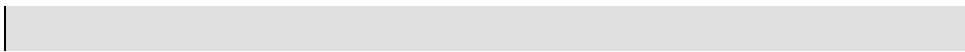


ΜΕΡΟΣ Β': ΑΝΑΛΥΣΗ





Κεφάλαιο 1ο: ΣΥΝΑΡΤΗΣΕΙΣ

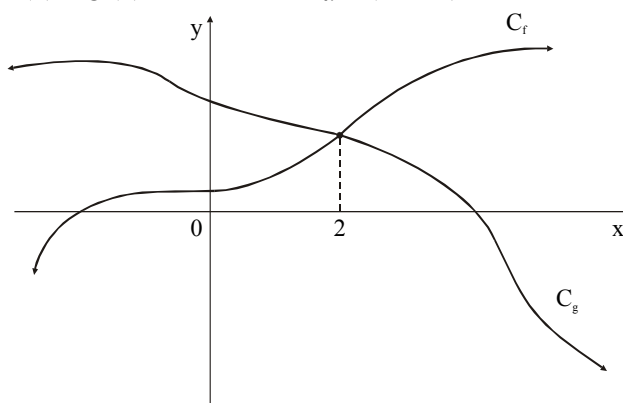
Ερωτήσεις του τύπου «Σωστό - Λάθος»

1. * Το πεδίο ορισμού της συνάρτησης $f(x) = \sqrt{1-x^2}$ είναι το διάστημα $(-1, 1)$.

Σ Λ

2. * Στο παρακάτω σχήμα η λύση της ανίσωσης $f(x) > g(x)$ είναι το διάστημα $(2, +\infty)$.

Σ Λ



3. * Η γραφική παράσταση της συνάρτησης $|f|$ βρίσκεται πάνω από τον άξονα $x'x$.

Σ Λ

4. * Το γινόμενο δύο συναρτήσεων ορίζεται όταν τα πεδία ορισμού τους έχουν κοινά στοιχεία.

Σ Λ

5. * Οι συναρτήσεις $f(x) = \sqrt{x^2}$ και $g(x) = x$ είναι ίσες στο \mathbb{R} .

Σ Λ

6. ** Οι συναρτήσεις

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{x-3}, & x \neq 3 \\ 10, & x = 3 \end{cases} \quad \text{και} \quad g(x) = \begin{cases} \frac{4x-12}{(2x-6)^2}, & x \neq 3 \\ 10, & x = 3 \end{cases}$$

είναι ίσες.

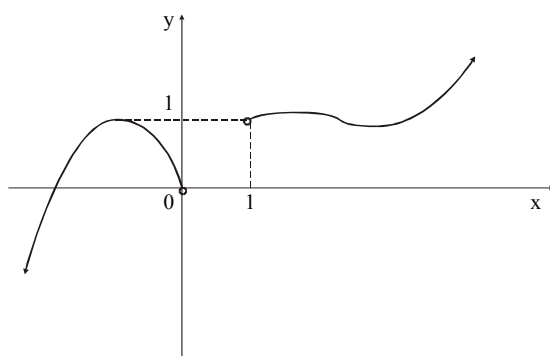
Σ Λ

7. * Η συνάρτηση $f(x) = \frac{\sqrt{x^2}}{x}$ με $x \neq 0$ είναι σταθερή.

Σ Λ

8. * Στο παρακάτω σχήμα φαίνεται η γραφική παράσταση μιας συνάρτησης. Το σύνολο τιμών της συνάρτησης αυτής είναι το \mathbb{R} .

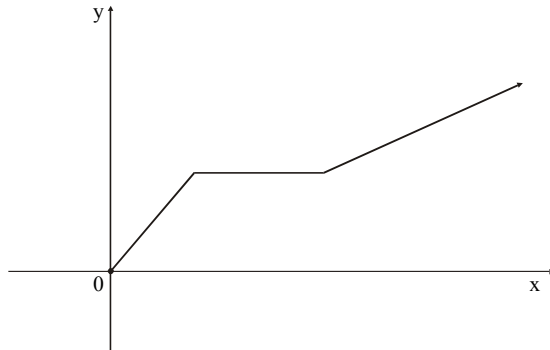
Σ Λ



9. * Αν το σύνολο τιμών μιας συνάρτησης f είναι της μορφής $[\alpha, \beta]$, τότε η συνάρτηση έχει ελάχιστο α και μέγιστο β . **Σ** **Λ**
10. * Η συνάρτηση $f(x) = x^v$, $v \in \mathbb{N}^*$, είναι:
- i) άρτια, αν ο v είναι άρτιος **Σ** **Λ**
 - ii) περιττή, αν ο v είναι περιττός. **Σ** **Λ**
11. ** Η συνάρτηση $f(x) = \sin \lambda x$, $\lambda \neq 0$, είναι περιοδική με περίοδο $T = \frac{2\pi}{|\lambda|}$. **Σ** **Λ**

12. * Η συνάρτηση f , της οποίας η γραφική παράσταση φαίνεται στο παρακάτω σχήμα, είναι γνησίως αύξουσα.

Σ Λ



13. ** Αν για τη συνάρτηση f με πεδίο ορισμού το \mathbb{R} ισχύει ότι $f(x) > 0$ για κάθε $x \in \mathbb{R}$ και f γνησίως αύξουσα, τότε και η συνάρτηση f^2 είναι γνησίως αύξουσα στο \mathbb{R} .

Σ Λ

14. * Αν οι συναρτήσεις f, g είναι γνησίως φθίνουσες στο διάστημα Δ με κοινό σύνολο τιμών το $(0, +\infty)$, τότε και η συνάρτηση $f \cdot g$ είναι γνησίως φθίνουσα στο Δ .

Σ Λ

15. ** Δίνεται μια συνάρτηση f με πεδίο ορισμού ένα διάστημα Δ . Αν ο λόγος $\frac{f(x_1) - f(x_2)}{x_1 - x_2}$ είναι αρνητικός για κάθε

$x_1, x_2 \in \Delta$, με $x_1 \neq x_2$, τότε η συνάρτηση f είναι γνησίως φθίνουσα στο Δ .

Σ Λ

16. * Αν οι συναρτήσεις f, g είναι γνησίως αύξουσες στο διάστημα Δ , τότε και η συνάρτηση $f + g$ είναι γνησίως αύξουσα στο Δ .

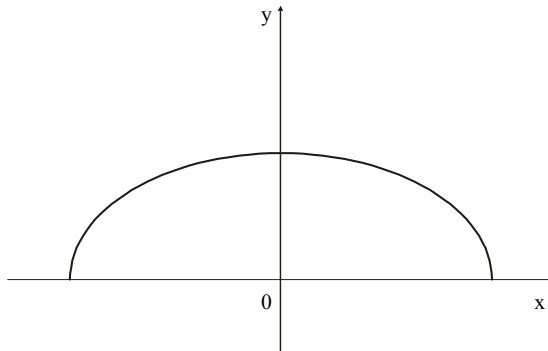
Σ Λ

17. ** Η συνάρτηση $f(x) = -\frac{2}{x}$ είναι γνησίως αύξουσα στο σύνολο $(-\infty, 0) \cup (0, +\infty)$.

Σ Λ

18. * Η συνάρτηση που η γραφική της παράσταση φαίνεται στο παρακάτω σχήμα είναι συνάρτηση 1-1.

Σ Λ



19. * Η συνάρτηση $f(x) = x^2$ με πεδίο ορισμού το $(-\infty, 0]$ είναι συνάρτηση 1-1.
20. * Αν οι συναρτήσεις f και g είναι 1-1 στο \mathbb{R} , τότε και η συνάρτηση $f \circ g$ είναι 1-1 στο \mathbb{R} .
21. * Η συνάρτηση f είναι 1-1 στο \mathbb{R} , όταν κάθε οριζόντια ευθεία τέμνει τη γραφική της παράσταση το πολύ σε ένα σημείο.
22. * Η σταθερή συνάρτηση $f(x) = c$, $x \in \mathbb{R}$ και $c \neq 0$, έχει για αντίστροφη την $g(x) = \frac{1}{c}$.
23. ** Η 1-1 συνάρτηση f με πεδίο ορισμού το \mathbb{R} και η $(f^{-1})^{-1}$ είναι ίσες συναρτήσεις.
24. ** Μια περιοδική συνάρτηση αντιστρέφεται στο πεδίο ορισμού της.
25. ** Αν η συνάρτηση f είναι 1-1 στο διάστημα Δ , τότε θα ισχύει $f(f^{-1}(x)) = x$, για κάθε $x \in \Delta$.
26. ** Δίνονται οι συναρτήσεις f και g με πεδίο ορισμού το \mathbb{R} . Τότε ισχύει:
- i) $f \circ g = f \cdot g$,
- ii) $f \circ g = g \circ f$.
27. ** Έστω $f(x) = x^2$, $g(x) = |x|$ και $h(x) = x$. Τότε θα ισχύει η ισότητα $f \circ g = h$.

Σ Λ

Σ Λ

Σ Λ

Σ Λ

Σ Λ

Σ Λ

Σ Λ

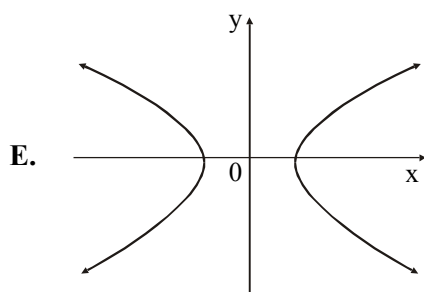
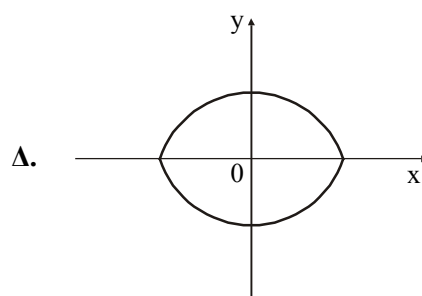
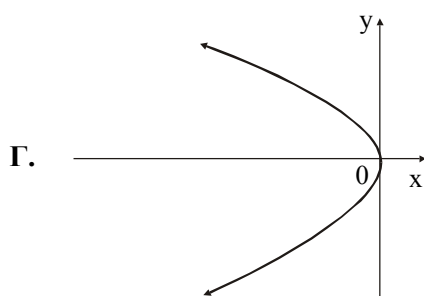
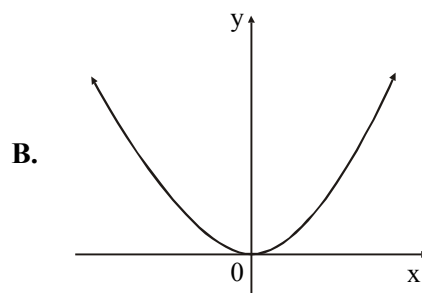
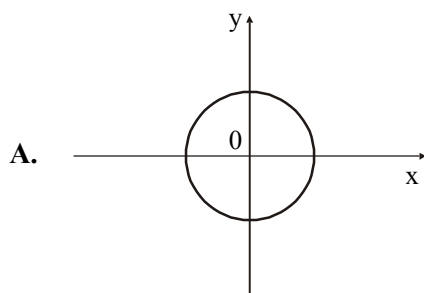
Σ Λ

Σ Λ

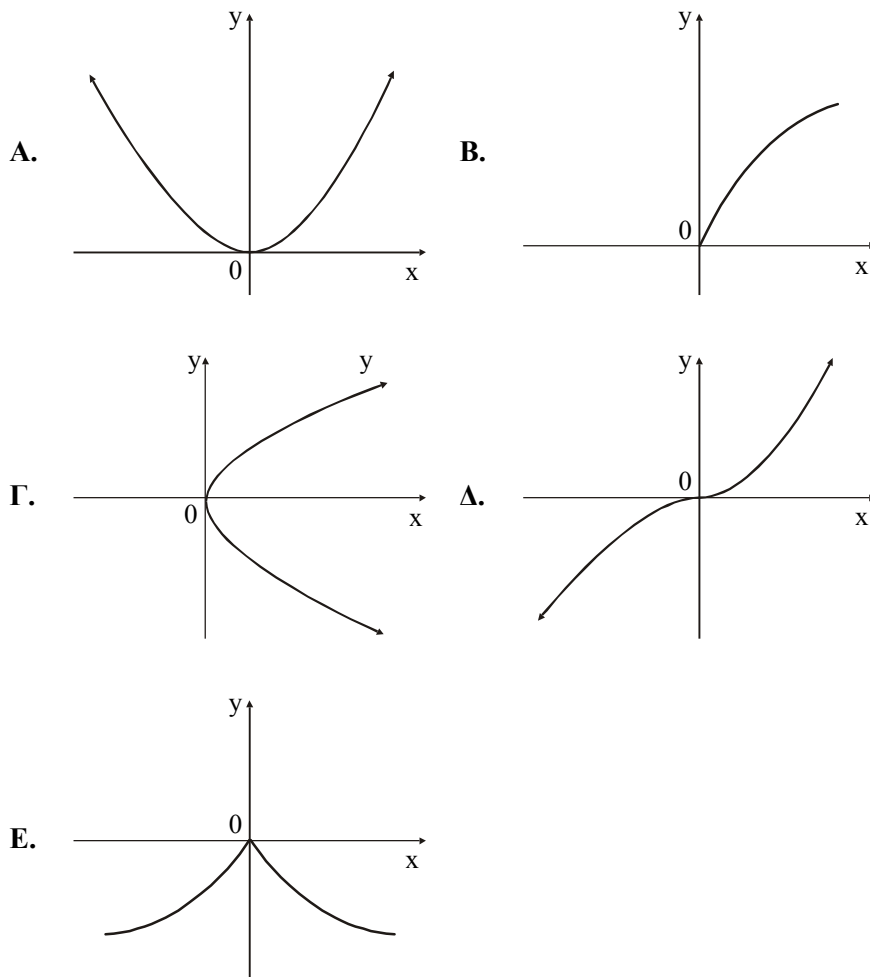
Σ Λ

Ερωτήσεις πολλαπλής επιλογής

1. * Από τα παρακάτω διαγράμματα, γραφική παράσταση συνάρτησης είναι το διάγραμμα



2. * Από τα παρακάτω διαγράμματα **δεν** είναι γραφική παράσταση συνάρτησης το διάγραμμα



3. * Αν $f(x) = x^3 - 9x^2 + 27x - 27$, τότε το $f(3)$ είναι ίσο με

A. - 3 **B.** - 27 **Γ.** 27 **Δ.** 0 **E.** 81

4. * Αν $f(x) = \begin{cases} 0, & \text{αν } x < 0 \\ x, & \text{αν } x \geq 0 \end{cases}$, τότε ισχύει

A. $f(x) = x + |x|$ **B.** $f(x) = |x| - x$ **Γ.** $f(x) = \frac{x + |x|}{2}$
Δ. $f(x) = \frac{|x| - x}{2}$ **E.** $f(x) = |x|$

5. * Σκέψου έναν αριθμό. Ύψωσε τον στο τετράγωνο. Πολλαπλασίασε το τετράγωνο με 2 και πρόσθεσε 7. Αν ο αριθμός που σκέφθηκες είναι x , ποιος από τους παρακάτω τύπους δίνει το αποτέλεσμα;

$$\begin{array}{lll} \text{A. } (2x)^2 + 7 & \text{B. } 2x^2 + 7 & \text{Γ. } 2(x+7)^2 \\ \text{Δ. } 2(x^2 + 7) & \text{Ε. } \frac{1}{2}x^2 + 7 & \end{array}$$

6. * Αν $f(x) = x^2$ και $\alpha \neq \beta$, τότε το πηλίκο $\frac{f(\beta) - f(\alpha)}{\beta - \alpha}$ είναι ίσο με

$$\text{A. } \alpha - \beta \quad \text{B. } \beta - \alpha \quad \text{Γ. } 2\alpha \quad \text{Δ. } \alpha + \beta \quad \text{Ε. } 2\beta$$

7. * Το πεδίο ορισμού της συνάρτησης $f(x) = \frac{\sqrt{x-4}}{x^2 - 2x}$ είναι το σύνολο

$$\begin{array}{llll} \text{A. } (-\infty, 4] & \text{B. } [4, +\infty) & \text{Γ. } \mathbb{R} - \{0, 2\} & \text{Δ. } (4, +\infty) \\ \text{Ε. } \{x \mid x \leq 4 \text{ και } x \neq 0, 2\} & & & \end{array}$$

8. * Το πεδίο ορισμού της συνάρτησης $f(x) = \frac{x-1}{x^4 + 1}$ είναι το σύνολο

$$\text{A. } \mathbb{R} - \{1\} \quad \text{B. } \mathbb{R} - \{-1, 1\} \quad \text{Γ. } \mathbb{R} - \{-1\} \quad \text{Δ. } [1, +\infty) \quad \text{Ε. } \mathbb{R}$$

9. * Το πεδίο ορισμού της συνάρτησης $f(x) = \ln(2x - 1)$ είναι το σύνολο

$$\begin{array}{llll} \text{A. } \mathbb{R} & \text{B. } (-\infty, \frac{1}{2}) & \text{Γ. } [\frac{1}{2}, +\infty) & \text{Δ. } (\frac{1}{2}, +\infty) \\ \text{Ε. } (-\infty, \frac{1}{2}) \cup (\frac{1}{2}, +\infty) & & & \end{array}$$

10. ** Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = x^3 + \kappa x^2 + \lambda x - 5$. Αν $f(1) = 8$ και $f(-1) = 4$, η τιμή της παράστασης $\kappa + 2\lambda$ είναι ίση με

$$\text{A. } 0 \quad \text{B. } 8 \quad \text{Γ. } 13 \quad \text{Δ. } -11 \quad \text{Ε. } 11$$

11. * Δίνονται οι συναρτήσεις $f(x) = x + 2$ και $g(x) = 2\sqrt{x}$. Τότε ισχύει

$$\begin{array}{ll} \text{A. } f(x) > g(x) \text{ για } x \geq 0 & \text{B. } f(x) < g(x) \text{ για } x \geq 0 \\ \text{Γ. } f(x) = g(x) \text{ για } x = 0 & \text{Δ. } f(x) > g(x) + 2 \text{ για } x \in (0, 4) \\ \text{Ε. κανένα από τα παραπάνω} & \end{array}$$

12. * Το πλήθος των σημείων τομής της γραφικής παράστασης της συνάρτησης $f(x) = x^6 + x^4 + x^2 + 1$ με τον άξονα $x'x$ είναι

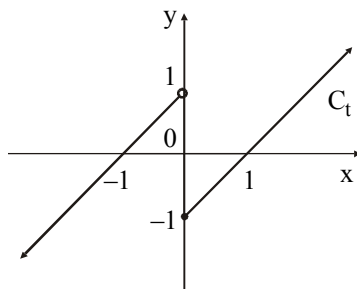
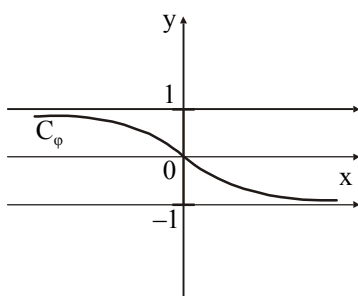
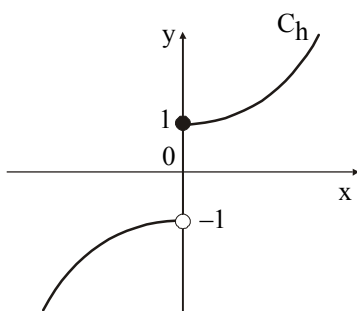
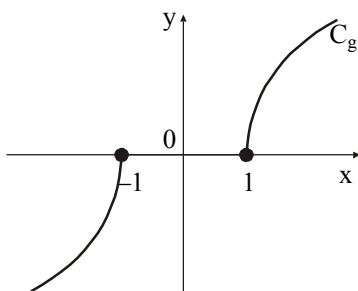
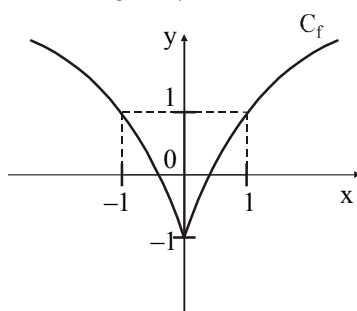
$$\text{A. } 6 \quad \text{B. } 5 \quad \text{Γ. } 4 \quad \text{Δ. } 3 \quad \text{Ε. } 0$$

13. * Το σύνολο των τετμημένων των σημείων στα οποία η γραφική παράσταση της συνάρτησης $f(x) = x^3 - 3x^2 - x + 3$ τέμνει τον άξονα $x'x$ είναι

$$\text{A. } \{-1, 1\} \quad \text{B. } \{1\} \quad \text{Γ. } \{-1, 1, 3\} \quad \text{Δ. } \{-1, -3, 1\} \quad \text{Ε. } \{1, 3\}$$

14. * Δίνονται οι συναρτήσεις $f(x) = x^3$ και $g(x) = 2 - x$. Οι τετμημένες των κοινών σημείων των γραφικών παραστάσεων τους είναι οι αριθμοί
Α. 1, 0 Β. 1, - 1 Γ. 1 Δ. 1, 2 Ε. 1, 0, 2
15. * Το σημείο $(1, 2\alpha + 2\beta)$ ανήκει στη γραφική παράσταση της συνάρτησης $f(x) = \alpha x^3 + \beta x^2 - \gamma$. Τότε για τα α, β, γ ισχύει
Α. $\alpha + \beta = \gamma$ Β. $\alpha + \beta + \gamma = 0$ Γ. $\alpha + \gamma = \beta$
Δ. $\alpha = \beta + \gamma$ Ε. $\alpha = 2(\beta + \gamma)$

16. * Στα παρακάτω σχήματα δίνονται οι γραφικές παραστάσεις πέντε συναρτήσεων: f, g, h, φ, t .



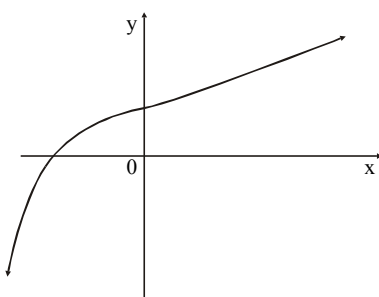
Το διάστημα $(-1, 1)$ είναι σύνολο τιμών της συνάρτησης

- A. f B. g Γ. h Δ. φ Ε. t

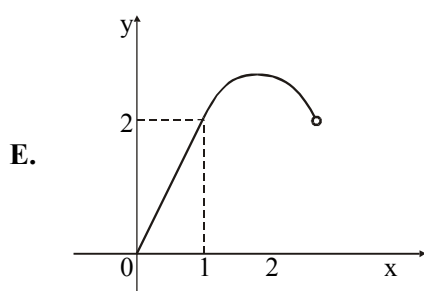
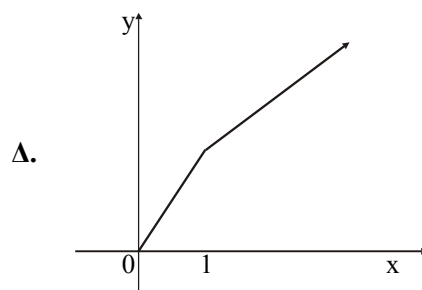
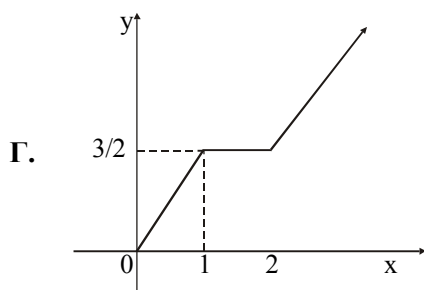
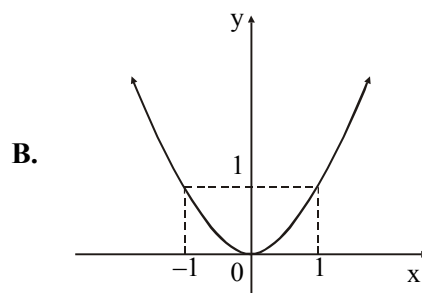
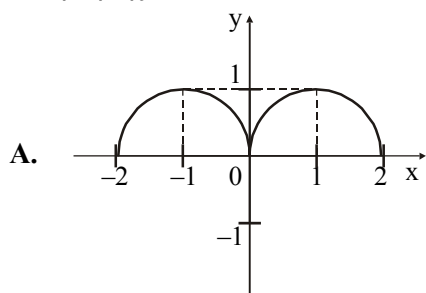
17. * Η γραφική παράσταση C_f μιας γνησίως αύξουσας συνάρτησης f στο \mathbb{R} , φαίνεται στο διπλανό σχήμα. Τότε η εξίσωση $f(x) = 0$ έχει

- A. δύο τουλάχιστον ρίζες
B. μία μόνο ρίζα Γ. καμία ρίζα

- Δ. περισσότερες από δύο ρίζες Ε. μία ρίζα θετική



18. * Ποια από τις παρακάτω γραφικές παραστάσεις είναι γραφική παράσταση συνάρτησης 1 - 1;



19. * Η συνάρτηση g , της οποίας η γραφική παράσταση είναι συμμετρική της γραφικής παράστασης της συνάρτησης $f(x) = 1 - 2^x$, ως προς τον άξονα $y'y$, έχει τύπο

A. $g(x) = 1 + 2^x$

B. $g(x) = 1 - 2^{-x}$

Γ. $g(x) = 2^x - 1$

Δ. $g(x) = \ln(x - 1)$

E. $g(x) = \ln(1 - x)$

20. * Η συνάρτηση που έχει γραφική παράσταση τη συμμετρική ως προς τον άξονα $x'x$, της γραφικής παράστασης της $y = f(x)$, είναι η συνάρτηση

A. $y = f(-x)$

B. $y = -f(x)$

Γ. $y = |f(x)|$

Δ. $y = 2f(x)$

E. $y = -f(-x)$

21. * Έστω f μία γνησίως αύξουσα συνάρτηση. Τότε οι γραφικές παραστάσεις της f και της f^{-1} είναι συμμετρικές

A. ως προς την ευθεία $y = x$

B. ως προς την ευθεία $y = -x$

Γ. ως προς τον άξονα $y'y$

Δ. ως προς την αρχή των αξόνων

E. ως προς τον άξονα $x'x$

22. * Για τη συνάρτηση f , της οποίας η γραφική παράσταση φαίνεται στο διπλανό σχήμα, ισχύει ότι η f

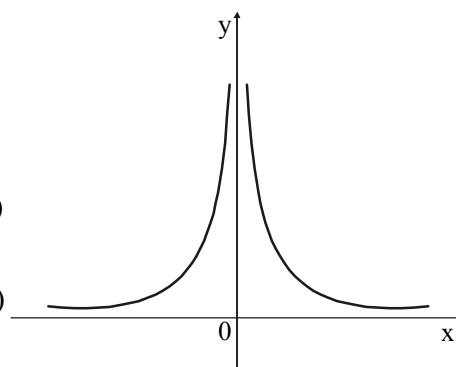
A. είναι 1 - 1

B. είναι γνησίως αύξουσα στο $(0, +\infty)$

Γ. αντιστρέφεται

Δ. είναι γνησίως φθίνουσα στο $(0, +\infty)$

E. κανένα από τα προηγούμενα



23. * Η συνάρτηση $f(x) = 2e^{-x}$ έχει αντίστροφη την

A. $g(x) = \ln\left(\frac{x}{2}\right)$

B. $h(x) = \ln\left(\frac{2}{x}\right)$

Γ. $\varphi(x) = \frac{1}{2} \ln x$

Δ. $\sigma(x) = \sqrt{\ln x}$

Ε. $t(x) = \ln(2 - x)$

24. * Από τις παρακάτω συναρτήσεις **δεν** έχει αντίστροφη συνάρτηση η

A. $y = \eta\mu x, x \in \left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]$

B. $y = x^3 + 1$

Γ. $y = \frac{x^2}{x^2 + 1}$

Δ. $y = \frac{2}{3} e^x$

Ε. $y = \ln(x - 3), x > 3$

25. ** Στο διπλανό σχήμα δίνεται η γραφική παράσταση της αντίστροφης συνάρτησης f^{-1} μιας συνάρτησης f . Τότε **λάθος** είναι ο ισχυρισμός

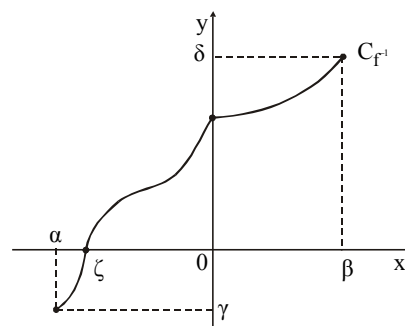
A. πεδίο ορισμού της f είναι το $[\gamma, \delta]$

B. σύνολο τιμών της f είναι το $[\alpha, \beta]$

Γ. $f^{-1}(\zeta) = 0$

Δ. $f(0) = \zeta$

Ε. Η f έχει ελάχιστο το α για $x = 0$



26. ** Αν $f(x) = \ln x$ και $g(x) = 4 - x^2$, τότε το πεδίο ορισμού της $f \circ g$ είναι

A. $(-\infty, 2]$

B. $[-2, 2]$

Γ. $(-\infty, 2) \cup (2, +\infty)$

Δ. $(-2, 2)$

Ε. $(0, 2)$

27. * Αν $f(x) = x^4 - 4x^3 - 3x + 7$ και $g(x) = 7$, τότε η συνάρτηση $g \circ f$ έχει τύπο

A. $7x^4 - 28x^3 - 21x + 49$

B. $x^2 - 4x - 14$

Γ. 289

Δ. 7

Ε. $(x^2 - 7)^2$

28. * Αν η συνάρτηση g έχει αντίστροφη την f , τότε η $g(f(x))$, όπου ορίζεται, είναι ίση με

A. 1

B. $g(x) \cdot f(x)$

Γ. $\frac{1}{x}$

Δ. x

Ε. $-x$

29. * Δίνεται η συνάρτηση f , με πεδίο ορισμού το \mathbb{R} , η οποία είναι 1 - 1. Τότε η εξίσωση $f(e^{x-1}) = f(e)$

A. είναι αδύνατη στο \mathbb{R}

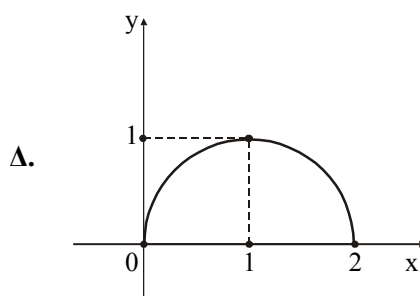
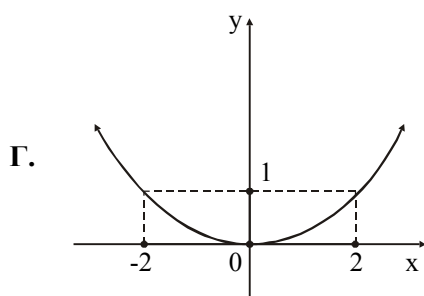
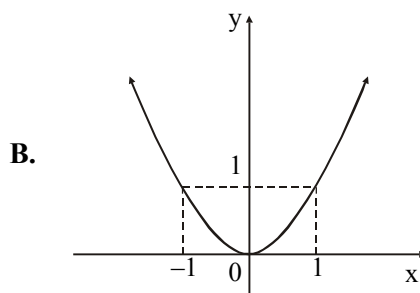
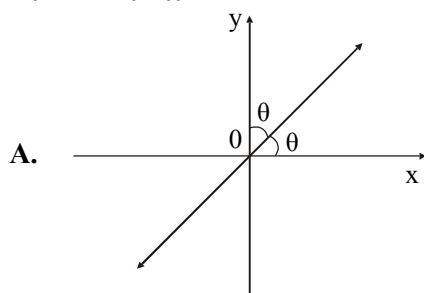
B. έχει μοναδική λύση τον αριθμό e

Γ. έχει μοναδική λύση τον αριθμό 1

Δ. έχει λύσεις τους αριθμούς 0 και 1

Ε. έχει μοναδική λύση τον αριθμό 2

30. ** Δίνονται οι συναρτήσεις $h(x) = x$, $g(x) = x^2$. Αν $f = goh$, τότε η γραφική παράσταση της f είναι



Ε. καμία από αυτές