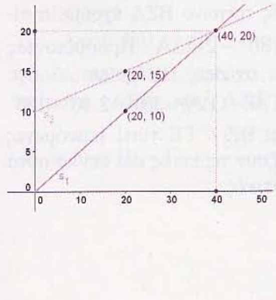
Αντικαθιστώντας την τιμή του x από την δεύτερη εξίσωση στην πρώτη, πετυχαίνουμε να έχουμε μία εξίσωση με έναν άγνωστο (τον χρόνο t).

$10 + 0,25\cdot t = 0,5\cdot t \Leftrightarrow 0,25\cdot t = 10 \Leftrightarrow t = 40s$ και $x = 0,25\cdot 40 = 10m$.

Άρα τα δύο σώματα θα συναντηθούν μετά από χρόνο $40s$ και το σημείο συνάντησής τους απέχει συνολική απόσταση $10 + 10 = 20m$ από το A. Αυτή η απόσταση αποτελεί και το διάστημα που διάνυσε το σώμα (1), ενώ το αντίστοιχο διάστημα του σώματος (2) είναι $10m$.

γ) Αν θεωρήσουμε ότι στον οριζόντιο άξονα μετράμε τον χρόνο κίνησης των δύο σωμάτων και στον κατακόρυφο τα διαστήματα που αυτά διανύουν, οι συναρτήσεις των κινήσεών τους είναι αντίστοιχα: $s_1(t) = 0,5\cdot t$, $s_2(t) = 10 + 0,25t$ (τη χρονική στιγμή $t = 0$ βρίσκεται σε απόσταση 10m προς την φορά της κίνησης σε σχέση με το (1))

t *(χρόνος σε δευτερόλεπτα)*	0	20
$s_1(t)$ *(διάστημα σε μέτρα)*	0	10
$s_2(t)$ *(διάστημα σε μέτρα)*	10	15



Η πρώτη συνάρτηση-ευθεία, διέρχεται από τα σημεία (0,0) και (20,10) ενώ η δεύτερη από τα σημεία (0,10) και (20,15).

Επειδή όπως είπαμε στους δύο άξονες μετράμε διαφορετικά μεγέθη, δεν είναι απαραίτητο το σύστημα των δύο συντεταγμένων να είναι κανονικό. Αν προεκτείνουμε τις δύο ευθείες, βλέπουμε και τις συντεταγμένες του σημείου τομής, που είναι η λύση του προβλήματος.