

## ΜΕΛΕΤΗ ΣΥΝΑΡΤΗΣΗΣ

Περιλαμβάνει τα παρακάτω βήματα χωρίς να είναι απαραίτητα όλα. Στόχος μας η χάραξη της  $C_f$ . Από τη γραφική παράσταση προσδιορίζεται το πεδίο τιμών της  $f$  και τα ακρότατα (ολικά) αν υπάρχουν:

1) Εύρεση Π.Ο. 2) Σημεία τομής με τους άξονες 3) Άρτια –περιττή – περιοδική (τριγωνομετρικές) 4) Εύρεση  $f', f''$ , συνέχεια της  $f$ , ρίζες της  $f'(x), f''(x)$  και σπάνια πρόσημο της  $f(x)$ , Μονοτονία, ακρότατα, κοιλότητα, σημεία καμπής, υπολογισμός όλων των  $f(p)$

5) Εύρεση ασύμπτωτων και  $\lim_{x \rightarrow \sigma} f(x)$  όπου  $\sigma$  άκρα του Π.Ο. της  $f$ .

6) Πίνακας μεταβολών της  $f$ .

7) Χάραξη της γραφικής παράστασης: Τοποθετώ σημεία τομής με τους άξονες, τα  $(p, f(p))$  (όπου στο  $p$  έχω τοπικό ακρότατο ή σημεία καμπής). Χρησιμοποιώντας τη μονοτονία, κοιλότητα και όλα τα παραπάνω στοιχεία κατασκευάζω την καμπύλη, από την οποία προκύπτει πεδίο τιμών, αλλά και ολικά ακρότατα.

### Παρατήρηση:

Για μελέτη τριγωνομετρικών συναρτήσεων συνήθως εξετάζω περιοδικότητα. Χρειάζεται ιδιαίτερη προσοχή στην εύρεση ορίων  $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x)$ , αν  $f$  τριγωνομετρική για το οποίο είναι το από δεξιά όριο ( $x > x_0$ ) και το αριστερά ( $x < x_0$ ) πάνω στο τριγωνομετρικό κύκλο.

17) Να μελετηθούν οι συναρτήσεις:

$$(α) f(x) = \frac{x}{x^2 + 1} \quad (β) f(x) = \frac{x^2 + 1}{x} \quad (γ) f(x) = \frac{2x + 3}{x - 2} \quad (δ) f(x) = \frac{1}{x^2 - 2x + 3}$$

$$(\epsilon) f(x) = \frac{1}{x^2 + 2x - 3} \quad (\zeta) f(x) = \sqrt{x^2 + 1} - |x| \quad (\eta) f(x) = |x^2 - 1|(x^2 - 4)$$

$$(\theta) f(x) = \frac{1}{x^2} + \frac{1}{x^3} \quad (\iota) f(x) = \frac{x^2 + 1}{x^2 - 1} \quad (\kappa) f(x) = \frac{x^2 - 4x + 3}{x(x - 2)} \quad (\lambda) f(x) = \frac{x}{1 + |x|}$$

(22) Να μελετηθούν οι συναρτήσεις

$$(\alpha) f(x) = x^3 - 1 \quad (\beta) f(x) = x^4 - 1 \quad (\gamma) f(x) = \frac{x^2 - 1}{x}$$

$$\text{Πεδίο τιμών ;} \quad (\delta) f(x) = \frac{1}{x^2 + 1} \quad (\epsilon) f(x) = \frac{x^2 + x + 1}{x + 1}$$

(23) Να μελετηθεί η  $f(x) = e^{1/x^2}$  και πεδίο τιμών

(24) Να μελετηθεί η  $f(x) = x - \eta\mu\chi$

(25) Να μελετηθεί η  $f(x) = \frac{\ell n x}{x}$  και Π.Τ.

(26) Να μελετηθεί η  $f(x) = x + \frac{1}{x^2}$  και να βρεθεί το πεδίο τιμών

(27) Να μελετηθεί η  $f(x) = \frac{x^2 + x}{x - 1}$

(28) Να μελετηθεί η  $f(x) = \frac{x^2}{\ell n x}$

(29) Να μελετηθεί η  $f(x) = \frac{1}{\eta\mu\chi}$