Κεφάλαιο 2ο: ΜΙΓΑΔΙΚΟΙ ΑΡΙΘΜΟΙ

Ερωτήσεις του τύπου «Σωστό - Λάθος»

1. * Η ισότητα στο σύνολο C των μιγαδικών αριθμών ορίζεται από την ισοδυναμία: $\alpha + \beta i = \gamma + \delta i \Leftrightarrow \alpha = \gamma$ και $\beta = \delta$. **Σ** **Λ**

2. * Αν $z = \alpha + \beta i$, $\alpha, \beta \in R$ και $z = 0$, τότε $\alpha = 0$ και $\beta = 0$. **Σ** **Λ**

3. * Αν $z = \kappa + \lambda i$, $\kappa, \lambda \in R$, τότε $Re(z) = \kappa$. **Σ** **Λ**

4. * Αν $z = x + (y - 1)i$, $x, y \in R$ και $Im(z) = 0$, τότε $y = 1$. **Σ** **Λ**

5. * Αν $z_1, z_2 \in C$ με $Re(z_1 + z_2) = 0$, τότε $Re(z_1) + Re(z_2) = 0$. **Σ** **Λ**

6. * Αν $z = \alpha + \beta i$, $\alpha\beta \neq 0$, τότε ο $\frac{1}{z} = \frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta} i$. **Σ** **Λ**

7. * Για κάθε μιγαδικό αριθμό z ορίζεται $z^\circ = 1$. **Σ** **Λ**

8. * Αν $z \in C$, τότε $\overline{\overline{z}} = z$. **Σ** **Λ**

9. * Ο αριθμός z είναι πραγματικός, αν και μόνο αν $z = \overline{z}$. **Σ** **Λ**

10. * Ο αριθμός z είναι φανταστικός, αν και μόνο αν $z = -\overline{z}$. **Σ** **Λ**

11. * Αν $z_1 = \alpha + \beta i$ και $z_1 + z_2 = 2\alpha$, τότε $z_2 = \overline{z_1}$. **Σ** **Λ**

12. * Αν $i^2 = -1$, τότε $i^{2003} = i$. **Σ** **Λ**

13. * Η διαφορά δύο συζυγών μιγαδικών αριθμών είναι φανταστικός αριθμός. **Σ** **Λ**

14. * Οι εικόνες των φανταστικών αριθμών z στο μιγαδικό επίπεδο βρίσκονται πάνω στον άξονα y΄y. **Σ** **Λ**

15. * Οι εικόνες των αντίθετων μιγαδικών αριθμών z στο μιγαδικό επίπεδο είναι σημεία συμμετρικά ως προς τον άξονα x΄x. **Σ** **Λ**

16. * Οι εικόνες των μιγαδικών αριθμών z στο μιγαδικό επίπεδο με $Re(z) = 2$ βρίσκονται στην ευθεία $x = 2$. **Σ** **Λ**

17. * Οι εικόνες των μιγαδικών αριθμών z στο μιγαδικό επίπεδο με $Im(z + i) = 8$ βρίσκονται στην ευθεία $y = 8$. **Σ** **Λ**

18. * Αν M_1, M_2 είναι οι εικόνες των μιγαδικών z_1 και z_2 αντιστοίχως στο μιγαδικό επίπεδο και ο άξονας x΄x είναι η μεσοκάθετος του ευθυγράμμου τμήματος M_1M_2, τότε είναι $z_1 = \overline{z_2}$. **Σ** **Λ**

19. * Το μέτρο του $z = -2 + 3i$ είναι 13. **Σ** **Λ**

20. * Για κάθε $z_1, z_2 \in C$ ισχύει $|z_1 + z_2| = |z_1| + |z_2|$. **Σ** **Λ**

21. * Η εξίσωση $|z - z_1| = |z - z_2|$, $z, z_1, z_2 \in C$, παριστάνει τη μεσοκάθετο του ευθυγράμμου τμήματος που έχει άκρα τα σημεία Α (z_1) και Β (z_2). **Σ** **Λ**

22. * Αν Κ (z_0) η εικόνα του μιγαδικού z_0 στο μιγαδικό επίπεδο, τότε η εξίσωση $|z - z_0| = \rho$, $\rho > 0$, $z \in C$, παριστάνει κύκλο με κέντρο το Κ (z_0) και ακτίνα ρ. **Σ** **Λ**

23. * Στο μιγαδικό επίπεδο οι εικόνες των μιγαδικών $z_\lambda = 2\lambda + (\lambda^2 + 1)\, i$ βρίσκονται πάνω στον άξονα x΄x για κάθε $\lambda \in R$. **Σ** **Λ**

24. * Η εξίσωση $|z - z_1| = |z - z_2|$ με άγνωστο το $z \in C$ και $z_1, z_2 \in C$ έχει μόνο μια λύση. **Σ** **Λ**

34. * Η εξίσωση $z^3 - i = 0$ έχει μοναδική ρίζα τον $z_0 = i$. **Σ** **Λ**

36. * Η εξίσωση $x^2 - 2x + \lambda = 0$, $\lambda \in R$, μπορεί να έχει ρίζες τους μιγαδικούς $1 + i$ και $1 - i$. **Σ** **Λ**

37. * Αν η εξίσωση $\alpha x^2 + \beta x + \gamma = 0$, $\alpha \neq 0$, $\alpha, \beta, \gamma \in R$ έχει ρίζα τον $2 + i$ θα έχει και τον $\frac{5}{2+i}$. **Σ** **Λ**

38. * Η εξίσωση $\alpha x^2 + \beta x + \gamma = 0$, $\alpha, \beta, \gamma, \in R^*$ έχει πάντοτε λύση στο C. **Σ** **Λ**

Ερωτήσεις πολλαπλής επιλογής

1. * Η ισότητα $x + (y - 1)\, i = 3 + 4i$, $x, y \in R$, ισχύει αν και μόνο αν

Α. $x = 3$ ή $y = 5$ **Β.** $x = 3$ και $y = 5$

Γ. $x = 3$ ή $y = 4$ **Δ.** $x = 3$ και $y = 4$ **Ε.** $x + y = 7$

2. * Αν $z = \alpha + \beta i$ με $\alpha\beta \neq 0$ και $\bar{z}$ ο συζυγής του ποια από τις παρακάτω προτάσεις **δεν** είναι σωστή;

Α. $z + \bar{z}$ πραγματικός αριθμός **Β.** $z - \bar{z}$ φανταστικός αριθμός

Γ. $z \cdot \bar{z}$ φανταστικός αριθμός **Δ.** $-\overline{z \cdot \bar{z}}$ πραγματικός αριθμός

Ε. $\overline{z + \bar{z}}$ πραγματικός αριθμός

3. * Ο αριθμός i^{2000} ισούται με:

Α. i **Β.** 1 **Γ.** - 1 **Δ.** i **Ε.** 0

4. * Αν $\nu \in N$, από τις παρακάτω ισότητες **δεν** είναι σωστή η

Α. $i^{4\nu} = 1$ **Β.** $i^{4\nu+1} = -i$ **Γ.** $i^{4\nu+2} = -1$ **Δ.** $i^{\nu+4} = i^{\nu}$ **Ε.** $i^{4\nu+3} = -i$

5. * Ο $\frac{1}{2-4i}$ ισούται με

Α. $\frac{2+4i}{20}$ **Β.** $\frac{-2+4i}{20}$ **Γ.** $\frac{2-4i}{20}$

Δ. $\frac{-2-4i}{20}$ **Ε.** κανένα από τα προηγούμενα

6. * Το $\left(\frac{1+i}{1-i}\right)^{1821}$ ισούται με

Α. $1 + i$ **Β.** $1 - i$ **Γ.** i **Δ.** 2 **Ε.** -2

7. * Αν η εικόνα του μιγαδικού αριθμού $w = (x + 1) + (y - 1)\,i$, $x, y \in R$, στο μιγαδικό επίπεδο είναι η αρχή των αξόνων, τότε ο $z = x + yi$ ισούται με

Α. $1 - i$ **Β.** $1 + i$ **Γ.** $-1 - i$ **Δ.** $-1 + i$ **Ε.** $2 + 2i$

8. * Η εικόνα κάθε φανταστικού αριθμού στο μιγαδικό επίπεδο βρίσκεται πάνω στην ευθεία με εξίσωση

Α. $y = x$ **Β.** $y = -x$ **Γ.** $y = 0$

Δ. $x = 0$ **Ε.** σε καμία από τις προηγούμενες.

9. * Οι εικόνες των μιγαδικών αριθμών $2 + 3i$ και $3 + 2i$ στο μιγαδικό επίπεδο έχουν άξονα συμμετρίας την ευθεία

Α. $x = 2$ **Β.** $y = 3$ **Γ.** $y = x$ **Δ.** $y = -x$ **Ε.** $x = 0$

10. * Αν η διανυσματική ακτίνα του μιγαδικού αριθμού z έχει φορέα τη διχοτόμο της 2ης και 4ης γωνίας των αξόνων του μιγαδικού επιπέδου, τότε ο z μπορεί να είναι ο

Α. $2 + i$ **Β.** $-2 + 2i$ **Γ.** $2 + 2i$ **Δ.** $-2 - 2i$ **Ε.** $-2 - i$

11. * Στο μιγαδικό επίπεδο, οι εικόνες δύο συζυγών μιγαδικών αριθμών είναι σημεία συμμετρικά

Α. ως προς τον άξονα y΄y **Β.** ως προς τον άξονα x΄x

Γ. ως προς την ευθεία $y = x$ **Δ.** ως προς την ευθεία $y = -x$

Ε. ως προς την αρχή των αξόνων

12. * Αν η εικόνα του μιγαδικού z στο μιγαδικό επίπεδο είναι σημείο της ευθείας $2x + 3y - 1 = 0$, τότε ο z **δεν** μπορεί να είναι ο

Α. $\frac{1}{2}$ **Β.** $1 - \frac{1}{3}i$ **Γ.** $5 - 3i$ **Δ.** $\frac{1}{3}i$ **Ε.** $1 + 2i$

13. * Οι εικόνες των μιγαδικών αριθμών $z_1 = -1 - 2i$, $z_2 = 5 + 2i$, $z_3 = 5 - 2i$ και $z_4 = -1 + 2i$ στο μιγαδικό επίπεδο είναι κορυφές

Α. τετραγώνου **Β.** ορθογωνίου **Γ.** τραπεζίου
Δ. ρόμβου **Ε.** τυχαίου τετραπλεύρου

14. * Αν $z = 1 + yi$, $y \in R$ και $|z| = 2$, τότε μια τιμή του y είναι

Α. 2 **Β.** 4 **Γ.** $\sqrt{3}$ **Δ.** 5 **Ε.** $\sqrt{2}$

15. * Αν για το μιγαδικό αριθμό $z \neq 0$ είναι $z = \bar{z}$ τότε από τα παρακάτω ισχύει το

Α. $\text{Im}(z) < 0$ **Β.** $\text{Im}(z) = 0$ **Γ.** $\text{Im}(z) > 0$

Δ. $\text{Im}(z) = \text{Re}(z)$ **Ε.** κανένα από τα παραπάνω

16. * Αν οι εικόνες δύο μη μηδενικών μιγαδικών αριθμών z_1 και z_2 είναι στο ίδιο τεταρτημόριο, ποια από τις παρακάτω σχέσεις μπορεί να ισχύει;

Α. $z_1 = -z_2$ **Β.** $z_1 = \bar{z}_2$ **Γ.** $z_1 = -\bar{z}_2$
Δ. $\text{Im}(z_1) + \text{Im}(z_2) = 0$ **Ε.** κανένα από τα παραπάνω

17. * Το μέτρο του μιγαδικού $z = \frac{\sqrt{2} - i}{1 + \sqrt{2}i}$ είναι

Α. 0 **Β.** 1 **Γ.** - 2 **Δ.** $2\sqrt{2}$ **Ε.** - 1

18. * Αν $z = x + yi$, $x, y \in R$, από τις παρακάτω ισότητες **δεν** είναι πάντα σωστή η

Α. $|z| = |\bar{z}|$ **Β.** $|z| = |-z|$ **Γ.** $|z|^2 = z^2$
Δ. $|z| = \sqrt{x^2 + (-y)^2}$ **Ε.** $|z^2| = |\bar{z}|^2$

19. * Αν $|z_1| = 3$ και $z_2 = 4 + 3i$ τότε η μεγαλύτερη τιμή του $|z_1 + z_2|$ είναι

Α. 5 **Β.** 8 **Γ.** 9 **Δ.** 12 **Ε.** 14

20. * Αν $|\bar{z}_1| = 2$ και $|-z_2| = 5$ η ελάχιστη τιμή του $|z_1 - z_2|$ είναι

Α. 2 **Β.** 3 **Γ.** 5 **Δ.** 7 **Ε.** 10

21. * Ποια είναι η καλύτερη προσεγγιστική τιμή για το μέτρο του μιγαδικού $z = -5 - 7i$;

Α. 5·25 **Β.** 9·22 **Γ.** 8·60 **Δ.** 8·80 **Ε.** 8·10

22. * Αν το σημείο Ρ (x, y) είναι η εικόνα των μιγαδικών $z = x + yi$, $x, y \in R$, στο μιγαδικό επίπεδο για τους οποίους ισχύει $|z - 3| = 5$, το Ρ (x, y) βρίσκεται πάνω σε

Α. ευθεία **Β.** έλλειψη **Γ.** κύκλο
Δ. παραβολή **Ε.** υπερβολή

23. * Η εξίσωση $|z - (1 + 2i)| = 4$ παριστάνει στο μιγαδικό επίπεδο κύκλο με

Α. κέντρο (- 1, 2) και ακτίνα 4 **Β.** κέντρο (1, - 2) και ακτίνα 2
Γ. κέντρο (1, - 2) και ακτίνα 4 **Δ.** κέντρο (1, 2) και ακτίνα 2
Ε. κέντρο (1, 2) και ακτίνα 4

24. * Θεωρούμε στο μιγαδικό επίπεδο τον κύκλο με κέντρο το Ο (αρχή των αξόνων) και ακτίνα 10. Από τους παρακάτω αριθμούς έχει εικόνα πάνω στον κύκλο ο

Α. $z = \sqrt{2} + 3i$ **Β.** $z = \sqrt{3} + i\sqrt{7}$ **Γ.** $z = 2 - i\sqrt{8}$
Δ. $z = 8 + 6i$ **Ε.** $z = \sqrt{2} + i\sqrt{8}$

25. * Το σύνολο των εικόνων των μιγαδικών αριθμών z στο μιγαδικό επίπεδο για τους οποίους ισχύει $|z - 2| = |z - i|$ είναι

Α. ο άξονας y΄y
Β. η ευθεία $y = x$
Γ. ο άξονας x΄x
Δ. η μεσοκάθετος του ευθυγράμμου τμήματος με άκρα τα σημεία (2, 0) και (0, 1)
Ε. η μεσοκάθετος του ευθυγράμμου τμήματος με άκρα τα σημεία (0, 2) και (1, 0)

26. * Αν η εικόνα του μιγαδικού αριθμού z βρίσκεται επάνω στον κύκλο $|z| = 1$, τότε η εικόνα του $w = \frac{3}{z}$ βρίσκεται

Α. στον ίδιο κύκλο
Β. στον ομόκεντρο κύκλο ακτίνας 3
Γ. στον ομόκεντρο κύκλο ακτίνας $\frac{1}{3}$
Δ. στην ευθεία με εξίσωση $y = 3x$

Ε. κανένα από τα παραπάνω

27. * Αν η εξίσωση $|z-2| = |z-\kappa i|$ επαληθεύεται από τους μιγαδικούς αριθμούς που η εικόνα τους στο μιγαδικό επίπεδο βρίσκεται στην ευθεία y = x, ο πραγματικός αριθμός κ ισούται με

Α. 1 **Β.** - 1 **Γ.** 2 **Δ.** - 2 **Ε.** 4

28. * Στο μιγαδικό επίπεδο ο κύκλος με κέντρο το σημείο Κ (2, 1) και ακτίνα 3 είναι ο γεωμετρικός τόπος των εικόνων του μιγαδικού z για τον οποίο ισχύει

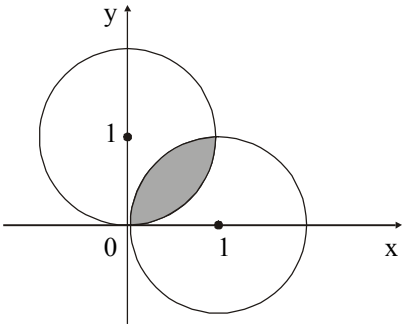
Α. $|z-(2-i)| = 3$ **Β.** $|z-(1+2i)| = 3$

Γ. $|z-(2+i)| = 9$ **Δ.** $|z-(2+i)| = 3$ **Ε.** $|z+(2+i)| = 3$

29. * Αν οι εικόνες των μιγαδικών z_1, z_2, z_3 δεν βρίσκονται στην ίδια ευθεία τότε το πλήθος των λύσεων του συστήματος $|z-z_1| = |z-z_2| = |z-z_3|$ με άγνωστο τον $z \in C$ είναι

Α. 2 **Β.** 3 **Γ.** 1 **Δ.** 4 **Ε.** 0

30. * Οι μιγαδικοί αριθμοί z που οι εικόνες τους στο μιγαδικό επίπεδο βρίσκονται στο γραμμοσκιασμένο τμήμα του σχήματος είναι αυτοί για τους οποίους ισχύει



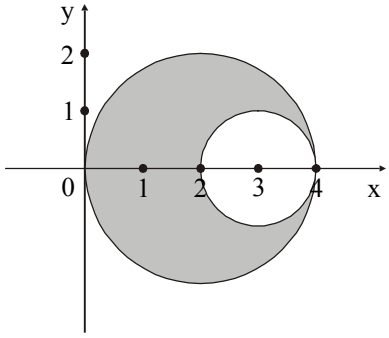
Α. $|z+1| < 1$ και $|z+i| < 1$

Β. $|z-1| < 1$ και $|z+i| < 1$

Γ. $|z-1| > 1$ και $|z-i| > 1$

Δ. $|z-1| < 1$ και $|z-i| < 1$ **Ε.** $|z+1| < 1$ και $|z-i| < 1$

31. * Οι μιγαδικοί αριθμοί z που οι εικόνες τους βρίσκονται στο γραμμοσκιασμένο τμήμα του σχήματος είναι αυτοί για τους οποίους ισχύει



Α. $|z-2| < 2$ και $|z-3| < 1$

Β. $|z-2| < 2$ και $|z-3| > 1$

Γ. $|z+2| < 2$ και $|z-3| > 1$

Δ. $|z+2| < 2$ και $|z+3| > 1$ **Ε.** $|z-2| > 2$ και $|z-3| < 1$

44. * Η εξίσωση $x^2 - 2x + \alpha = 0$, $\alpha \in R$, έχει ρίζα τον $1 + i$. Ο α ισούται με

Α. 1 **Β.** $\frac{1}{4}$ **Γ.** 2 **Δ.** 0 **Ε.** - 2

45. * Αν P (x) πολυώνυμο τουλάχιστον 2ου βαθμού με πραγματικούς συντελεστές και η εξίσωση P (x) = 0 έχει ρίζα τον αριθμό 2 - i, θα έχει οπωσδήποτε και τον

Α. $2 + i^{20}$ **Β.** $\frac{1}{2+i^{20}}$ **Γ.** $2 + i^{33}$ **Δ.** $\frac{1}{2+i}$ **Ε.** $2 - i^4$

Ερωτήσεις συμπλήρωσης

1. * Να συμπληρώσετε τον παρακάτω πίνακα για τους αριθμούς που δίνονται στην αριστερή στήλη:

z	Re (z)	Im (z)	- z	$\bar{z}$	$\frac{1}{z}$	$\lvert z \rvert$
- 2 + 3i						
- 2i						
- 5						
$\frac{1}{3i}$						

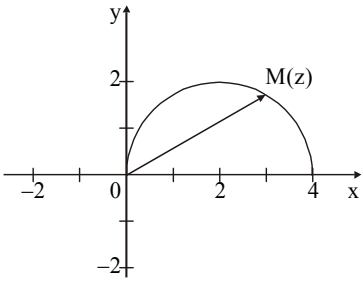
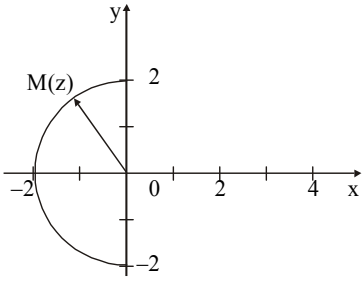
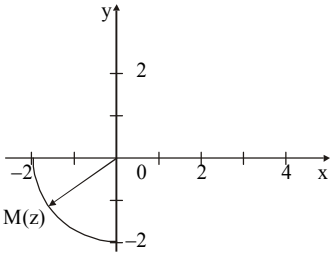
2. * Οι αριθμοί z_1, z_2 είναι μιγαδικοί. Να συμπληρώσετε τον παρακάτω πίνακα:

μιγαδικός αριθμός z	$z_1 = \sqrt{3} + i$	$z_2 = -\sqrt{2} + \sqrt{2}\, i$	$z_1 \cdot z_2 = \ldots$	$\frac{z_2}{z_1} = \ldots$	$\left(\frac{z_2}{z_1}\right)^3 = \ldots$
$\lvert z \rvert$					

Ερωτήσεις αντιστοίχισης

2. * Στα σχήματα της στήλης Α φαίνονται τόξα κύκλων στα οποία βρίσκεται η εικόνα του μιγαδικού αριθμού z στο μιγαδικό επίπεδο. Να συμπληρώσετε τον

παρακάτω πίνακα ώστε σε κάθε σχήμα της στήλης Α να αντιστοιχεί η σωστή σχέση της στήλης Β.

	Στήλη Α	Στήλη Β
Α.		**1.** $\lvert z \rvert = 2,\ \mathrm{Im}\,(z) \le 0$ και $\mathrm{Re}\,(z) \le 0$
Β.		**2.** $\lvert z - 2 \rvert = 2$ και $\mathrm{Im}\,(z) \ge 0$ **3.** $\lvert z \rvert = 2$ και $\mathrm{Re}\,(z) \le 0$ **4.** $\lvert z + 2 \rvert = 2$ και $\mathrm{Re}\,(z) < 0$
Γ.		

Α	Β	Γ

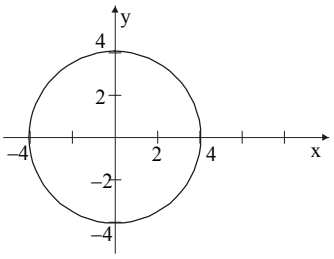
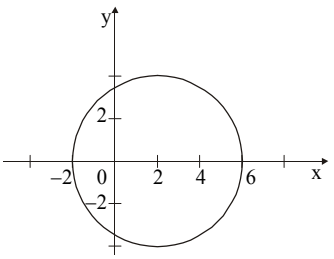
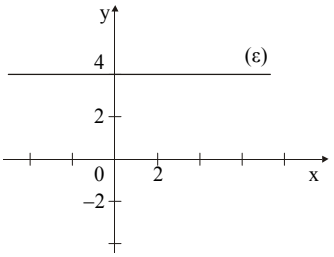
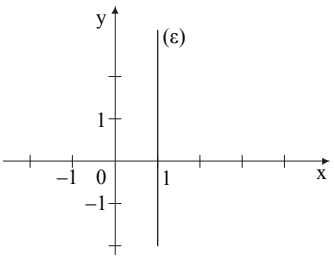
3. * Να συμπληρώσετε τον παρακάτω πίνακα ώστε ο γεωμετρικός τόπος των εικόνων του z στο μιγαδικό επίπεδο της στήλης Α να αντιστοιχεί στη σχέση που βρίσκεται στη στήλη Β.

Στήλη Α	**Στήλη Β**
γεωμετρική περιγραφή των εικόνων του z στο μιγαδικό επίπεδο	***σχέση που ικανοποιεί ο μιγαδικός αριθμός z***
Α. κύκλος κέντρου Κ (2, 1) και ακτίνας 3 **Β.** μεσοκάθετος του τμήματος με άκρα τα σημεία (2, 0), (0, - 1) **Γ.** κύκλος κέντρου Ο (0, 0) και ακτίνας 3	**1.** $\lvert z+2+i\rvert = 3$ **2.** $\lvert z\rvert = 3$ **3.** $\lvert z-2-i\rvert = 3$ **4.** $\lvert z+2\rvert = \lvert z-i\rvert$ **5.** $\lvert z-2\rvert = \lvert z+i\rvert$

Α	**Β**	**Γ**

5. * Να συμπληρώσετε τον παρακάτω πίνακα έτσι ώστε σε κάθε γραμμή της στήλης Α να αντιστοιχεί η σωστή σχέση της στήλης Β.

Στήλη Α	**Στήλη Β**

Α.		1) $z - \bar{z} = 8i$
Β.		2) $\lvert z \rvert = 4$ 3) $\lvert z - 2 \rvert = 4$
Γ.		4) $z + \bar{z} = 2$ 5) $z = -\bar{z}$
Δ.		

Α	**Β**	**Γ**	**Δ**