2ο ΤΡΙΩΡΟ ΚΡΙΤΗΡΙΟ ΑΞΙΟΛΟΓΗΣΗΣ ΣΤΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗΣ

ΟΝΟΜΑΤΕΠΩΝΥΜΟ ΜΑΘΗΤΗ:

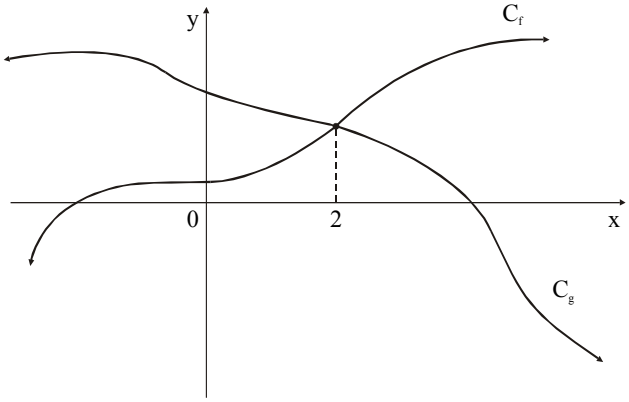
ΘΕΜΑ 1ο:

Α. Κυκλώστε το σωστό

1. Δίνεται μια συνάρτηση f με πεδίο ορισμού ένα διάστημα Δ.

Αν ο λόγος $\dfrac{f(x_1)-f(x_2)}{x_1-x_2}$ είναι αρνητικός για κάθε $x_1, x_2 \in \Delta$, με $x_1 \neq x_2$, τότε η συνάρτηση f είναι γνησίως φθίνουσα στο Δ. **Σ** **Λ**

2. Στο παρακάτω σχήμα η λύση της ανίσωσης $f(x) > g(x)$ είναι το διάστημα $(2, +\infty)$. **Σ** **Λ**



3. Η συνάρτηση f είναι 1 - 1 στο R, όταν κάθε οριζόντια ευθεία τέμνει τη γραφική της παράσταση το πολύ σε ένα σημείο. **Σ** **Λ**

4. Η σταθερή συνάρτηση $f(x) = c$, $x \in R$ και $c \neq 0$, έχει για αντίστροφη την $g(x) = \dfrac{1}{c}$. **Σ** **Λ**

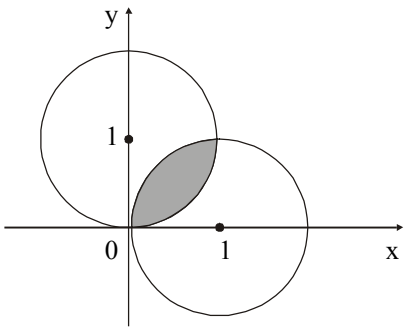
5. Αν για τις συναρτήσεις $f, g : A \to R$ υπάρχει το $\lim\limits_{x \to x_0} [f(x) \cdot g(x)]$ τότε πάντοτε

$\lim\limits_{x \to x_0} [f(x) \cdot g(x)] = \lim\limits_{x \to x_0} f(x) \cdot \lim\limits_{x \to x_0} g(x)$ **Σ** **Λ**

6. Αν για τη συνάρτηση f ισχύει $1 + \dfrac{1}{x} \leq f(x) \leq 2 + \dfrac{1}{x}$, $x \neq 0$, τότε η f έχει όριο στο $+\infty$ τον αριθμό 2. **Σ** **Λ**

7. Αν το σύνολο τιμών μιας συνάρτησης f είναι της μορφής $[\alpha, \beta]$, τότε η συνάρτηση έχει ελάχιστο α και μέγιστο β. **Σ** **Λ**

8. Οι μιγαδικοί αριθμοί z που οι εικόνες τους στο μιγαδικό επίπεδο βρίσκονται στο γραμμοσκιασμένο τμήμα του σχήματος είναι αυτοί για τους οποίους ισχύει



Α. $|z+1| < 1$ και $|z+i| < 1$

Β. $|z-1| < 1$ και $|z+i| < 1$

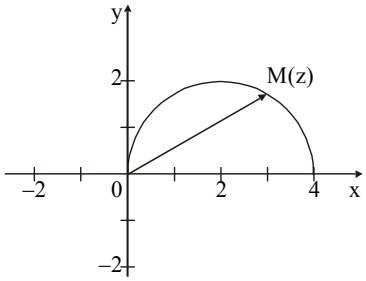
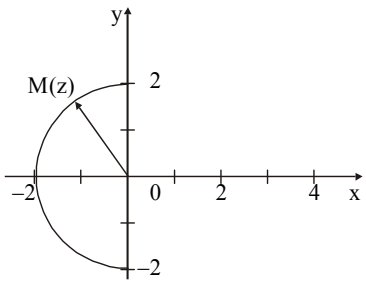
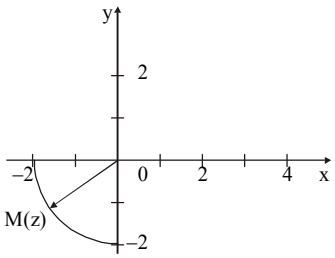
Γ. $|z-1| > 1$ και $|z-i| > 1$

Δ. $|z-1| < 1$ και $|z-i| < 1$

Ε. $|z+1| < 1$ και $|z-i| < 1$

Β

Στα σχήματα της στήλης Α φαίνονται τόξα κύκλων στα οποία βρίσκεται η εικόνα του μιγαδικού αριθμού z στο μιγαδικό επίπεδο. Να συμπληρώσετε τον παρακάτω πίνακα ώστε σε κάθε σχήμα της στήλης Α να αντιστοιχεί η σωστή σχέση της στήλης Β.

	Στήλη Α	Στήλη Β
Α.		**1.** $\lvert z\rvert = 2$, $\text{Im}(z) \le 0$ και $\text{Re}(z) \le 0$
Β.		**2.** $\lvert z-2\rvert = 2$ και $\text{Im}(z) \ge 0$ **3.** $\lvert z\rvert = 2$ και $\text{Re}(z) \le 0$ **4.** $\lvert z+2\rvert = 2$ και $\text{Re}(z) < 0$
Γ.		

Α	Β	Γ

Γ) Δίνεται ότι ισχύει $2f(1-x)-f(x)=x^2-4x+3$ **για κάθε** $x\in\mathbb{R}$ **α)Μπορώ σαν x να θεωρήσω το 1-x; Δικαιολογήστε την απάντησή σας, ποια ισότητα προκύπτει τότε; β) Χρησιμοποιώντας τις δύο ισότητες να βρείτε το τύπο της συνάρτησης f. Είναι συνεχής; Γιατί;**

Μονάδες 25-Α(1x8) Β(1x3) Γ(α=5, β=9)

ΘΕΜΑ 2ο:

Α. Δίνονται οι μιγαδικοί $z_1=\lambda+1$, $z_2=2+i\lambda$, $z_3=1+2i$ **με** $\lambda\in\mathbb{R}$. **α) Να δείξετε ότι για κάθε** $\lambda\in\mathbb{R}$ **υπάρχει τρίγωνο ΑΒΓ που σχηματίζεται από τις εικόνες των** z_1, z_2, z_3 **αντίστοιχα Α, Β, Γ στο μιγαδικό επίπεδο. β) Να βρεθεί ο** $\lambda\in\mathbb{R}$ **αν το εμβαδό του τριγώνου ΑΒΓ είναι ελάχιστο.**

Β. Δίνεται η συνάρτηση f συνεχής στο $[0,\ 2\alpha]$ **με f(0)=f(2α). Να δειχθεί ότι υπάρχει** $x_0\in[0,\ \alpha]$ **τέτοιο ώστε** $f(x_0)=f(x_o+\alpha)$.

(Μονάδες 25-Α=13, Β=12)

ΘΕΜΑ 3ο:

Α. Αν η $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ **έχει τις ιδιότητες:** $f(x+1)-f(x)=4x+2$ για κάθε $x\in\mathbb{R}$ και $\lim\limits_{x\to4}(f(x)-\sqrt{x}+1)=1$

τότε να βρεθούν τα $\lim\limits_{x\to5}f(x)$ και $\lim\limits_{x\to3}f(x)$

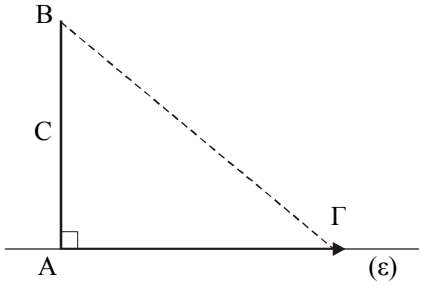
Β. Να αποδείξετε ότι οι γραφικές παραστάσεις των συναρτήσεων f και g έχουν ένα ακριβώς κοινό σημείο με $f(x)=\ln x$ και $g(x)=\dfrac{1}{x}$

(Μονάδες 25-Α=12, Β=13)

ΘΕΜΑ 4ο:

Α.Δίνεται η συνάρτηση $f(x)=x^3+2x-2$. **α) Να βρεθεί το σύνολο τιμών της f. β) Να δείξετε ότι η f είναι αντιστρέψιμη γ) Να ευρεθεί το** $\lim\limits_{x\to-2}f^{-1}(x)$

Β.Το ευθύγραμμο τμήμα ΑΒ του διπλανού σχήματος έχει σταθερό μήκος C. Το σημείο Γ κινείται απομακρυνόμενο από το Α επάνω στην (ε). Να αποδείξετε ότι τα μήκη των ΒΓ και ΑΓ τείνουν να γίνουν ίσα.



(Μονάδες 25-Α(2-2-6), Β(15)

(Διαβάστε πρώτα μια φορά όλα τα θέματα. Ξεκινήστε με αυτά που νομίζετε ότι τα ξέρετε. Αν ένα θέμα σας δυσκολεύει πολύ αφήστε το και προχωρήστε στα επόμενα, θα επιστρέψετε σε αυτό αργότερα, ανάλογα με το διαθέσιμο χρόνο σας.)

ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ