ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ
ΓΕΝΙΚΗΣ ΠΑΙΔΕΙΑΣ
Γ΄ ΤΑΞΗΣ ΕΝΙΑΙΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ

ΑΝΑΛΥΣΗ

Ερωτήσεις του τύπου «Σωστό - Λάθος»

1. * Η διαδικασία, με την οποία κάθε στοιχείο ενός συνόλου Α αντιστοιχίζεται σ' ένα ακριβώς στοιχείο ενός άλλου συνόλου Β είναι συνάρτηση. **Σ** **Λ**

2. * Η διαδικασία, με την οποία κάθε στοιχείο ενός συνόλου Α αντιστοιχίζεται σε περισσότερα του ενός στοιχεία ενός άλλου συνόλου Β είναι συνάρτηση. **Σ** **Λ**

Στις παρακάτω ερωτήσεις όλες οι συναρτήσεις είναι πραγματικές συναρτήσεις με πεδίο ορισμού ένα υποσύνολο του R.

3. * Η σχέση f, με τύπο $f(x) = \begin{cases} 0, & x \text{ ρητός} \\ 1, & x \text{ άρρητος} \end{cases}$, είναι συνάρτηση. **Σ** **Λ**

4. * Η σχέση $x^2 + y^2 = 1$ όπου $x, y \in R$, είναι συνάρτηση. **Σ** **Λ**

5. * Η σχέση g με τύπο $g(x) = x^2$ είναι συνάρτηση. **Σ** **Λ**

6. * Η σχέση f με τύπο $f(x) = 20x$ είναι συνάρτηση. **Σ** **Λ**

7. * Η σχέση h με τύπο $h(t) = \pm\sqrt{2t}$, $t \in R^+$, είναι συνάρτηση. **Σ** **Λ**

8. * Η σχέση f με τύπο $f(t) = \sqrt{2t}$, $t \in R^+$, είναι συνάρτηση. **Σ** **Λ**

9. * Αν για μια συνάρτηση f, που έχει πεδίο ορισμού το $A \subseteq R$, ισχύει $f(x) = f(y)$ για κάποια $x, y \in A$, τότε $x = y$. **Σ** **Λ**

10. * Αν οι συναρτήσεις f, g ορίζονται και οι δύο σ' ένα σύνολο Α, τότε και η συνάρτηση $S = f + g$ ορίζεται στο ίδιο σύνολο. **Σ** **Λ**

11. * Αν οι συναρτήσεις f, g ορίζονται και οι δύο σ' ένα σύνολο Α, τότε και η συνάρτηση $h = \frac{f}{g}$ ορίζεται πάντοτε στο

ίδιο ακριβώς σύνολο. **Σ** **Λ**

12. * Μια συνάρτηση γνησίως μονότονη είναι πάντοτε γνησίως αύξουσα. **Σ** **Λ**

13. * Κάθε πολυωνυμική συνάρτηση είναι συνεχής. **Σ** **Λ**

14. * Οι συναρτήσεις f (x) = ημx και g (x) = συνx είναι συνεχείς. **Σ** **Λ**

15. * Η συνάρτηση $f(x) = \frac{1}{x}$, $x > 0$, είναι συνεχής. **Σ** **Λ**

16. * Η συνάρτηση $f(x) = \frac{1}{x}$, $x < 0$, είναι συνεχής. **Σ** **Λ**

17. * Η έννοια της συνέχειας μιας συνάρτησης αναφέρεται μόνο σε σημεία του πεδίου ορισμού της. **Σ** **Λ**

18. * Μια συνάρτηση f, με πεδίο ορισμού το Α, λέγεται συνεχής, αν είναι συνεχής σε κάθε σημείο του συνόλου Α. **Σ** **Λ**

19. * Μια συνάρτηση f λέγεται γνησίως αύξουσα σε ένα διάστημα Δ του πεδίου ορισμού της, όταν για οποιαδήποτε σημεία $x_1, x_2 \in \Delta$ με $x_1 > x_2$ ισχύει $f(x_1) < f(x_2)$. **Σ** **Λ**

20. * Μια συνάρτηση f λέγεται γνησίως αύξουσα σε ένα διάστημα Δ του πεδίου ορισμού της, όταν για οποιαδήποτε σημεία $x_1, x_2 \in \Delta$ με $x_1 < x_2$ ισχύει $f(x_1) < f(x_2)$. **Σ** **Λ**

21. * Η παράγωγος $f'(x_0)$ μιας παραγωγίσιμης συνάρτησης f σ' ένα σημείο x_0 του πεδίου ορισμού της είναι πραγματικός αριθμός. **Σ** **Λ**

22. * Ο συντελεστής διεύθυνσης της εφαπτομένης της καμπύλης που είναι η γραφική παράσταση μιας παραγωγίσιμης συνάρτησης f, στο σημείο $(x_0, f(x_0))$ αυτής, είναι η παράγωγος της f στο x_0. **Σ** **Λ**

23. * Η παράγωγος μιας παραγωγίσιμης συνάρτησης f σ' ένα σημείο x_0 του πεδίου ορισμού της εκφράζει το ρυθμό μεταβολής της $y = f(x)$, ως προς x, όταν $x = x_0$. **Σ** **Λ**

24. * Η παράγωγος $f'(x_0)$ μιας συνάρτησης f σ' ένα σημείο x_0 του πεδίου ορισμού της ισούται με το

$$\lim_{h \to 0} \frac{f(x_0 + h) - f(x_0)}{h}, \; h \in R, \; h \neq 0.$$ **Σ** **Λ**

25. * Μια συνάρτηση f είναι παραγωγίσιμη σ' ένα σημείο x_0 του πεδίου ορισμού της, όταν και μόνο όταν υπάρχει το $\lim\limits_{h \to 0} \dfrac{f(x_0 + h) - f(x_0)}{h}$, $h \in R$, $h \neq 0$. **Σ** **Λ**

26. * Η συνάρτηση $f(x) = |x|$ είναι παραγωγίσιμη στο σημείο $x_0 = 0$. **Σ** **Λ**

27. * Η συνάρτηση $f(x) = |x|$ είναι συνεχής στο σημείο $x_0 = 0$. **Σ** **Λ**

28. * Αν μια συνάρτηση f είναι παραγωγίσιμη στο σημείο x_0 του πεδίου ορισμού της, τότε το όριο $\lim\limits_{h \to 0} \dfrac{f(x_0 + h) - f(x_0)}{h}$, $h \neq 0$, ισούται με τον συντελεστή διεύθυνσης της εφαπτομένης της καμπύλης, που είναι η γραφική παράσταση της συνάρτησης f στο σημείο $(x_0, f(x_0))$ αυτής. **Σ** **Λ**

29. * Η παράγωγος της συνάρτησης $f(x) = \sqrt{x}$ είναι $f'(x) = \dfrac{1}{2\sqrt{x}}$. **Σ** **Λ**

30. * Η παράγωγος της συνάρτησης $g(\kappa) = \kappa^q$, όπου $q \in Q$, είναι $g'(\kappa) = q\kappa^{q-1}$. **Σ** **Λ**

31. * Οι παράγωγοι των συναρτήσεων $f(x) = \eta\mu x$ και $g(x) = \sigma\upsilon\nu x$ είναι αντίστοιχα $f'(x) = (\eta\mu x)' = \sigma\upsilon\nu x$ και $g'(x) = (\sigma\upsilon\nu x)' = -\eta\mu x$. **Σ** **Λ**

32. * Οι παράγωγοι των συναρτήσεων $E(x) = e^x$ και $L(x) = \ln x$ είναι αντίστοιχα $E'(x) = (e^x)' = e^x$ και $L'(x) = (\ln x)' = \dfrac{1}{x}$. **Σ** **Λ**

33. * Αν η πρώτη παράγωγος μιας συνάρτησης g είναι η σταθερή συνάρτηση l, τότε η g είναι της μορφής $g(x) = cx$, $c \in R - \{1\}$. **Σ** **Λ**

34. * Αν η πρώτη παράγωγος μιας πολυωνυμικής συνάρτησης g είναι 4ου βαθμού, τότε η g είναι 5ου βαθμού. **Σ** **Λ**

35. * Αν η δεύτερη παράγωγος μιας πολυωνυμικής συνάρτησης g είναι σταθερή, τότε η g είναι το πολύ 2ου βαθμού. **Σ** **Λ**

36. * Η συνάρτηση f ΄ με $f'(x) = \lim\limits_{h \to 0} \dfrac{f(x + h) - f(x)}{h}$, $h \neq 0$, όπου x τα σημεία του πεδίου ορισμού της f στα οποία η f είναι παραγωγίσιμη, λέγεται (πρώτη) παράγωγος της f. **Σ** **Λ**

37. * Η παράγωγος (αν υπάρχει) της συνάρτησης g΄ λέγεται

πρώτη παράγωγος της g. **Σ** **Λ**

38. * Η παράγωγος (αν υπάρχει) της συνάρτησης g΄΄ λέγεται τρίτη παράγωγος της g. **Σ** **Λ**

39. * Η παράγωγος της συνάρτησης f (x) = 5 είναι f ΄ (x) = 5x. **Σ** **Λ**

40. * Η παράγωγος της συνάρτησης s (t) = t είναι s ΄ (t) = 1. **Σ** **Λ**

41. ** Θέσεις πιθανών ακροτάτων συνάρτησης f ορισμένης και συνεχούς σ' ένα διάστημα Δ είναι μόνο τα σημεία στα οποία η f παραγωγίζεται. **Σ** **Λ**

42. ** Αν η συνάρτηση f παρουσιάζει τοπικό ακρότατο σ' ένα εσωτερικό σημείο x_0 του πεδίου ορισμού της, και υπάρχει η παράγωγος f ΄ (x_0), τότε f ΄ (x_0) = 0. **Σ** **Λ**

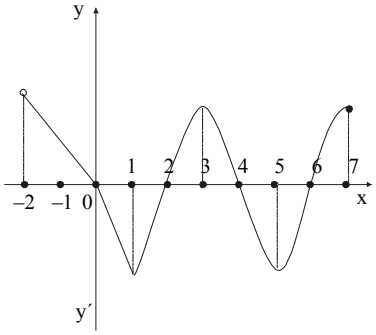
43. ** Αν για συνάρτηση f, ορισμένη και συνεχή σ' ένα διάστημα Δ, υπάρχει η f ΄ (x_0) και είναι f ΄ (x_0) ≠ 0, με x_0 εσωτερικό σημείο του Δ, τότε το x_0 είναι θέση τοπικού ακρότατου της f. **Σ** **Λ**

44. ** Έστω συνάρτηση f, ορισμένη και συνεχής σ' ένα διάστημα Δ. Τα εσωτερικά σημεία του Δ, στα οποία η f παραγωγίζεται και η παράγωγος ισούται με μηδέν, είναι θέσεις πιθανών τοπικών ακροτάτων της. **Σ** **Λ**

45. ** Έστω συνάρτηση f, ορισμένη και συνεχής σ' ένα διάστημα Δ. Τα εσωτερικά σημεία x του Δ, στα οποία η f παραγωγίζεται και η παράγωγος f ΄ (x) ισούται με μηδέν, αποτελούν πάντοτε θέσεις τοπικών ακροτάτων της. **Σ** **Λ**

46. ** Αν η συνάρτηση f παρουσιάζει τοπικό ακρότατο σ' ένα εσωτερικό σημείο x_0 ενός διαστήματος του πεδίου ορισμού της και είναι παραγωγίσιμη στο x_0, τότε η εφαπτομένη της γραφικής παράστασης της f στο σημείο (x_0, f (x_0)) είναι παράλληλη στον άξονα x΄x. **Σ** **Λ**

47. ** Στο σχήμα παρουσιάζεται η γραφική παράσταση μιας συνεχούς συνάρτησης f. Να χαρακτηρίσετε με (Σ) ή (Λ) τις παρακάτω προτάσεις:

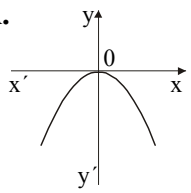


i.	Το πεδίο ορισμού της f είναι [- 2, 7].	**Σ**	**Λ**
ii.	Το πεδίο ορισμού της f είναι (- 2, 7].	**Σ**	**Λ**
iii.	Η συνάρτηση f παρουσιάζει στο διάστημα (2, 4) τοπικό μέγιστο, για x = 3.	**Σ**	**Λ**
iv.	Ισχύει ότι $f'(3) \neq 0$.	**Σ**	**Λ**
v.	Ισχύει $f'(x) > 0$ για $x \in (2, 3)$ και $f'(x) > 0$ για $x \in (3, 4)$.	**Σ**	**Λ**
vi.	Στο διάστημα (2, 3) η συνάρτηση f είναι αύξουσα.	**Σ**	**Λ**
vii.	Ισχύει $f'(5) \neq 0$.	**Σ**	**Λ**
viii.	Οι εφαπτόμενες της γραφικής παράστασης της f στα σημεία (3, f (3)) και (5, f (5)) είναι παράλληλες μεταξύ τους.	**Σ**	**Λ**
ix.	Στο διάστημα (0, 2) η συνάρτηση παρουσιάζει τοπικό ελάχιστο για x = 1.	**Σ**	**Λ**
x.	Ορίζεται το $f'(1)$.	**Σ**	**Λ**

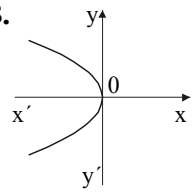
Ερωτήσεις πολλαπλής επιλογής

1. * Ποιο από τα παρακάτω διαγράμματα είναι γραφική παράσταση συνάρτησης;

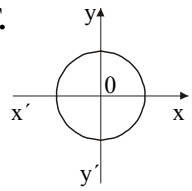
Α.



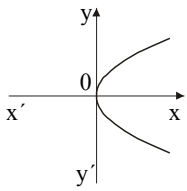
Β.



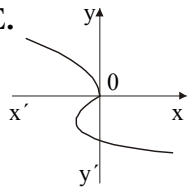
Γ.



Δ.

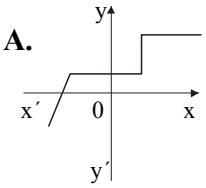


Ε.

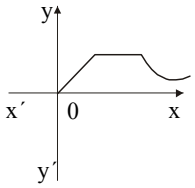


2. * Ποιο από τα παρακάτω διαγράμματα είναι γραφική παράσταση συνάρτησης;

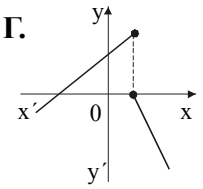
Α.



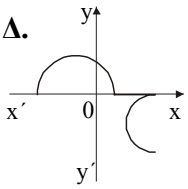
Β.



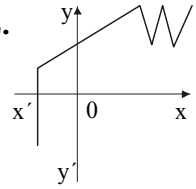
Γ.



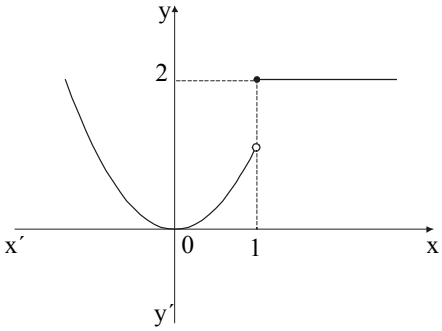
Δ.



Ε.



3. * Το διπλανό διάγραμμα είναι γραφική παράσταση της συνάρτησης



Α. $f(x) = \begin{cases} x^2, & -\infty < x \le 1 \\ 2, & 1 < x \end{cases}$

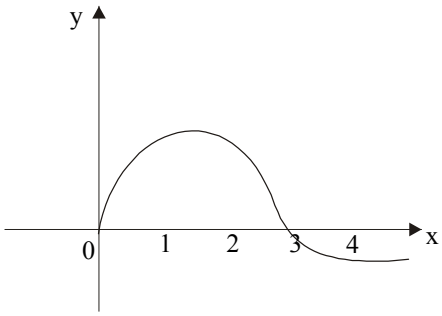
Β. $f(x) = \begin{cases} x^2, & -\infty < x < 1 \\ 2, & 1 \le x \end{cases}$

Γ. $f(x) = \begin{cases} \dfrac{1}{x}, & -\infty < x < 1 \\ 2, & 1 \le x \end{cases}$

Δ. $f(x) = \begin{cases} \dfrac{1}{x^2}, & -\infty < x \le 1 \\ 2, & 1 < x \end{cases}$

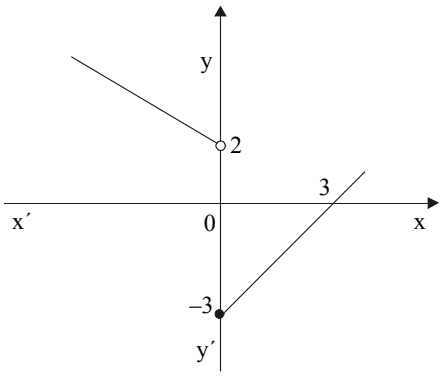
Ε. $f(x) = \begin{cases} e^x, & -\infty < x < 1 \\ 2, & 1 \le x \end{cases}$

4. * Το πεδίο ορισμού της συνάρτησης, με γραφική παράσταση που παρουσιάζεται στο διπλανό σχήμα, είναι



Α. [0, 3]
Β. [0, ∞)
Γ. (0, 3)
Δ. (0, + ∞)
Ε. [0, 4]

5. * Το πεδίο ορισμού της συνάρτησης, με γραφική παράσταση που παρουσιάζεται στο διπλανό σχήμα, είναι



Α. $(-\infty, 2)$ **Β.** $(-\infty, 3]$

Γ. $(-\infty, +\infty)$ **Δ.** $(-\infty, 3]$

Ε. $(0, 3]$

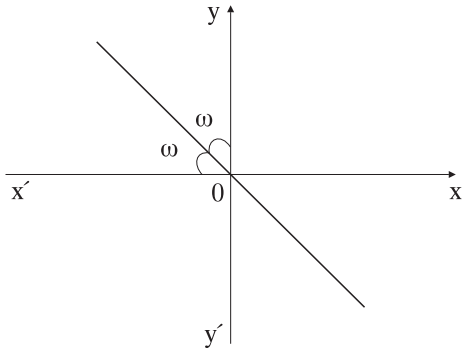
6. * Το πεδίο ορισμού της συνάρτησης $f(x) = \sqrt{1 - x^2}$ είναι

Α. $[-1, 1]$ **Β.** $[-1, \infty)$ **Γ.** $(-1, 1)$ **Δ.** $(-\infty, 1]$ **Ε.** $(-\infty, +\infty)$

7. * Το πεδίο ορισμού της συνάρτησης $f(x) = \dfrac{1}{\sqrt{1 - x^2}}$ είναι

Α. $[-1, 1]$ **Β.** $[-1, \infty)$ **Γ.** $(-1, 1)$ **Δ.** $(-\infty, 1]$ **Ε.** $(-\infty, +\infty)$

8. * Το διάγραμμα που παρουσιάζεται στο διπλανό σχήμα είναι γραφική παράσταση της συνάρτησης

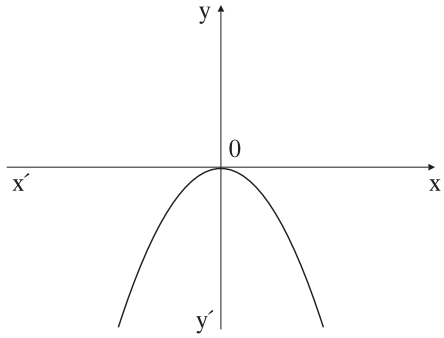


Α. $f(x) = -x$ **Β.** $f(x) = x$

Γ. $f(x) = \dfrac{1}{x}$ **Δ.** $f(x) = -\dfrac{1}{x}$

Ε. $f(x) = -2x$

9. * Το διάγραμμα που παρουσιάζεται στο διπλανό σχήμα είναι γραφική παράσταση της συνάρτησης



Α. $f(x) = x^2$ **Β.** $f(x) = -x^2$

Γ. $f(x) = -\dfrac{1}{x^2}$ **Δ.** $f(x) = \dfrac{1}{x^2}$

Ε. $f(x) = \dfrac{1}{x}$

10. * Αν οι συναρτήσεις f, g έχουν κοινό πεδίο ορισμού το $A \subseteq R$, τότε η συνάρτηση $h = \dfrac{f}{g}$ έχει πεδίο ορισμού

Α. το σύνολο R **Β.** τα $x \in A$: $f(x) \neq 0$ **Γ.** τα $x \in A$: $g(x) \neq 0$

Δ. τα $x \in A$: $f(x) = 0, g(x) \neq 0$ **Ε.** τα $x \in A$: $f(x) = g(x) = 0$

11. * Μια συνάρτηση f είναι συνεχής στο σημείο x_0 του πεδίου ορισμού της, αν και μόνο αν

Α. ισχύει $f(x_0) = 0$

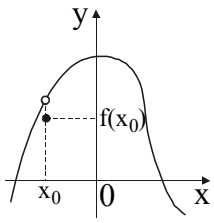
Β. ισχύει $f(x_0) \neq 0$

Γ. υπάρχει το $\lim\limits_{x \to x_0} f(x)$

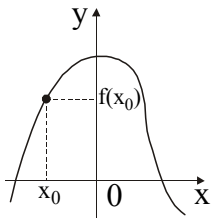
Δ. ισχύει $\lim\limits_{x \to x_0} f(x) = f(x_0)$

Ε. ισχύει $\lim\limits_{x \to x_0} f(x) \neq f(x_0)$

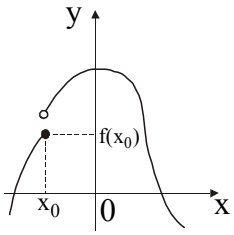
12. *



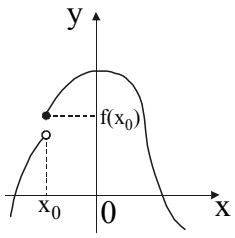
σχ.1



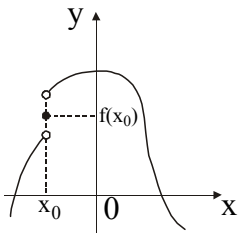
σχ.2



σχ.3



σχ.4



σχ.5

Στα παραπάνω σχήματα παρουσιάζονται πέντε γραφικές παραστάσεις ισάριθμων συναρτήσεων. Στη θέση x_0 συνεχής είναι η συνάρτηση

Α. του σχήματος 1 **Β.** του σχήματος 2 **Γ.** του σχήματος 3

Δ. του σχήματος 4 **Ε.** του σχήματος 5

13. * Μια συνάρτηση f είναι παραγωγίσιμη σ' ένα σημείο x_0 του πεδίου ορισμού της, αν και μόνο αν

Α. υπάρχει το $\lim\limits_{h \to 0} \dfrac{f(x_0 + h) - f(h)}{h}$, $h \in R$, $h \neq 0$

Β. υπάρχει το $\lim\limits_{h \to 0} \dfrac{f(x_0 + h) - f(x_0)}{h}$, $h \in R$, $h \neq 0$

Γ. υπάρχει το $\lim\limits_{h \to 0} \dfrac{f(x_0 + h) - f(x_0)}{h}$, $h \in R$, $h \neq 0$ και είναι πραγματικός αριθμός

Δ. το $\lim\limits_{h \to 0} \dfrac{f(x_0 + h) - f(x_0)}{h} = +\infty, \quad h \in R, \quad h \neq 0$

Ε. το $\lim\limits_{h \to 0} \dfrac{f(x_0 + h) - f(x_0)}{h} = -\infty, \quad h \in R, \quad h \neq 0$

14. * Η παράγωγος μιας παραγωγίσιμης συνάρτησης f, σ' ένα σημείο x_0 του πεδίου ορισμού της, εκφράζει

Α. την τιμή της συνάρτησης στη θέση x_0

Β. την τιμή του κλάσματος $\dfrac{f(x_0 + h) - f(x_0)}{h}$, $h \neq 0$

Γ. το ρυθμό μεταβολής της f (x) ως προς x, όταν $x = x_0$

Δ. το ρυθμό μεταβολής της f (x) ως προς $x - x_0$

Ε. κανένα από τα παραπάνω

15. * Παράγωγο $f'(x_0)$ μιας παραγωγίσιμης συνάρτησης f σ' ένα σημείο x_0 του πεδίου ορισμού της ονομάζουμε

Α. το πηλίκον $\dfrac{f(x_0 + h) - f(x_0)}{h}$, $h \in R, \quad h \neq 0$

Β. το $\lim\limits_{h \to 0} (f(x_0 + h) - f(x_0))$, $h \in R, \quad h \neq 0$

Γ. το $\lim\limits_{h \to 0} \dfrac{f(x_0 + h) - f(x_0)}{h}$, $h \in R, \quad h \neq 0$

Δ. το $\lim\limits_{h \to 0} \dfrac{f(x_0 + h)}{h}$, $h \in R, \quad h \neq 0$

Ε. το πηλίκον $\dfrac{f(x_0 + h)}{h}$, $h \in R, \quad h \neq 0$

16. * Εάν S (t) είναι η θέση ενός κινητού τη χρονική στιγμή t, που κινείται ευθύγραμμα, τότε το κλάσμα $\dfrac{S(t_0 + h) - S(t_0)}{h}$, $h \in R, h \neq 0$ εκφράζει

Α. τη στιγμιαία ταχύτητα του κινητού τη χρονική στιγμή $t = t_0$

Β. τη μέση ταχύτητα του κινητού στο χρονικό διάστημα $[t_0, t_0 + h]$

Γ. τη μέση τιμή της επιτάχυνσης στο χρονικό διάστημα $[t_0, t_0 + h]$

Δ. τη στιγμιαία τιμή της επιτάχυνσης τη χρονική στιγμή $t = t_0$

Ε. τη διαφορά του διαστήματος που διήνυσε το κινητό από τη χρονική στιγμή t_0 μέχρι τη χρονική στιγμή $t_0 + h$

17. * Εάν S (t) είναι η θέση ενός κινητού τη χρονική στιγμή t, που κινείται ευθύγραμμα, τότε η τιμή $A = \lim_{h \to 0} \frac{S(t_0 + h) - S(t_0)}{h}$, $h \in R$, $h \neq 0$ εκφράζει

Α. τη στιγμιαία ταχύτητα του κινητού τη χρονική στιγμή $t = t_0$

Β. τη μέση ταχύτητα του κινητού στο χρονικό διάστημα $[t_0, t_0 + h]$

Γ. τη μέση τιμή της επιτάχυνσης στο χρονικό διάστημα $[t_0, t_0 + h]$

Δ. τη στιγμιαία τιμή της επιτάχυνσης τη χρονική στιγμή $t = t_0$

Ε. τη διαφορά του διαστήματος που διήνυσε το κινητό από τη χρονική στιγμή t_0 μέχρι τη χρονική στιγμή $t_0 + h$

18. ** Αν η συνάρτηση f είναι παραγωγίσιμη σε διάστημα $\Delta \subseteq R$ και γνησίως φθίνουσα στο Δ , τότε η f ΄ είναι αρνητική

Α. μόνο σ' ένα σημείο του Δ

Β. σε όλα τα εσωτερικά σημεία του Δ

Γ. στο σημείο μηδέν

Δ. μόνο στα σημεία που μηδενίζουν την f

Ε. κανένα από τα παραπάνω

19. * Αν για συνάρτηση f παραγωγίσιμη σ' ένα διάστημα Δ, ισχύουν $f'(x_0) = 0$ και $f''(x_0) < 0$, με x_0 εσωτερικό σημείο του Δ , τότε η συνάρτηση f

Α. παρουσιάζει τοπικό ελάχιστο για $x = x_0$

Β. είναι γνησίως φθίνουσα σε όλο το διάστημα Δ

Γ. παρουσιάζει τοπικό μέγιστο για $x = x_0$

Δ. δεν παρουσιάζει ακρότατο για $x = x_0$

Ε. είναι σταθερή συνάρτηση

20. * Αν για συνάρτηση f, παραγωγίσιμη σ' ένα διάστημα Δ, ισχύουν $f'(x_0) = 0$ και $f''(x_0) > 0$, με x_0 εσωτερικό σημείο του Δ, τότε η συνάρτηση f

Α. παρουσιάζει τοπικό ελάχιστο για $x = x_0$

Β. είναι γνησίως αύξουσα σε όλο το διάστημα Δ

Γ. παρουσιάζει τοπικό μέγιστο για $x = x_0$

Δ. δεν παρουσιάζει ακρότατο για $x = x_0$

Ε. είναι σταθερή συνάρτηση

21. * Η συνάρτηση f, παραγωγίσιμη σ' ένα ανοικτό διάστημα Δ, είναι γνησίως αύξουσα στο Δ, αν ισχύει

Α. $f'(x) = 0$, για κάθε σημείο x του Δ

Β. $f(x) = 0$, για κάθε σημείο x του Δ

Γ. $f'(x) > 0$, για κάθε σημείο x του Δ

Δ. $f'(x) < 0$, για κάθε σημείο x του Δ

Ε. κανένα από τα παραπάνω

22. * Η συνάρτηση f, παραγωγίσιμη σ' ένα ανοικτό διάστημα Δ, είναι γνησίως φθίνουσα στο Δ, αν ισχύει

Α. $f'(x) = 0$, για κάθε σημείο x του Δ

Β. $f(x) = 0$, για κάθε σημείο x του Δ

Γ. $f'(x) > 0$, για κάθε σημείο x του Δ

Δ. $f'(x) < 0$, για κάθε σημείο x του Δ

Ε. κανένα από τα παραπάνω

23. ** Έστω συνάρτηση f, παραγωγίσιμη σ' ένα διάστημα Δ και x_0 εσωτερικό σημείο του Δ για το οποίο υπάρχει $f''(x_0)$. Το εσωτερικό σημείο x_0, είναι σημείο ακροτάτου της f, αν ισχύει

Α. $f(x_0) = 0$ **Β.** $f'(x_0) \neq 0$ **Γ.** $f''(x_0) = 0$

Δ. $f'(x_0) = 0$ και $f''(x_0) \neq 0$

Ε. $f'(x_0) > 0$ και $f(x_0) = 0$

24. * Η παράγωγος της συνάρτησης $f(x) = x^2$ είναι (για $h \neq 0$)

Α. $\lim\limits_{h \to 2} \dfrac{h(2x+h)}{h}$ **Β.** $\lim\limits_{h \to 0} h(2x+h)$ **Γ.** $\lim\limits_{h \to 0} \dfrac{(x+h)^2 - x^2}{h}$

Δ. 2 **Ε.** x

25. * Αν ο μεγιστοβάθμιος όρος μιας πολυωνυμικής συνάρτησης είναι αx^{α}, όπου $\alpha \neq 0$, $\alpha \neq 1$, τότε η παράγωγός της είναι

Α. σταθερή συνάρτηση

Β. τριγωνομετρική συνάρτηση

Γ. πολυωνυμική συνάρτηση με μεγιστοβάθμιο όρο τον $\alpha^2 x^{\alpha-1}$

Δ. πολυωνυμική συνάρτηση με μεγιστοβάθμιο όρο τον $\alpha x^{\alpha-1}$

Ε. δεν μπορούμε να το γνωρίζουμε χωρίς τον τύπο της συνάρτησης

26. * Η συνάρτηση $h(x) = \sqrt{x^2}$ είναι

Α. σύνθεση των συναρτήσεων $f(x) = \sqrt{x}$ και $g(x) = x$

Β. σύνθεση των συναρτήσεων $f(x) = x^2$ και $g(x) = \sqrt{x^2}$

Γ. άλλη μορφή της συνάρτησης $f(x) = x$

Δ. άλλη μορφή της συνάρτησης $f(x) = |x|$

Ε. κανένα από τα παραπάνω

27. * Η συνάρτηση $f(x) = ημ3x$ είναι

Α. άλλη μορφή της συνάρτησης $f(x) = 3ημx$

Β. η παράγωγος της συνάρτησης $f(x) = συν3x$

Γ. σύνθεση των συναρτήσεων $f(x) = ημx$, $g(x) = 3x$

Δ. η παράγωγος της συνάρτησης $f(x) = \frac{συν3x}{3}$

Ε. κανένα από τα παραπάνω

28. * Αν $L(x) = f(g(x))$, όπου f, g παραγωγίσιμες συναρτήσεις, τότε

Α. $L'(x) = f'(g(x))$

Β. $L'(x) = f'(x) \cdot g'(x)$

Γ. $L'(x) = f'(x) + g'(x)$

Δ. $L'(x) = f'(g(x)) \cdot f(x)$

Ε. $L'(x) = f'(g(x)) \cdot g'(x)$

Ερωτήσεις αντιστοίχισης

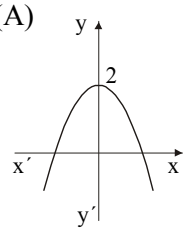
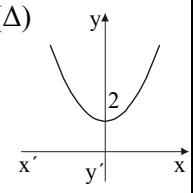
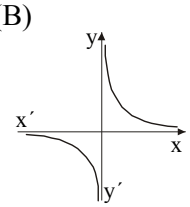
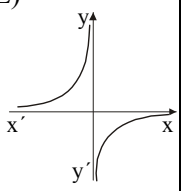
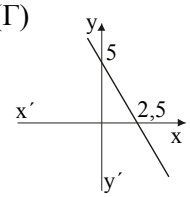
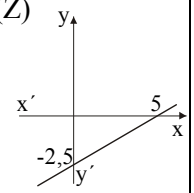
1. * Αντιστοιχίστε τον κάθε τύπο συνάρτησης της στήλης Α με το διάστημα ή ένωση διαστημάτων της στήλης Β, που είναι το πεδίο ορισμού της.

Στήλη Α	**Στήλη Β**
$f(x) = 2x$	R
$f(x) = \frac{3}{x-1}$	$(0, 1)$
$f(x) = \frac{1}{x}$	$(-\infty, 1) \cup (1, +\infty)$
$f(x) = \sqrt{x-1}$	$(-\infty, -1) \cup (-1, +\infty)$
$f(x) = \frac{2x}{x+1}$	$(-\infty, 0) \cup (0, +\infty)$
	$(1, \infty)$
	$[1, \infty)$

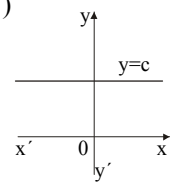
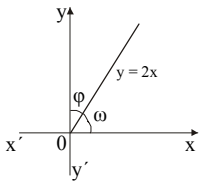
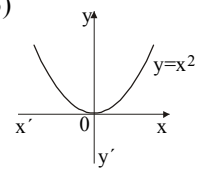
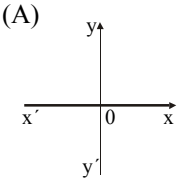
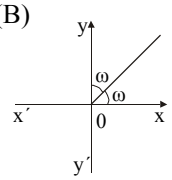
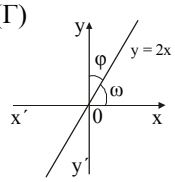
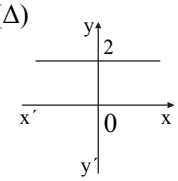
2. * Αντιστοιχίστε τον κάθε τύπο συνάρτησης της στήλης Α με το διάστημα ή ένωση διαστημάτων της στήλης Β, που είναι το πεδίο ορισμού της.

Στήλη Α	**Στήλη Β**
$f(x) = \sqrt{x}$	$[0, +\infty)$
$f(x) = \sqrt{x+2}$	$[-2, +\infty)$
$f(x) = \frac{1}{\sqrt{x}}$	$(-2, 0) \cup (0, +\infty)$
$f(x) = \frac{1}{\sqrt{x+2}}$	$(-\infty, -2] \cup [0, +\infty)$
	$(0, +\infty)$
	$(-2, 0) \cup (0, \infty)$
	$(-2, +\infty)$

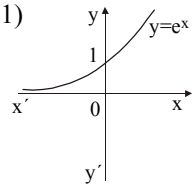
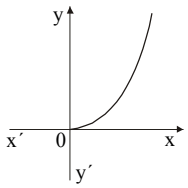
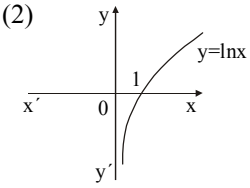
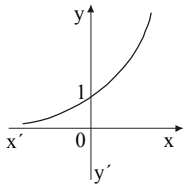
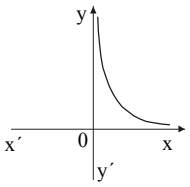
3. * Αντιστοιχίστε τον κάθε τύπο της συνάρτησης της στήλης Α με τη γραφική της παράσταση στη στήλη Β.

Στήλη Α	**Στήλη Β**
1. $f(x) = -3x^2 + 2$	(Α)  (Δ) 
2. $\varphi(x) = \frac{6}{x}$	(Β)  (Ε) 
3. $h(x) = -2x + 5$	(Γ)  (Ζ) 

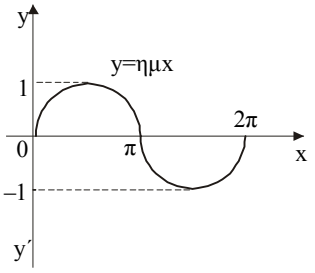
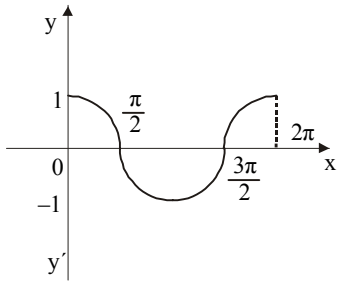
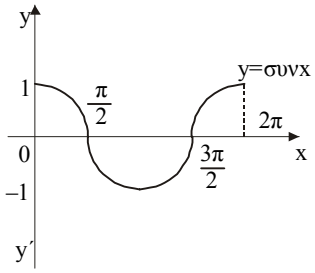
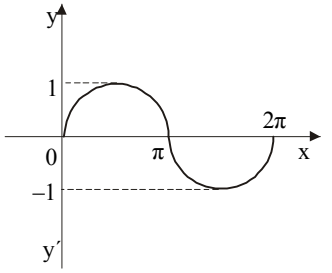
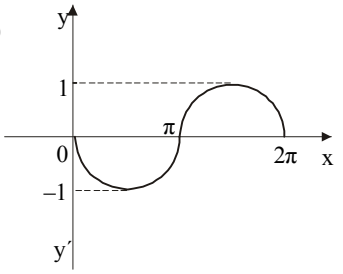
4. * Στη στήλη Α παρουσιάζονται οι γραφικές παραστάσεις τριών συναρτήσεων. Αντιστοιχίστε καθεμιά από αυτές με τη γραφική παράσταση της πρώτης παραγώγου της που βρίσκεται στη στήλη Β.

Στήλη Α	**Στήλη Β**
(1)  (2)  (3) 	(Α)  (Β)  (Γ)  (Δ) 

5. * Στη στήλη Α παρουσιάζονται οι γραφικές παραστάσεις δύο συναρτήσεων. Αντιστοιχίστε καθεμιά από αυτές με τη γραφική παράσταση της πρώτης παραγώγου της που βρίσκεται στη στήλη Β.

Στήλη Α	**Στήλη Β**
(1) 	(Α) 
(2) 	(Β) 
	(Γ) 

6. * Στη στήλη Α παρουσιάζονται οι γραφικές παραστάσεις δύο συναρτήσεων. Αντιστοιχίστε καθεμιά από αυτές με τη γραφική παράσταση της πρώτης παραγώγου της που βρίσκεται στη στήλη Β.

Στήλη Α	**Στήλη Β**
(1) 	(Α) 
(2) 	(Β) 
	(Γ) 

7. * Αντιστοιχίστε κάθε τύπο συνάρτησης που είναι στη στήλη Α με τον τύπο της συνάρτησης της πρώτης παραγώγου της που είναι στη στήλη Β.

Στήλη Α ***f (x)***	**Στήλη Β** ***f ΄ (x)***
$3x^2$	$6x^2 - 1$
$3x$	$6x$
$2 (x^2 - 1)$	3
$(3x)^2$	$4x$
$(3x - 1)^2$	$3x - 1$
$3x^2 - x$	$18x$
	$6 (3x - 1)$
	$6x^2$
	$6x - 1$

8. * Αντιστοιχίστε κάθε τύπο συνάρτησης που είναι στη στήλη Α με τον τύπο της συνάρτησης της πρώτης παραγώγου της που είναι στη στήλη Β.

Στήλη Α	**Στήλη Β**
f (x)	***f ΄ (x)***
α	0
αx	α
$\beta x + \alpha$	β
$\alpha x^2 + \beta$	$\alpha x + \beta$
βx^2	$2\alpha x$
$\alpha x^2 - \beta x$	$2\beta x + \gamma$
$\beta x^2 + \alpha x - \gamma$	$2\beta x$
	$2\alpha x - \beta$
	$2\alpha x + \beta$
	$2\beta x + \alpha$
	$2\alpha + \beta x$

9. * Στη στήλη Α του παρακάτω πίνακα υπάρχουν τα πρώτα μέλη ισοτήτων, οι οποίες εκφράζουν τους κανόνες παραγώγισης. Στη στήλη Β υπάρχουν τα δεύτερα μέλη των ισοτήτων αυτών. Αντιστοιχίστε τα στοιχεία της στήλης Α με εκείνα της στήλης Β ώστε να προκύψουν οι γνωστοί κανόνες παραγώγισης.

Στήλη Α	**Στήλη Β**
	$f'(x)\,g(x) + f(x)\,g'(x)$
$(c\,f(x))' =$	$\dfrac{f'(x)\,g(x) - f(x)\,g'(x)}{g^2(x)}$
$(f(x) + g(x))' =$	$f'(x) + g'(x)$
$(f(x) \cdot g(x))' =$	$c\,f'(x)$
$\left(\dfrac{f(x)}{g(x)}\right)' =$	$f'(x) \cdot g'(x)$
$[f(g(x))]' =$	$f'(g(x)) \cdot g'(x)$
	$\dfrac{f'(x)}{g'(x)}$

Ερωτήσεις συμπλήρωσης - σύντομης απάντησης

1. * Να συμπληρώσετε τα πεδία ορισμού των συναρτήσεων:

α) $f(x) = \sqrt{x^2}$ Α = ...

β) $f(x) = \dfrac{1}{x^2}$ Α = ...

γ) $f(x) = \dfrac{1}{x^2+1}$ Α = ...

δ) $f(x) = \sqrt{x^2+1}$ A = ...

ε) $f(x) = \dfrac{1}{\sqrt{x^2+1}}$ A = ...

2. * Αν $\lim\limits_{x \to x_0} f(x) = -2$, να βρείτε και να συμπληρώσετε τα $\lim\limits_{x \to x_0} g(x)$, όταν:

α) $g(x) = 3f(x) - 1$ $\lim\limits_{x \to x_0} g(x) =$ .....

β) $g(x) = 2 - 4f(x)$ $\lim\limits_{x \to x_0} g(x) =$ .....

γ) $g(x) = (2f(x))^2$ $\lim\limits_{x \to x_0} g(x) =$ .....

δ) $g(x) = \dfrac{2f(x)-1}{5-3f(x)}$ $\lim\limits_{x \to x_0} g(x) =$ .....

ε) $g(x) = \sqrt[3]{-8f(x)+11}$ $\lim\limits_{x \to x_0} g(x) =$ .....

3. * Να συμπληρώσετε τα παρακάτω όρια:

α) $\lim\limits_{x \to 1} (2x^2 + 6x - 1) =$ .....

β) $\lim\limits_{x \to 2} \dfrac{2x+1}{3x} =$ .....

γ) $\lim\limits_{x \to 3} (5\sqrt{6x-1}) =$ .....

δ) $\lim\limits_{x \to -1} [(3x+2)(5x-3)]^2 =$ .....

ε) $\lim\limits_{x \to \frac{\pi}{2}} [\eta\mu x + 3\sigma\upsilon\nu x] =$ .....

στ) $\lim\limits_{x \to 0} [2\eta\mu x - 4\sigma\upsilon\nu x] =$ .....

4. * Να συμπληρώσετε τα παρακάτω όρια:

α) $\lim\limits_{x \to 1} \dfrac{\sqrt{x}-1}{x-1} =$ .....

β) $\lim\limits_{x \to -2} \dfrac{x^4-16}{x^3+8} =$ .....

γ) $\lim\limits_{x \to -1} \dfrac{2x^2+5x+3}{2(x+1)} =$ .....

δ) $\lim\limits_{x \to -1} \dfrac{x^3+1}{x^2-4x-5} =$ .....

5. * Να συμπληρώσετε τις τιμές των παραγώγων των παρακάτω συναρτήσεων στα αντίστοιχα σημεία:

α) $f(x) = x^2$ $\quad f'(0) =$.....

β) $f(x) = x^2 + 1$ $\quad f'(1) =$.....

γ) $f(x) = 2x^2 - 3$ $\quad f'(-1) =$ .....

δ) $f(x) = \eta\mu x$ $\quad f'(\frac{\pi}{2}) =$ .....

ε) $f(x) = \frac{1}{x^2 - 2}$ $\quad f'(0) =$.....

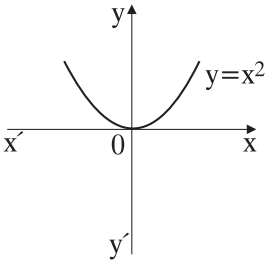
6. * Να βρείτε τις εξισώσεις των εφαπτομένων των γραφικών παραστάσεων των παρακάτω συναρτήσεων στα αντίστοιχα σημεία:

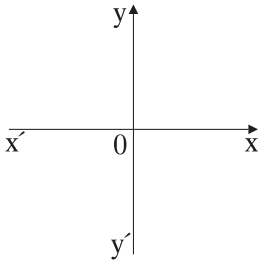
α) $f(x) = x^2 - 1$ $\quad A(0, f(0))$ $\quad y =$ .....

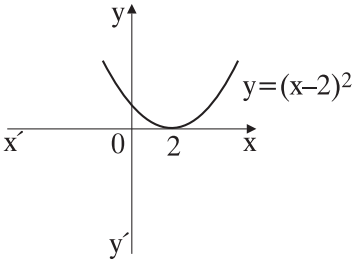
β) $f(x) = 2x^2 - 1$ $\quad A(1, f(1))$ $\quad y =$ .....

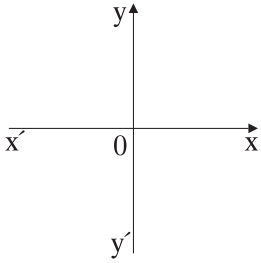
γ) $f(x) = 3x^2 - 2$ $\quad A(-1, f(-1))$ $\quad y =$ .....

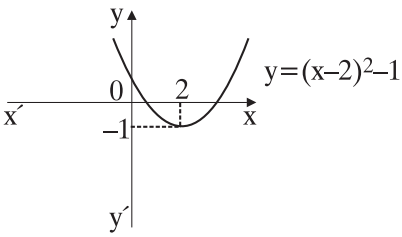
7. * Για κάθε γραφική παράσταση της $y = f(x)$ χαράξτε την αντίστοιχη γραφική παράσταση της πρώτης παραγώγου της.

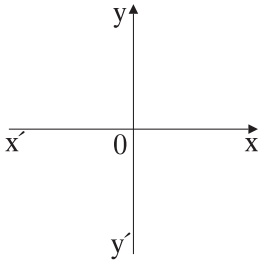

y
y=x2
x´
0
x
y´


y
x´
0
x
y´


y
y=(x–2)2
x´
0
2
x
y´


y
x´
0
x
y´


y
y=(x–2)2–1
0
2
x´
x
–1
y´


y
x´
0
x
y´

8. * Στη στήλη Α δίνονται τύποι συναρτήσεων. Συμπληρώστε στη στήλη Β τους αντίστοιχους τύπους των πρώτων παραγώγων τους.

Στήλη Α $f\ (x)$	**Στήλη Β** $f\ '(x)$
$x - 1$	
$(x - 1)^2$	
$(x^2 - 1)^2$	
$(x - 1)^{\frac{2}{3}}$	
$\frac{1}{(x - 1)^2}$	
$\frac{1}{\sqrt{x - 1}}$	
$\frac{1}{\sqrt{(x - 1)^3}}$	

9. * Στη στήλη Α δίνονται τύποι συναρτήσεων. Συμπληρώστε στη στήλη Β τους αντίστοιχους τύπους των πρώτων παραγώγων τους.

Στήλη Α $f(x)$	**Στήλη Β** $f'(x)$
$\sqrt{\eta\mu x}$	
$\sqrt{\eta\mu x \cdot \sigma\upsilon\nu x}$	
$x - \eta\mu x \cdot \sigma\upsilon\nu x$	
$\dfrac{x}{\sqrt{\eta\mu x}}$	
$\dfrac{\eta\mu x}{\sqrt{x}}$	

10. * Στη στήλη Α δίνονται τύποι συναρτήσεων. Συμπληρώστε στη στήλη Β τους αντίστοιχους τύπους των πρώτων παραγώγων τους.

Στήλη Α $f(x)$	**Στήλη Β** $f'(x)$
$x - \ln x$	
$x \cdot e^{\frac{1}{x}}$	
e^{-2x^3+1}	
$\ln \sqrt{x^2 - 2}$	

11. * Στον παρακάτω πίνακα δίνονται οι τύποι τεσσάρων συναρτήσεων. Να συμπληρώσετε τη στήλη Β με το αντίστοιχο πεδίο ορισμού τους, τη στήλη Γ με την πρώτη παράγωγό τους και τη στήλη Δ και τη δεύτερη παράγωγό τους.

Στήλη Α	**Στήλη Β** *πεδίο ορισμού*	**Στήλη Γ** *πρώτη παράγωγος*	**Στήλη Δ** *δεύτερη παράγωγος*
$h(x) = \dfrac{1}{x^2}$			

$\varphi(x) = \dfrac{1}{x^2 - 1}$			
$f(x) = \dfrac{x^2}{x^2 + 1}$			
$g(x) = \dfrac{x - 1}{x^2}$			