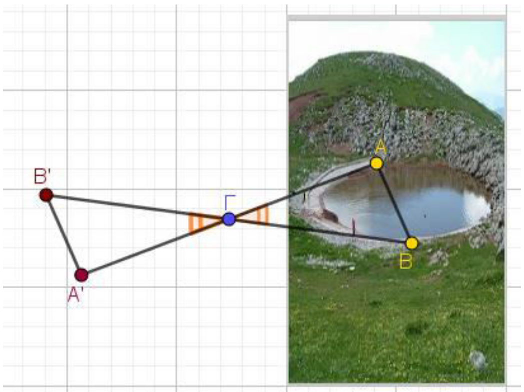
Α΄ ΛΥΚΕΙΟΥ

1ο μέρος

ΕΠΙΛΥΣΗ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΩΝ ΜΕ ΧΡΗΣΗ ΓΕΩΜΕΤΡΙΚΩΝ ΜΕΘΟΔΩΝ

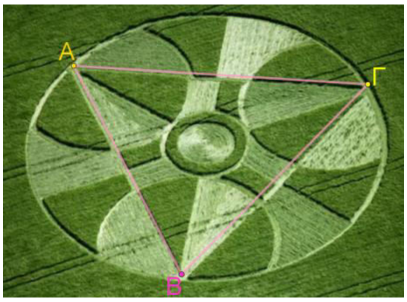
Ένας από τους στόχους αυτής της εργασίας, είναι να αναδείξουμε τη συμβολή της Γεωμετρίας και της Αναλυτικής Γεωμετρίας στην επίλυση προβλημάτων από την καθημερινή ζωή που μερικά από αυτά ενδεχομένως να έχουν εφαρμογή σε άλλους τομείς επιστημών π.χ. Τοπογραφία, Φυσική κ.ά.

1. **Ένας τοπογράφος θέλει να μετρήσει την απόσταση ΑΒ δύο σημείων που βρίσκονται στις απέναντι όχθες μιας λίμνης. Για τον σκοπό αυτό τοποθετεί δύο πασσάλους-δείκτες στα σημεία Α, Β και ένα δείκτη Γ τέτοιο ώστε οι αποστάσεις ΓΑ και ΓΒ να μπορούν να μετρηθούν στην στεριά. Στη συνέχεια παίρνει στην προέκταση της ΓΒ ευθύγραμμο τμήμα ΓΒ΄=ΓΒ και στην προέκταση της ΓΑ ευθύγραμμο τμήμα ΓΑ΄=ΓΑ. Με ποιο τρόπο μπορεί να αξιοποιηθεί αυτό το σχήμα για να μετρηθεί η απόσταση ΑΒ;**

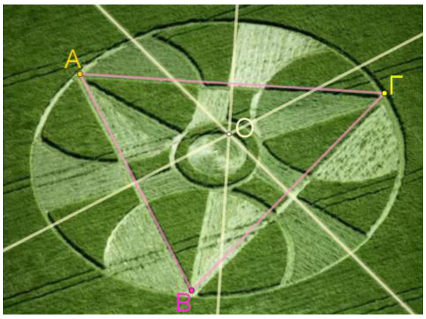


Λύση: Τα τρίγωνα $\boldsymbol{A\Gamma B}$ και $\boldsymbol{A'\Gamma B'}$ από το 1ο κριτήριο ισότητας τριγώνων (ΠΓΠ) είναι ίσα γιατί έχουν δύο πλευρές ($\boldsymbol{A\Gamma = A'\Gamma, \Gamma B = \Gamma B'}$) και τις περιεχόμενες γωνίες ($B\hat{\Gamma}A = B'\hat{\Gamma}A'$) αντίστοιχα ίσες. Από την ισότητα των τριγώνων προκύπτει ότι $\boldsymbol{AB = A'B'}$. Έτσι ο τοπογράφος αντί να μετρήσει την απόσταση $\boldsymbol{AB}$, μετράει την ίση με αυτήν χερσαία απόσταση $\boldsymbol{A'B'}$ και βρίσκει το επιθυμητό αποτέλεσμα.

2. **Στα σημεία Α, Β, Γ έχουμε εγκαταστήσει 3 αισθητήρες υγρασίας του εδάφους και θέλουμε επίσης να εγκαταστήσουμε σε κάποιο σημείο του κήπου έναν αναμεταδότη, ο οποίος να λαμβάνει με την ίδια ένταση το σήμα από τα σημεία Α, Β, Γ και να το αναμεταδίδει σ' έναν server. Θέλουμε με άλλα λόγια ο αναμεταδότης αυτός να απέχει εξίσου από τα Α, Β, Γ. Μπορείτε να βοηθήσετε τον ηλεκτρονικό που συνεργάζεται με τον γεωπόνο να εντοπίσει το σημείο αυτό;**



Λύση:

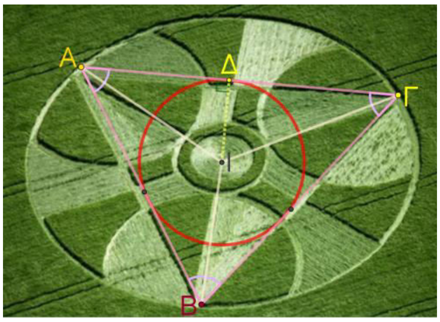


Το σημείο που ισαπέχει από τις κορυφές του τριγώνου ΑΒΓ, βρίσκεται εσωτερικά του τριγώνου και είναι το σημείο τομής των μεσοκαθέτων των πλευρών του (κέντρο του περιγεγραμμένου κύκλου).

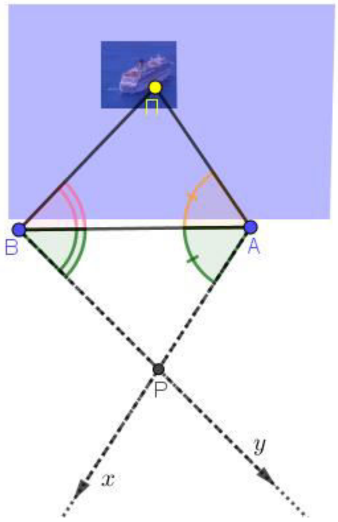
3. **Εσωτερικά του προηγούμενου τριγωνικού παρτεριού ΑΒΓ θέλουμε να φυτέψουμε τριαντάφυλλα στην περιφέρεια ενός κύκλου που να εφάπτεται των πλευρών του τριγώνου και το κέντρο αυτού του κύκλου να ισαπέχει από τις πλευρές του ΑΒ, ΒΓ, ΓΑ. Πως θα προσδιορίσουμε το κέντρο και την ακτίνα του κύκλου;**

Λύση:

Το κέντρο του κύκλου θα είναι το σημείο τομής των διχοτόμων των γωνιών του τριγώνου (έγκεντρο του τριγώνου) και ακτίνα η απόσταση του Ι από μία πλευρά του. Το σημείο τομής των τριών διχοτόμων θα ισαπέχει από τις πλευρές και των τριών γωνιών-πλευρών του τριγώνου.



4. **Ένας παρατηρητής για να μετρήσει την απόσταση *ΑΠ* ενός πλοίου *Π* από ένα σημείο *Α* της ακτής, θεωρεί ένα δεύτερο σημείο *Β* της ακτής και με ένα γωνιόμετρο μετρά τις γωνίες $\Pi\hat{A}B$ και $\Pi\hat{B}A$. Στη συνέχεια μετρά τις γωνίες $B\hat{A}x,\ A\hat{B}y$ ίσες αντίστοιχα με τις προηγούμενες. Μπορείτε να εξηγήσετε σε τι αποβλέπει καθώς και πως μπορεί να υπολογίσει την απόσταση *ΑΠ* με την μέθοδο αυτή;**



Λύση:

Τα τρίγωνα ***ΠΑΒ*** και ***ΡΑΒ*** είναι ίσα από το 2^{ο} κριτήριο ισότητας τριγώνων (ΓΠΓ) γιατί έχουν: $\Pi\hat{A}B = B\hat{A}P$, ***ΑΒ*** κοινή, $\Pi\hat{B}A = A\hat{B}P$.
Επομένως θα έχουν και τα υπόλοιπα στοιχεία τους ίσα, άρα ***ΑΠ* = *ΑΡ***. Η συνέχεια είναι να μετρήσει την χερσαία απόσταση ***ΑΡ*** και είναι σαν να μετράει την ίδια απόσταση από το σημείο ***Α*** μέχρι το πλοίο ***Π***.

Βιβλιογραφία: Ευκλείδια Γεωμετρία Α΄και Β΄Ενιαίου Λυκείου έκδοση ΟΕΔΒ 1999

Συνεχίζεται…