

ΕΠΑΝΑΛΗΨΗ ΣΤΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ

2017

ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ ΘΕΩΡΙΑΣ

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ ΘΕΩΡΙΑΣ
ΑΣΚΗΣΕΙΣ

Επιμέλεια

Σταματίνα Βαβούτη

Μαθηματικός

Η ΤΕΛΕΥΤΑΙΑ ΕΠΑΝΑΛΗΨΗ ΣΤΗΝ ΑΛΓΕΒΡΑ

ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ

Πράξεις με πραγματικούς αριθμούς

1. Ποιο είναι το σύνολο των πραγματικών αριθμών και πώς συμβολίζεται;
2. Πώς ορίζεται η απόλυτη τιμή ενός πραγματικού αριθμού και πώς συμβολίζεται;
3. Πώς προσθέτουμε δύο ομόσημους ρητούς αριθμούς και πώς δύο ετερόσημους ρητούς αριθμούς;
4. Πώς πολλαπλασιάζουμε δύο ομόσημους ρητούς αριθμούς και πώς δύο ετερόσημους ρητούς αριθμούς;
5. Ποιες είναι οι ιδιότητες της πρόσθεσης και του πολλαπλασιασμού;
6. Πώς βρίσκουμε τη διαφορά δύο αριθμών και πώς το πηλίκο;
7. **α)** Πώς ορίζεται η δύναμη με βάση πραγματικό αριθμό κι εκθέτη ένα φυσικό αριθμό;
β) Ποιες είναι οι ιδιότητες των δυνάμεων με βάση πραγματικό αριθμό κι εκθέτη ακέραιο.
8. Ποια είναι η προτεραιότητα των πράξεων σε μία αριθμητική παράσταση;
9. **α)** Τι ονομάζεται τετραγωνικής ρίζα ενός θετικού αριθμού x ;
β) Υπάρχει τετραγωνική ρίζα αρνητικού αριθμού; Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.
10. Ποιες είναι οι ιδιότητες των ριζών;
11. **α)** Αν $a \geq 0$ και $b \geq 0$, να αποδείξετε $\sqrt{a} \cdot \sqrt{b} = \sqrt{a \cdot b}$
β) Αν $a \geq 0$ και $b > 0$, ισχύει $\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = \sqrt{\frac{a}{b}}$
γ) Είναι **Σωστό ή Λάθος** $\sqrt{a} + \sqrt{b} = \sqrt{a + b}$

Μονώνυμα-Πράξεις με μονώνυμα

1. Τι ονομάζεται αλγεβρική παράσταση και τι αριθμητική τιμή της αλγεβρικής παράστασης;
2. Πότε μια αλγεβρική παράσταση ονομάζεται ακέραια;
3. Τι ονομάζεται μονώνυμο και ποια είναι τα μέρη από τα οποία αποτελείται;
4. **α)** Ποια μονώνυμα λέγονται όμοια;
β) Ποια μονώνυμα λέγονται ίσα και ποια αντίθετα;
5. **α)** Τι ονομάζεται βαθμός του μονωνύμου ως προς μία μεταβλητή του;
β) Τι ονομάζεται βαθμός του μονωνύμου ως προς όλες τις μεταβλητές του;
6. **α)** Τι ονομάζεται σταθερό μονώνυμο και ποιος είναι ο βαθμός του;
β) Ποιο μονώνυμο λέγεται μηδενικό και ποιος είναι ο βαθμός του;
7. Πώς ορίζεται το άθροισμα όμοιων μονωνύμων;
8. **α)** Πώς ορίζεται το γινόμενο μονωνύμων;
β) Πώς γίνεται η διαίρεση μονωνύμων;

Πολυώνυμα-Πρόσθεση και Αφαίρεση πολυωνύμων-Πολλαπλασιασμός πολυωνύμων

1. **α)** Τι ονομάζεται πολυώνυμο;
β) Τι λέγεται όρος του πολυωνύμου;
γ) Πότε ένα πολυώνυμο λέγεται διώνυμο και πότε τριώνυμο;
2. **α)** Τι ονομάζεται βαθμός του μονωνύμου ως προς μία μεταβλητή του;
3. **α)** Τι ονομάζεται σταθερό πολυώνυμο και ποιος είναι ο βαθμός του;
β) Τι ονομάζεται σταθερό πολυώνυμο και ποιος είναι ο βαθμός του;
4. Τι ονομάζεται αναγωγή ομοίων όρων;
5. Πώς προσθέτουμε και πώς αφαιρούμε πολυώνυμα;
6. **α)** Πώς πολλαπλασιάζουμε μονώνυμο με πολυώνυμο και πώς πολυώνυμο με πολυώνυμο;
β) Τι λέγεται ανάπτυγμα ενός γινομένου;

Ταυτότητες

1. Τι ονομάζεται ταυτότητα;

2. Να αποδείξετε τις ταυτότητες :

α) $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

β) $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$

γ) $(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$

δ) $(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$

ε) $(a-b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$

3. **α)** Τι ονομάζεται παραγοντοποίηση;

β) Ποιες είναι οι χαρακτηριστικές περιπτώσεις παραγοντοποίησης;

Ε.Κ.Π. και Μ.Κ.Δ. ακέραιων αλγεβρικών παραστάσεων

1. Τι ονομάζεται Ελάχιστο Κοινό Πολλαπλάσιο (Ε.Κ.Π.) και τι Μέγιστος Κοινός Διαιρέτης (Μ.Κ.Δ.) δύο ή περισσότερων αλγεβρικών παραστάσεων που έχουν αναλυθεί σε γινόμενο πρώτων παραγόντων;

Ρητές αλγεβρικές παραστάσεις – Πράξεις ρητών παραστάσεων

1. **α)** Πότε μια αλγεβρική παράσταση λέγεται ρητή;

β) Ποιες τιμές δεν μπορούν να πάρουν οι μεταβλητές μιας ρητής παράστασης ;

Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.

2. **α)** Πότε μια ρητή παράσταση μπορεί να απλοποιηθεί;

β) Πως απλοποιούμε μια ρητή αλγεβρική παράσταση;

3. Πως κάνουμε πράξεις με ρητές αλγεβρικές παραστάσεις ;

Εξισώσεις 2^{ου} βαθμού

1. **α)** Τι ονομάζεται εξίσωση 2^{ου} βαθμού με έναν άγνωστο;

β) Τι γνωρίζετε για τον τύπο και το πλήθος των ριζών της εξίσωσης $ax^2 + bx + c = 0$, $a \neq 0$

Συστήματα γραμμικών εξισώσεων

1. **α)** Τι λέγεται γραμμικό σύστημα δύο εξισώσεων με δύο αγνώστους ;

β) Τι λέγεται λύση ενός γραμμικού συστήματος δύο εξισώσεων με δύο αγνώστους;

γ) Τι λέγεται επίλυση ενός γραμμικού συστήματος δύο εξισώσεων με δύο αγνώστους;

2. Πότε ένα γραμμικό σύστημα λέγεται **α)** αδύνατο **β)** αόριστο ;

3. **α)** Πως γίνεται η γραφική επίλυση ενός γραμμικού συστήματος δύο εξισώσεων με δύο αγνώστους και πως η αλγεβρική;

β) Πως γίνεται η αλγεβρική επίλυση ενός γραμμικού συστήματος δύο εξισώσεων με δύο αγνώστους;

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

1. Να γίνουν οι πράξεις : **α)** $(-3\frac{1}{6}) + 2\frac{1}{9} + (-5\frac{7}{18})$

β) $\frac{(\frac{2}{3} - \frac{1}{4}) - (1 - \frac{1}{-2})}{\frac{5}{-2} + \frac{-7}{2} - 1}$

γ) $(2 + \frac{3}{4}) : \frac{1}{2} + 5\frac{1}{3} \cdot \frac{6}{7} - (\frac{2}{3} : \frac{1}{4})$

δ) $(-2)^6 - 4^3 - (-3)^4 - [(2^5 - 14) : 6 - 9]$

ε) $(-10)^2 - (-1)^{27} \cdot (-2) - [5^3 - (-5)^2 - (1 - 2^4)]$

στ) $\frac{(-1)^2 - (-1)^3 - (-1)^5}{-2 - (-2)^2 - (-2)^3} \cdot \frac{(-2)^4 - 2^3}{(-3)^3 + (-3)^2}$

2. Στην παράσταση $-12x + (-9y + 4x) - (x - 7y)$ να απαλείψετε τις παρενθέσεις και να βρείτε την αριθμητική της τιμή για $x = -2, y = -5$.

3. Αν είναι $\mu + \nu = -13,8$ να βρεθεί η τιμή της παράστασης $A = 8,6 - (\nu - \kappa) - [\kappa - (\lambda - \mu)] - (\lambda - 11)$.

4. Να γίνουν μία δύναμη με βάση πραγματικό αριθμό οι παραστάσεις:

α) $[(-2)^2]^3 \cdot (-2)^4 : [(-2)^3]^2$

β) $(2^2)^3 + 2^7 : 2 + (2^3)^2 + 2^2 \cdot 2^4$

γ) $[(-2)^2 \cdot (-5)^2]^3 : 100$

δ) $-2^6 \cdot (-25)^3 \cdot 2^{-3} \cdot \frac{1}{125}$

ε) $[(-\frac{2}{3})^2 \cdot (-\frac{8}{27})]^3 : [(-4) \cdot (\frac{4}{27})^2]$

5. Να γίνουν οι πράξεις: **α)** $96xy^3(2xy)^{-3}$ **β)** $(-3x^2y^3\omega)^3 : (9x^4y^5\omega^2)$ **γ)** $\frac{(2xy^2)^3}{x^2y^4}$ **δ)** $\frac{a^{-4}}{\beta^{-3}} : \frac{\alpha^{-3}}{5\beta^{-2}}$

6. Να γίνουν οι πράξεις:

α) $2\sqrt{28} + 6\sqrt{7} - \sqrt{63}$

β) $-6\sqrt{11} + 3\sqrt{13} - \sqrt{11} + \sqrt{13} + 8\sqrt{11}$

γ) $\sqrt{\frac{5}{2}} \sqrt{\frac{2}{5}}$

δ) $\frac{\sqrt{50}}{\sqrt{2}}$

ε) $\frac{\sqrt{8}\sqrt{4}\sqrt{3}}{\sqrt{27}\sqrt{2}}$

στ) $5\sqrt{8} \cdot 7\sqrt{6} \cdot 2\sqrt{12}$

ζ) $3\sqrt{5} + 4\sqrt{20} - 5\sqrt{45}$

η) $(\sqrt{18} - \sqrt{2}) : \sqrt{2}$

θ) $\sqrt{3}(\sqrt{5} + \sqrt{3})$

ι) $(2\sqrt{3} - 5)(2 + \sqrt{3})$

ια) $(2\sqrt{3} + 5)^2$

ιβ) $(\sqrt{2} - \sqrt{5})(\sqrt{2} + \sqrt{5})$

7. Να προσδιορίσετε την τιμή του φυσικού αριθμού n ώστε το μονώνυμο $-3x^2y^n$

α) Να είναι μηδενικού βαθμού ως προς y

β) Να είναι 3^{ου} βαθμού ως προς x και y

γ) Να έχει αριθμητική τιμή -24 για $x = -1$ και $y = 2$

8. Να βρείτε τους αριθμούς κ, λ, ν ώστε τα μονώνυμα $-5x^{\kappa}y^{\lambda}, \kappa x^{\lambda}y^{\nu}$ να είναι :

α) όμοια **β)** ίσα **γ)** αντίθετα

9. Δίνονται τα πολυώνυμα $P(x) = x^2 - 3x + 6$ και $Q(x) = -2x + 3$. Να βρείτε :

α) το $P(-1)$

β) το $P(x) \cdot Q(x)$ και να το διατάξετε κατά τις φθίνουσες δυνάμεις του x

10. Δίνονται τα πολυώνυμα $P(x) = ax^2 + bx + \gamma$ και $Q(x) = x^2 + 5x - 3$.

Να βρείτε τους αριθμούς a, β και γ , αν το $P(x)$ είναι ίσο με το $Q(-x) + Q(2x)$

11. Να γίνουν οι πράξεις: **α)** $\left(4x - \frac{1}{4x}\right)^2$

β) $(-4x - 3y)^2$

γ) $(2x^2 + y^3)^2$

δ) $(3x - y + 2)^2$

ε) $(2x^2 + x)^3$

στ) $(-3\alpha + 4\beta)(3\alpha + 4\beta)$

ζ) $(3x - y + 2)^2$

η) $(x+2)(x-2)(x^2+4)$

θ) $(3x+2)^2 - (4x-1)^2 - (3x+7)(7-3x)$

ι) $(2x+3y)^3 - (3x-y)^3$

ια) $\left(\frac{1}{2}x + 2\right)^3$

ιβ) $(-2x - \omega)^3$

ιγ) $5 - 3(x+y)^2 + 2(x-y)(x+y)$

ιδ) $(\alpha - \beta)^3 + 3\alpha\beta(\alpha - \beta) + 2\beta^3$

12. Να αποδειχθούν οι ταυτότητες:

α) $(x+y)^2 - 2(x+y)(x-y) + (x-y)^2 = 4y^2$ **β)** $(5x+4y)^2 - (4x+5y)^2 = 9(x+y)(x-y)$

γ) $2(2x-2)^3 - (x-4)(4x+2)^2 = 108x$ **δ)** $(x^3+y^3)^2 - (x^2+y^2)^3 + 3x^2y^2(x+y)^2 = (2xy)^3$

13. Αν είναι $x+y=7$ και $xy=12$ να βρεθεί η αριθμητική τιμή της παράστασης x^2+y^2 .

14. Να παραγοντοποιήσετε τις παραστάσεις:

α) $16x^2y\omega - 24xy^2\omega^2 + 32xy\omega$ **β)** $25x^2 - 36y^2$ **γ)** $(5x+6)^2 - 36y^2$ **δ)** $81x^2 - (5x-3)^2$
ε) $3x^2 - 75y^2$ **στ)** $5a^2 - 80$ **ζ)** $x^3 - 5x^2 + 2x - 10$ **η)** $x^2y^2 - 8xy + 16$
θ) $x^2 - 7x + 6$ **ι)** $3x^2 + 12x + 9$

15. Ομοίως: **α)** $x^2 + 2x - 15$ **β)** $12a^3 - 3a\beta^2 + \beta^2\gamma - 4a^2\gamma$ **γ)** $3x^3 - 7x^2 + 3x - 7$
δ) $2ax^2 - 3ax - 10x + 15$ **ε)** $4(x+2y)^2 - 9(3x-y)^2$ **στ)** $2\beta + 1 - a^2 - \beta^2$

16. Να απλοποιηθούν οι παραστάσεις: **α)** $\frac{5x-10}{x^2-2x}$ **β)** $\frac{x^2-10x+25}{x^2-25}$ **γ)** $\frac{1-a^2+a^3-a^5}{1+a-a^2-a^3}$

17. Να γίνουν οι πράξεις:

α) $\frac{3}{x} - \frac{4}{x^2}$ **β)** $\frac{4}{x+3} + \frac{5}{x-2}$ **γ)** $\frac{3}{2x+2} + \frac{4}{3x-3} - \frac{5}{4x^2-4}$ **δ)** $\frac{2a^2-2a+1}{a^2-a} - \frac{a}{a-1}$
ε) $\frac{3}{a-\beta} - \frac{2\beta}{(a-\beta)^2}$ **στ)** $\left(\frac{1}{x^2} - \frac{1}{y^2}\right) : \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{y}\right)$ **ζ)** $\frac{x+1}{x^2-4} - \frac{x-2}{x^2+3x+2}$
η) $\frac{1-x}{x-2} - \frac{x-3}{x+2} - \frac{4}{4-x^2}$ **θ)** $\left(\frac{1}{x} - \frac{3}{y} + \frac{5}{\omega}\right)xy\omega$ **ι)** $\frac{x^2-25}{x+2} \cdot \frac{x^2-4}{x^2-9x+20}$
ια) $\frac{\frac{x^2-1}{x+3}}{x^2-9}$ **ιβ)** $(20x^2+24xy+8x):4x$

18. Να λυθούν οι εξισώσεις:

α) $2x^2=16x$ **β)** $4x^2+7=0$ **γ)** $4x^2-24=0$ **δ)** $x^2-7x+12=0$ **ε)** $x^2+2x+7=0$
στ) $4(x+1)(x-1)=4x-1$ **ζ)** $4x^2-20x+25=0$ **η)** $(2x-3)^2-1=(x-1)(x-2)$ **θ)** $2(x+2)+(x+1)^2=2$
ι) $(x^2-9)(x-8)=0$ **ια)** $\frac{x^2}{2} + x + \frac{3}{2} = 0$ **ιβ)** $(x^2+6x+5)(x^2+4x+3)=0$

19. Αν είναι $1,5 < x < 4$ και $-2 < y < 5,2$ να βρείτε μεταξύ ποιών αριθμών περιέχονται οι τιμές των παραστάσεων: **α)** $3x+4y$ **β)** $-2x+y$

20. Να λυθούν τα συστήματα:

α) $-3x+2y=25$ **β)** $2(x-y)=3(x+y)$ **γ)** $\frac{x-1}{2} = \frac{y+2}{3}$ **δ)** $5x-4y=3$ **ε)** $x+y=2$ **στ)** $y-x=28$
 $5x+y=45$ $3(x-4)-6=2(y+8)$ $3x-y=11$ $15x-12y=7$ $x^2+y^2=34$ $xy=-75$

21. Να βρεθούν τα a και β ώστε η εξίσωση $x^3+5x^2+ax-4\beta=0$ να αληθεύει για $x=2$ και για $x=-3$

22. Να βρεθεί η εξίσωση της ευθείας που διέρχεται από τα σημεία $A(-1,4)$ και $B(2,4)$.

23. Να βρεθούν δύο αριθμοί που έχουν άθροισμα 28 και γινόμενο 192.

Η ΤΕΛΕΥΤΑΙΑ ΕΠΑΝΑΛΗΨΗ ΣΤΗ ΓΕΩΜΕΤΡΙΑ

ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ

Ισότητα τριγώνων

1. Ποια είναι τα κύρια στοιχεία ενός τριγώνου και ποια τα δευτερεύοντα ;
2. Ποια είναι τα είδη των τριγώνων **α)**ως προς τις πλευρές **β)**προς τις γωνίες;
3. Τι ονομάζεται **α)**διάμεσος **β)**διχοτόμος και **γ)**ύψος ενός τριγώνου;
4. **α)**Πότε δύο τρίγωνα λέγονται ίσα;
β)Να συμπληρώσετε τα κενά:
«Σε ίσα τρίγωνα απέναντι από ίσες πλευρές βρίσκονται γωνίες και»
5. Ποια είναι τα κριτήρια ισότητας τριγώνων;
6. Ποια είναι τα κριτήρια ισότητας ορθογωνίων τριγώνων;
7. Ποια είναι η χαρακτηριστική ιδιότητα των σημείων της μεσοκαθέτου ευθ. τμήματος;
8. Ποια είναι η χαρακτηριστική ιδιότητα των σημείων της διχοτόμου μιας γωνίας;

Λόγος ευθυγράμμων τμημάτων

1. Τι ονομάζεται λόγος δύο ευθυγράμμων τμημάτων και με τι ισούται;
2. Τι γνωρίζετε για τις παράλληλες ευθείες που ορίζουν ίσα τμήματα σε μία ευθεία;
Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.
3. Τι γνωρίζετε για την παράλληλη που φέρνουμε από το μέσο μιας πλευράς ενός τριγώνου προς μια άλλη πλευρά του ; Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.
4. **α)**Πότε τα ευθύγραμμα τμήματα a, γ είναι ανάλογα προς τα τμήματα β και δ ;
β)Να συμπληρώσετε τα κενά:
Η ισότητα $\frac{a}{\beta} = \frac{\gamma}{\delta}$ ονομάζεται με όρους τα ευθ. τμήματα a, β, γ και δ . Τα τμήματα a, δ ονομάζονται όροι και τα τμήματα β, γ ονομάζονται όροι της αναλογίας.
γ)Ποιες είναι οι σημαντικότερες ιδιότητες των αναλογιών;

Ομοιότητα

1. Πότε δύο πολύγωνα είναι όμοια;
2. **α)**Ποιες πλευρές δύο όμοιων πολυγώνων λέγονται ομόλογες ;
β)Τι λέγεται λόγος ομοιότητας δύο όμοιων πολυγώνων ;
γ)Με τι ισούται ο λόγος των περιμέτρων τους;
3. Είναι **Σωστό η Λάθος** «Τα ίσα σχήματα είναι όμοια.» ;
Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.
4. Τι λέγεται κλίμακα ενός χάρτη;
5. Πότε δύο τρίγωνα είναι όμοια;
6. Με τι ισούται ο λόγος των εμβαδών δύο όμοιων σχημάτων;

Τριγωνομετρία

1. Πως ορίζονται οι τριγωνομετρικοί αριθμοί γωνίας ω με $0^\circ \leq \omega \leq 180^\circ$;
2. Ποιο είναι το πρόσημο των τριγωνομετρικών αριθμών **α)**μιας οξείας γωνίας **β)**μιας αμβλείας γωνίας;
3. Ποιοι είναι οι τριγωνομετρικοί αριθμοί της γωνίας **α)** $\omega=0^\circ$ **β)** $\omega=30^\circ$ **γ)** $\omega=45^\circ$ **δ)** $\omega=60^\circ$ **ε)** $\omega=90^\circ$ και **στ)** $\omega=180^\circ$
4. Ποιες σχέσεις συνδέουν τους τριγωνομετρικούς αριθμούς δύο παραπληρωματικών γωνιών;
5. Να συμπληρώσετε τα κενά: «Αν δύο γωνίες έχουν το ίδιο ημίτονο και είναι από 0° μέχρι και 180° τότε είναι ή
6. Να αποδείξετε ότι για μία οποιαδήποτε γωνία ω ισχύουν οι τύποι:

$$\eta\mu^2\omega + \sigma\upsilon\nu^2\omega = 1 \text{ και } \epsilon\phi\omega = \frac{\eta\mu\omega}{\sigma\upsilon\nu\omega} \text{ όπου } \sigma\upsilon\nu\omega \neq 0$$

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

1. Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο ABΓ και στις ίσες πλευρές του AB και AΓ παίρνουμε αντιστοίχως τα τμήματα $AD = \frac{1}{3} AB$ και $AE = \frac{1}{3} AΓ$. Αν Μ είναι το μέσο της ΒΓ, να δείξετε ότι το τρίγωνο ΔΜΕ είναι ισοσκελές.

2. Δίνεται κύκλος κέντρου Ο και χορδή του ΑΒ. Προεκτείνουμε την ΑΒ και προς τα δύο άκρα της κατά ίσα τμήματα ΒΓ και ΑΔ. Να αποδείξετε ότι $ΟΓΑ = ΟΔΒ$.

3. Δύο τρίγωνα ABΓ και A'B'Γ' έχουν $AΓ = A'Γ'$, $A = A'$ και $AD = A'D'$ όπου ΑΔ, Α'Δ' οι διχοτόμοι των γωνιών Α και Α' αντίστοιχα. Να αποδείξετε ότι α) $Γ = Γ'$ β) $BΓ = B'Γ'$ και $AB = A'B'$.

4. Σε τρίγωνο ABΓ φέρνουμε τη διχοτόμο ΑΔ της γωνίας Α και από την κορυφή Β φέρνουμε τη ΒΚ κάθετο στη διχοτόμο ΑΔ η οποία τέμνει την ΑΓ στο Ε.

α) Να αποδειχθεί ότι το τρίγωνο ΑΒΕ είναι ισοσκελές

β) Να αποδειχθεί ότι το τρίγωνο ΒΔΕ είναι ισοσκελές

5. Να αποδειχθεί ότι τα μέσα των ίσων πλευρών ισοσκελούς τριγώνου ισαπέχουν από τη βάση.

6. Έστω τρίγωνο ABΓ. Στην προέκταση της πλευράς ΑΒ παίρνουμε σημείο Ε, ώστε $BE = AB$ και στην προέκταση της ΑΓ παίρνουμε σημείο Ζ, ώστε $ΓΖ = ΑΓ$. Αν ΑΔ το ύψος του τριγώνου και ΕΗ, ΖΘ τα κάθετα τμήματα προς την ευθεία ΒΓ, τότε να συγκριθούν τα τρίγωνα ΑΒΔ και ΕΒΗ, καθώς και τα ΑΓΔ και ΖΓΘ.

7. Δίνονται δύο παραλληλόγραμμα ABΓΔ και ΚΛΜΝ. Να τα εξετάσετε ως προς την ομοιότητα και αν είναι όμοια να βρείτε το λόγο ομοιότητας στις παρακάτω περιπτώσεις:

α) $AB = 4\text{ cm}$, $BΓ = 5\text{ cm}$, $ΚΛ = 8\text{ cm}$ και $ΛΜ = 10\text{ cm}$, $A = 50^\circ$ και $K = 45^\circ$.

β) $AB = 5\text{ cm}$, $AD = 7\text{ cm}$, $ΚΛ = 15\text{ cm}$, και $ΚΝ = 21\text{ cm}$, $A = K = 100^\circ$.

8. Σε τρίγωνο ABΓ φέρνουμε την $DE // BΓ$. Αν είναι $AΓ = 8\text{ cm}$, $AD = 2\text{ cm}$, και $BΓ = 12\text{ cm}$

α) Να αποδείξετε ότι τα τρίγωνα ΑΔΕ και ΑΒΓ είναι όμοια.

β) Να γράψετε τους ίσους λόγους.

γ) Να υπολογίσετε το τμήμα ΔΕ.

9. Σε τρίγωνο ABΓ φέρνουμε την $DE // BΓ$. Αν είναι $AD = 6\text{ cm}$, $DB = 3\text{ cm}$ και $EΓ = 4\text{ cm}$, να υπολογίσετε τα μήκη των τμημάτων ΑΕ και ΑΓ.

10. Από τυχαίο σημείο Κ της υποτείνουσας ΒΓ ενός ορθογώνιου τριγώνου ABΓ, να φέρετε τη ΚΛ κάθετη στη ΒΓ, που τέμνει την ΑΓ στο Λ. Να δείξετε ότι τα τρίγωνα ABΓ και ΚΛΓ είναι όμοια και να γράψετε τους ίσους λόγους.

11. Δύο ορθογώνια τρίγωνα ABΓ και ΔΕΖ είναι όμοια και έχουν υποτείνουσες $BΓ = 8\text{ cm}$ και $EΖ = 12\text{ cm}$. Αν το εμβαδό του ABΓ είναι $E = 36\text{ cm}^2$ να βρείτε το εμβαδό Ε' του τριγώνου ΔΕΖ.

12. α) Αν είναι $2\eta\mu x - \sqrt{3} = 0$ και $0^\circ \leq x \leq 180^\circ$ να βρεθεί το x.

β) Αν είναι $\epsilon\phi x = -1$ και $0^\circ \leq x \leq 180^\circ$ να βρεθεί το x.

13. Να υπολογιστούν οι τιμές των παραστάσεων :

$$A = \eta\mu 120^\circ \sigma\upsilon\nu 150^\circ \epsilon\phi 135^\circ \text{ και } B = \frac{\epsilon\phi^2 45^\circ + \eta\mu^2 60^\circ + \sigma\upsilon\nu^2 30^\circ}{\epsilon\phi^2 120^\circ - \eta\mu^2 135^\circ}$$

14. Να δειχθεί ότι : **α)** $\sin^2 40^\circ + \eta\mu^2 140^\circ = 1$ **β)** $\eta\mu 130^\circ + \sigma\upsilon\nu 140^\circ - \eta\mu 50^\circ + \sigma\upsilon\nu 40^\circ = 0$

15. Να αποδείξετε ότι:

α) $\sigma\upsilon\nu(150^\circ - x) = -\sigma\upsilon\nu(30^\circ + x)$ και $\eta\mu(150^\circ - x) = \eta\mu(30^\circ + x)$

β) $\eta\mu(A+B) = \eta\mu\Gamma$ όπου A, B, Γ γωνίες τυχαίου τριγώνου ABΓ

16. Αν είναι $\eta\mu\omega = \frac{12}{13}$ και $90^\circ \leq \omega \leq 180^\circ$

α) Να βρεθούν το $\sigma\upsilon\nu\omega$ και η $\epsilon\phi\omega$.

β) Να υπολογιστεί η παράσταση $A = \frac{13\sigma\upsilon\nu\omega - 2\sigma\upsilon\nu 120^\circ}{5\epsilon\phi\omega}$

17. Αν είναι $\epsilon\phi\omega = -3$ και $90^\circ < \omega < 180^\circ$ να βρεθεί το $\sigma\upsilon\nu\omega$.