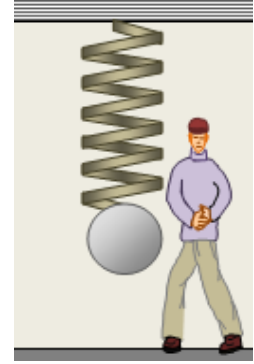


ΘΕΜΑ 4

Μικρή σφαίρα μάζας $m = 200 \text{ g}$, κρέμεται στο κάτω άκρο κατακόρυφου ιδανικού ελατηρίου σταθεράς $k = 20 \frac{\text{N}}{\text{m}}$, το πάνω άκρο του οποίου έχει στερεωθεί σε ακλόνητο σημείο-οροφή, όπως στο σχήμα και το σύστημα αρχικά ισορροπεί ακίνητο. Εκτρέπουμε το σύστημα από την αρχική θέση ισορροπίας του, μετατοπίζοντας αργά τη σφαίρα, κατακόρυφα προς τα κάτω κατά 20 cm και από τη θέση αυτή την αφήνουμε ελεύθερη τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$ να εκτελεί ταλαντώσεις.



4.1. Αν υποθέσουμε ότι κατά την κίνηση της σφαίρας θα μπορούσαμε να αγνοήσουμε τις δυνάμεις αντίστασης του αέρα πάνω της, να αποδείξετε ότι θα εκτελούσε απλή αρμονική ταλάντωση και να υπολογίσετε την περίοδο και την ενέργεια ταλάντωσης.

Μονάδες 6

Ως πιο ρεαλιστική προσέγγιση, μελετάμε την κίνηση της σφαίρας συνυπολογίζοντας την αντίσταση του αέρα, που είναι της μορφής $F_{αντ} = -b \cdot v$, όπου b η σταθερά απόσβεσης και v η στιγμιαία ταχύτητα της σφαίρας. Έτσι η σφαίρα εκτελεί φθίνουσα ταλάντωση με πλάτος που μειώνεται με το χρόνο σύμφωνα με τη σχέση $A = A_0 \cdot e^{-\lambda t}$. Επειδή η σταθερά απόσβεσης b είναι αρκετά μικρή, μπορούμε να υποθέσουμε ότι η θέση ισορροπίας του συστήματος είναι σταθερή και συμπίπτει με την αρχική του θέση ισορροπίας, ότι η περίοδος της φθίνουσας είναι ίση με την περίοδο της αμείωτης ταλάντωσης που θα εκτελούσε το σύστημα, αν δεν υπήρχαν αντιστάσεις αέρα και ότι η ενέργεια ταλάντωσης μπορεί να υπολογίζεται από τη σχέση $E_{ταλ} = \frac{1}{2} \cdot k \cdot A^2$, όπου A το πλάτος της. Δίνεται επίσης ότι για τη σταθερά λ και τη σταθερά απόσβεσης b , ισχύει η σχέση $\lambda = \frac{b}{2 \cdot m}$. Μετρήσαμε ότι το πλάτος της φθίνουσας ταλάντωσης, έγινε ίσο με το μισό του αρχικού της πλάτους, τη χρονική στιγμή $t = 14 \text{ s}$.

4.2. Να υπολογίσετε τη σταθερά απόσβεσης b .

Μονάδες 6

Αν υποθέσουμε ότι το σύστημα αυτό αποτελεί ένα κβαντικό ταλαντωτή (ταλαντωτή που η ενέργειά του μπορεί να πάρει μόνο διακριτές τιμές), να υπολογίσετε:

4.3. το κβάντο ενέργειας αυτού του ταλαντωτή (το ενεργειακό διάστημα, μεταξύ δύο διαδοχικών επιτρεπόμενων ενεργειακών σταθμών του).

Μονάδες 6

4.4. το πλήθος των ενεργειακών κβάντων που απέβαλε το σύστημα από την έναρξη των ταλαντώσεων, μέχρι τη στιγμή $t = 14 \text{ s}$. Με βάση τα αποτελέσματά σας, πιστεύετε ότι μπορούμε να εφαρμόσουμε την κβαντική θεωρία στο μακρόκοσμο;

Μονάδες 7

Να υποθέσετε κατά προσέγγιση ότι το μέτρο της επιτάχυνσης βαρύτητας είναι $g \cong 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$, ότι ισχύει $\ln 2 \cong 0,7$ και ότι η σταθερά του Planck είναι $h \cong 2 \cdot \pi \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}$.