

ΕΞΙΣΩΣΕΙΣ Α' ΒΑΘΜΟΥ**ΕΞΙΣΩΣΗ****Ορισμός :**

Εξίσωση α' βαθμού με έναν άγνωστο λέγεται μία **ισότητα** που περιέχει αριθμούς και μία μεταβλητή υψωμένη στην πρώτη δύναμη .

- Η μεταβλητή λέγεται **άγνωστος** της εξίσωσης.

Εξισώσεις α' βαθμού με άγνωστο x είναι οι

$$x+5=8, \quad x-4=13, \quad 3x=21$$

- Οι όροι που περιέχουν τον άγνωστο λέγονται **άγνωστοι όροι** ενώ οι άλλοι όροι λέγονται **γνωστοί**.

Στην εξίσωση $5x-4=3x+8$ οι άγνωστοι όροι είναι οι **$5x$** και **$3x$** ,
ενώ οι γνωστοί όροι είναι οι **-4** και **8** .

- Σε μία εξίσωση η παράσταση που γράφεται **πριν από το ίσον** λέγεται **πρώτο μέλος** και η παράσταση που γράφεται **μετά το ίσον** λέγεται **δεύτερο μέλος της εξίσωσης**.

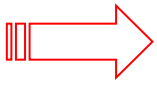
Στην εξίσωση $5x-4=3x+8$ το **$5x-4$** είναι το πρώτο μέλος , ενώ το **$3x+8$** είναι το δεύτερο μέλος.

- **Λύση ή ρίζα της εξίσωσης** λέγεται ο αριθμός που **επαληθεύει** την εξίσωση, δηλαδή αν βάλουμε αυτόν τον αριθμό στη θέση του αγνώστου προκύπτει ισότητα αληθής.

Στην εξίσωση $5x-4=3x+8$, η λύση είναι το **$x=6$** γιατί $5 \cdot 6-4=3 \cdot 6+8$

- **Επίλυση μιας εξίσωσης** λέγεται η διαδικασία εύρεσης των λύσεων της εξίσωσης.

- **Επαλήθευση μιας εξίσωσης** λέγεται η **εργασία** κατά την οποία **αντικαθιστούμε τον άγνωστο με τη λύση της εξίσωσης** και βρίσκουμε ότι το πρώτο μέλος **ισούται** με το δεύτερο μέλος .



ΠΡΟΣΟΧΗ!!: Αν κατά την επαλήθευση μιας εξίσωσης **δεν καταλήξουμε** το πρώτο μέλος να ισούται με το δεύτερο τότε η λύση που έχουμε βρει **δεν είναι** σωστή.

- **Αδύνατη εξίσωση** λέγεται η εξίσωση που **δεν έχει λύση ($0x=c$ όπου $c \neq 0$)**.

Η εξίσωση **$0x=5$** είναι αδύνατη

- **Ταυτότητα ή αόριστη εξίσωση** λέγεται η εξίσωση που **έχει άπειρες λύσεις** ,δηλαδή επαληθεύεται για όλες τις τιμές του αγνώστου (**$0x=0$**).

Η εξίσωση **$0x=0$** είναι αόριστη

- **Ισοδύναμες εξισώσεις** λέγονται **εξισώσεις που έχουν την ίδια λύση**.

Οι εξισώσεις **$3x=9$** και **$6x=18$** είναι ισοδύναμες γιατί έχουν την ίδια λύση την **$x=3$** .

ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ ΚΑΤΑΝΟΗΣΗΣ

1. Να συμπληρώσετε τον πίνακα:

εξίσωση	άγνωστος	άγνωστοι όροι	γνωστοί όροι
$2x-3=x$	X	2X,X	-3
$3y+1=-1-2y$	Y	3Y,2Y	1,-1

2. Είναι **Σωστό** ή **Λάθος** :

- α) Η εξίσωση **$0x=0$** δεν έχει καμία λύση .
- β) Η εξίσωση **$0x=5$** είναι αδύνατη.
- γ) Η εξίσωση **$4x=0$** είναι αδύνατη

ΕΠΙΛΥΣΗ ΕΞΙΣΩΣΕΩΝ

Η επίλυση μιας εξίσωσης στηρίζεται στην παρακάτω ιδιότητα των ισοτήτων:

- Αν και στα δύο μέλη μιας ισότητας **προσθέσουμε τον ίδιο αριθμό**, τότε προκύπτει και πάλι μια ισότητα.

Δηλαδή:

$$\text{Αν } \alpha = \beta \text{ τότε } \alpha + \gamma = \beta + \gamma$$

Η Ελένη και η Μαρία έχουν από τρεις καραμέλες η καθεμία. Αν ο Γιάννης δώσει στην καθεμία από δυο καραμέλες ακόμη, πόσες καραμέλες θα έχει η Ελένη και πόσες η Μαρία; Έχουν την ίδια ποσότητα;

The diagram illustrates the addition property of equality using candies. It is divided into three horizontal sections:

- Top section:** On the left, under the label "Ελένη", there are three red-and-white striped candies. In the center, the equation $3 = 3$ is written. On the right, under the label "Μαρία", there are also three red-and-white striped candies.
- Middle section:** A large green plus sign is placed between the two groups of candies. Below it, two more red-and-white striped candies are shown, representing the amount added to each group.
- Bottom section:** The equation $3 + 2 = 3 + 2$ is written in the center. Below it, there are five red-and-white striped candies on the left and five on the right, representing the total for each person after the addition.

At the very bottom of the diagram, the equation $5 = 5$ is written, indicating that both groups now have the same number of candies.

- Αν και από τα δύο μέλη μιας ισότητας **αφαιρέσουμε τον ίδιο αριθμό**, τότε προκύπτει και πάλι μια ισότητα.

Δηλαδή:

$$\text{Αν } \alpha = \beta \text{ τότε } \alpha - \gamma = \beta - \gamma$$

- Αν και τα δύο μέλη μιας ισότητας **πολλαπλασιαστούν με τον ίδιο αριθμό**, τότε προκύπτει και πάλι μια ισότητα.

Δηλαδή: **Αν $a=\beta$ τότε $a \cdot \gamma = \beta \cdot \gamma$**

- Αν και τα δύο μέλη μιας ισότητας **διαιρεθούν με τον ίδιο αριθμό (διαφορετικό από το μηδέν)**, τότε προκύπτει και πάλι μια ισότητα.

Δηλαδή: **Αν $a=\beta$ τότε $\frac{a}{\gamma} = \frac{\beta}{\gamma}$, $\gamma \neq 0$**

ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ :

- ✚ Αν και στα δύο μέλη μιας εξίσωσης προσθέσουμε τον ίδιο αριθμό προκύπτει ισοδύναμη εξίσωση.

$$3x+2=5x+4 \quad , \quad 3x-\underline{5x}+2=\underline{-5x}+5x+4 \quad , \quad 3x-5x+2=4 \quad ,$$

$$3x-5x+2-\underline{2}=4-\underline{2} \quad , \quad 3x-5x=4-2$$

Σε μία εξίσωση μπορούμε να μεταφέρουμε όρους από το ένα μέλος μιας εξίσωσης στο άλλο με ΑΛΛΑΓΜΕΝΟ πρόσημο.



ΠΡΟΣΟΧΗ!!: Όποιος όρος δεν αλλάζει μέλος δεν αλλάζει πρόσημο.

$$3x+2=5x+4 \quad , \quad 3x-5x=4-2 \quad , \quad -2x=2$$

- ✚ Αν και τα δύο μέλη μιας εξίσωσης τα πολλαπλασιάσουμε ή τα διαιρέσουμε με τον ίδιο μη μηδενικό αριθμό προκύπτει ισοδύναμη εξίσωση.

$$3x+2=5x+4 \quad , \quad 3x-5x=4-2 \quad , \quad -2x=2 \quad , \quad \frac{-2x}{-2} = \frac{2}{-2} \quad , \quad x=-1$$

$$4(2x+1)-6(x-1)=3(x+2)$$

$$8x+4-6x+6=3x+6 \quad \leftarrow \text{Κάνουμε πράξεις}$$

(Επιμεριστική Ιδιότητα)

$$8x-6x-3x=-4+6-6 \quad \leftarrow \text{Χωρίζουμε γνωστούς από αγνώστους}$$

$$-x=-4 \quad \leftarrow \text{Κάνουμε αναγωγή ομοίων όρων}$$

$$\frac{-x}{-1} = \frac{-4}{-1} \quad \leftarrow \text{Διαιρούμε με το συντελεστή του αγνώστου}$$

$$x=4$$

Μέθοδος επίλυσης εξισώσεων α' βαθμού

1^ο ΒΗΜΑ: Απαλείφουμε τους παρονομαστές (αν υπάρχουν) πολλαπλασιάζοντας και τα δύο μέλη με το Ε.ΚΠ. των παρονομαστών.

ΠΡΟΣΟΧΗ!!!

- Σε μία εξίσωση που υπάρχουν παρονομαστές με την απαλοιφή τους η γραμμή κλάσματος γίνεται **«αυτόματα παρένθεση»**
- Σε μία εξίσωση που έχει τη μορφή δύο ίσων κλασμάτων η απαλοιφή των παρονομαστών γίνεται και όταν πολλαπλασιάσουμε «χιαστί».

2^ο ΒΗΜΑ: Απαλείφουμε τις παρενθέσεις (αν υπάρχουν) κάνοντας τους τις πράξεις που είναι σημειωμένες.

3^ο ΒΗΜΑ: Χωρίζουμε γνωστούς από αγνώστους όρους, δηλαδή μεταφέρουμε τους αγνώστους όρους στο ένα μέλος και τους γνωστούς στο άλλο, προσέχοντας αν ο όρος αλλάζει μέλος να αλλάξει και πρόσημό του.

4^ο ΒΗΜΑ: Κάνουμε αναγωγή ομοίων όρων, εφαρμόζοντας την επιμεριστική ιδιότητα στο πρώτο μέλος και κάνοντας πράξεις στο δεύτερο μέλος (προσθέσεις και αφαιρέσεις).

5^ο ΒΗΜΑ: Διαιρούμε και τα δύο μέλη της εξίσωσης με τον συντελεστή του αγνώστου, δηλαδή με τον αριθμό που είναι πολλαπλασιασμένος ο άγνωστος, αρκεί να είναι διαφορετικός από το μηδέν.
Αν ο συντελεστής του αγνώστου είναι μηδέν τότε η εξίσωση είναι αδύνατη ή αόριστη.

$$\frac{x-2}{5} - \frac{x-3}{3} = \frac{1}{15}$$

$$15 \cdot \frac{x-2}{5} - 15 \cdot \frac{x-3}{3} = 15 \cdot \frac{1}{15}$$

← Πολλαπλασιάζουμε και τα δύο μέλη της εξίσωσης με το Ε.ΚΠ. των παρονομαστών.

$$3(x-2) - 5(x-3) = 1$$

← Απλοποιούμε τα κλάσματα

$$3x - 6 - 5x + 15 = 1$$

← Κάνουμε πράξεις
(Επιμεριστική Ιδιότητα)

$$3x - 5x = 1 - 15 + 6$$

← Χωρίζουμε γνωστούς από αγνώστους

$$-2x = -8$$

← Κάνουμε αναγωγή ομοίων όρων

$$\frac{-2x}{-2} = \frac{-8}{-2}$$

← Διαιρούμε με το συντελεστή του αγνώστου

$$x = 2$$

ΛΥΣΗ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΩΝ ΜΕ ΕΞΙΣΩΣΕΙΣ

1^ο ΒΗΜΑ: Διαβάζουμε το πρόβλημα προσεκτικά και όχι μόνο μία φορά.



2^ο ΒΗΜΑ: Συμβολίζουμε με μία μεταβλητή ένα από τα ζητούμενα.



3^ο ΒΗΜΑ: Εκφράζουμε με τη βοήθεια της μεταβλητής αυτής συμβολικά και τα άλλα μεγέθη του προβλήματος.



4^ο ΒΗΜΑ: Βρίσκουμε μία ισότητα μεταξύ των μεγεθών αυτών σύμφωνα με τις επιταγές του προβλήματος και σχηματίζουμε την εξίσωση.



5^ο ΒΗΜΑ: Λύνουμε την εξίσωση.



6^ο ΒΗΜΑ: Ελέγχουμε αν η λύση που βρήκαμε είναι σωστή, αν ανταποκρίνεται στο πρόβλημα.

Να βρεθούν δύο αριθμοί που έχουν άθροισμα 56 και ο ένας είναι εξαπλάσιος από τον άλλο.

Λύση:

1^ο ΒΗΜΑ

Διαβάζουμε το πρόβλημα.



2^ο ΒΗΜΑ

Έστω x ο μικρότερος αριθμός .



3^ο ΒΗΜΑ

Ο μεγαλύτερος είναι $6x$.



4^ο ΒΗΜΑ

Η εξίσωση είναι : $x+6x=56$.



5^ο ΒΗΜΑ

Λύνουμε την εξίσωση: $x+6x=56$, $7x=56$, $x = \frac{56}{7}$, $x=8$.



6^ο ΒΗΜΑ

Οι δύο ζητούμενοι αριθμοί είναι : το 8 και το $6 \cdot 8=48$.



480