

ΓΕΩΜΕΤΡΙΚΗ ΤΕΧΝΗ ΜΕ ΧΡΗΣΗ Η/Υ

Μπάμπης Τουμάσης
Νόρμαν 33, 262 23, Πάτρα
Τηλ: 2610-455003
toumasis@sch.gr

Τάσος Αρβανίτης
Παμίσου 26, 26442, Πάτρα
Τηλ: 2610 428565
tasosarv@otenet.gr
anarvaniti@sch.gr

Περίληψη

Σ' αυτή μας την εργασία συζητάμε πρώτα τη σχέση γεωμετρίας και τέχνης. Υπάρχει ένας μεγάλος αριθμός καλλιτεχνών, οι οποίοι έχουν κάνει το γεωμετρικό σχέδιο επίκεντρο της δουλειάς τους. Η δημιουργία καλλιτεχνικών σχεδίων με κανόνα και διαβήτη ή με χρήση γεωμετρικού λογισμικού βοηθάει τα παιδιά να εξερευνήσουν διαισθητικά τα βασικά γεωμετρικά στοιχεία. Για το σκοπό αυτό προσφέρουμε ορισμένες ιδέες και υποδείξεις για την κατασκευή διακοσμητικών γεωμετρικών σχημάτων, χρησιμοποιώντας διάφορα εργαλεία του Sketchpad.

Εισαγωγή

Εάν θελήσουμε να μελετήσουμε ιστορικά τους βασικούς σταθμούς στην εξέλιξη της τέχνης και της Γεωμετρίας, θα εντυπωσιαστούμε από τη συγχρονισμένη συσχέτιση η οποία υπάρχει μεταξύ τους. Αφενός μεν η γεωμετρική γνώση συνέβαλε και συμβάλει ως αναγκαίο θεωρητικό και πρακτικό εργαλείο στις εικαστικές τέχνες και αφετέρου η τέχνη με τη σειρά της εμπνέει και ωθεί τη γεωμετρία αφομοιώνοντας στοιχεία, τόσο από το συγκεκριμένο υλικό κόσμο όσο και από τον αφηρημένο και θεωρητικό κόσμο της επιστήμης [1].

Το γεωμετρικό σχήμα έπαιζε ανέκαθεν πρωταγωνιστικό ρόλο στην αρχιτεκτονική και στην τέχνη γενικότερα. Ο καλλιτέχνης, ως συνθέτης και δημιουργός, εμπνύχωνε τα απλά αδρανή και αμίλητα γεωμετρικά σχήματα και τα έβαζε να μιλήσουν στις συνθέσεις του. Ο ζωγράφος στα έργα του πετύχαινε να αποκαλύψει τη μυστική γεωμετρία της ζωγραφικής που σε

κάθε εποχή υπήρξε ένα κύριο στοιχείο της ομορφιάς και αρμονίας, η οποία τακτοποιεί και συνδέει τα απλά σχήματα και ολοκληρώνει τα στοιχεία της σύνθεσης, παρά τις αντιθέσεις τους, σε ένα σύνολο [2].

Δύο αιώνες πριν οι αρχαίοι Έλληνες επεξεργαστούν τις αφηρημένες γεωμετρικές ιδέες και θεμελιώσουν επιστημονικά τη γεωμετρία, οι Αιγύπτιοι χρησιμοποίησαν τις εμπειρικές γεωμετρικές τους γνώσεις προκειμένου να σχεδιάσουν και οικοδομήσουν τους έξοχους ναούς και τα εκπληκτικά μνημεία τους. Η Γεωμετρία από τότε μέχρι και σήμερα εξακολουθεί να παίζει ένα σημαντικό ρόλο στην εξέλιξη της αρχιτεκτονικής και των διαφόρων μορφών τέχνης.

Σε όλες τις εποχές αναδείχθηκαν εξέχουσες μορφές της τέχνης, οι οποίες χρησιμοποίησαν βασικές αρχές της γεωμετρίας, καθώς επίσης και διάφορα γεωμετρικά αντικείμενα και θέματα ως ιδέες στα έργα τους [3]. Υπάρχουν όμως κάποια θέματα τα οποία έχουν χρησιμοποιηθεί περισσότερο και δείχνουν ότι έχουν κερδίσει την προτίμηση ορισμένων καλλιτεχνών. Μεταξύ αυτών είναι τα κανονικά πολύγωνα, τα πολύεδρα, τα ψηφιδωτά με γεωμετρικές παραστάσεις, οι ταινίες Mobious και τα Fractals, τα οποία παράγονται με τη βοήθεια ηλεκτρονικού υπολογιστή ([4], [5]).

Την τελευταία δεκαετία διαφαίνεται μια τάση για παραπέρα ανάπτυξη μαθηματικών δημιουργημάτων σε μορφή εικόνων ή σχεδίων με τη βοήθεια της σύγχρονης τεχνολογίας, τα οποία από τη φύση τους καλλιεργούν μια γόνιμη διασταύρωση μεταξύ τέχνης και επιστήμης.

Κατασκευή διακοσμητικών σχεδίων με χρήση γεωμετρικού λογισμικού.

Ένας από τους γενικούς σκοπούς της διδασκαλίας της γεωμετρίας στη Δευτεροβάθμια Εκπαίδευση είναι να προσφέρει μια ευκαιρία στους μαθητές να βιώσουν τη δημιουργική αλληλεπίδραση μεταξύ μαθηματικών και τέχνης. Από το ισχύον αναλυτικό πρόγραμμα διαβάζουμε ότι ένας από τους γενικούς σκοπούς της διδασκαλίας των μαθηματικών είναι:

«η γενικότερη πνευματική καλλιέργεια και η συμβολή στην ολοκλήρωση της προσωπικότητας του μαθητή, καθόσον τα Μαθηματικά αναπτύσσουν ... τη δημιουργική φαντασία ... καλλιεργούν το αίσθημα του ωραίου».

Ο σκοπός αυτός υπεισέρχεται στην περιοχή του συναισθηματικού τομέα, περιοχή για την οποία, είναι αλήθεια, οι δάσκαλοι των μαθηματικών δεν δίνουν μεγάλη σημασία, πιστεύοντας ότι ο χώρος τους είναι περισσότερο διανοητικός-γνωστικός και λιγότερο ευρύτερα

μορφωτικός, υποχρεώνοντας έτσι τους μαθητές σε μια μονοδιάστατη κίνηση κατά τον άξονα των θετικών αξιών. Τα μαθηματικά όμως δεν είναι μόνο λογική και φορμαλισμός. Είναι και ρυθμός και αρμονία και αισθητικό κάλος δεμένα σε μια άρρηκτη ενότητα, όμοια με εκείνη του νου και της ψυχής, που διαμορφώνει τον ολοκληρωμένο άνθρωπο.

Για την εκπλήρωση επομένως του παραπάνω στόχου η διδασκαλία πρέπει μέσα από διαλεγμένα παραδείγματα να προσφέρει στο μαθητή τη δυνατότητα να βλέπει στο βάθος τους τις εντυπωσιακές σχέσεις των αριθμών και των σχημάτων, που τονίζουν την αρμονία των μαθηματικών δομών και να του καλλιεργεί την ικανότητα να αναγνωρίζει αναλογίες και σχέσεις μεγέθους και σχημάτων στον εξωτερικό κόσμο. Το τρίγωνο, για παράδειγμα, σ' ένα πολύτιμο λίθο, τον κύκλο με τις ακτίνες του σ' ένα μικροσκοπικό θαλάσσιο φυτό, το εξάγωνο στην τομή μιας κερήθρας και στους κρυστάλλους του χιονιού, τον κύβο σ' ένα κομμάτι σιδηροπυρίτη κ.α.

Το αίσθημα του ωραίου και η αρμονία των αναλογιών μπορεί να καλλιεργηθούν παραπέρα με ευκαιρίες που θα δοθούν στο μαθητή να δημιουργήσει γεωμετρικές συνθέσεις και να δώσει διέξοδο στη δημιουργική του ικανότητα και φαντασία κατασκευάζοντας διακοσμητικά σχέδια, χρησιμοποιώντας γνωστά γεωμετρικά σχήματα και αξιοποιώντας τις γεωμετρικές του γνώσεις.

Σ' ένα άλλο μας άρθρο [6] παρουσιάσαμε κάποιες ιδέες για τη δημιουργία ψηφιδωτών στα πλαίσια εκπλήρωσης του παραπάνω αισθητικού σκοπού διδασκαλίας των μαθηματικών, με στόχο να προσφέρουμε ευκαιρίες στους μαθητές να βιώσουν τη δημιουργική αλληλεπίδραση μεταξύ μαθηματικών και τέχνης με τη χρήση της τεχνολογίας. Σ' αυτή μας την εργασία συμπληρώνουμε την προσπάθεια αυτή με ιδέες για την κατασκευή διακοσμητικών σχεδίων ή posters, τα οποία απεικονίζουν συνθέσεις γνωστών γεωμετρικών σχημάτων αρμονικά ταιριασμένων και χρωματισμένων, έτσι ώστε το τελικό αισθητικό αποτέλεσμα να ανάγεται σε ένα καλλιτέχνημα που εκπέμπει ομορφιά και αρμονία.

Οι ιδέες αυτές μπορεί να αξιοποιηθούν σε τρία επίπεδα:

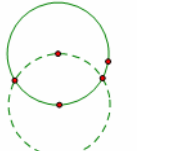
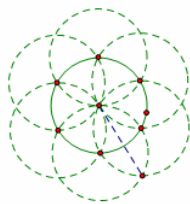
α) Σ' ένα πρώτο επίπεδο, οι μαθητές του Γυμνασίου συνθέτουν τις δημιουργίες τους στα πλαίσια του Διαθεματικού Ενιαίου Πλαισίου Προγράμματος Σπουδών (Δ.Ε.Π.Π.Σ) με μορφή projects ή συνθετικών δημιουργικών εργασιών, χρησιμοποιώντας τα γεωμετρικά τους όργανα.

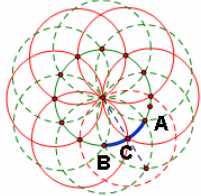
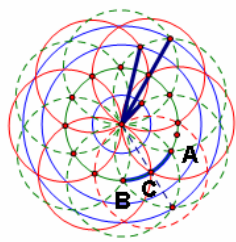

β) Σ' ένα δεύτερο επίπεδο, οι μαθητές Γυμνασίου- Λυκείου χρησιμοποιούν εκπαιδευτικό γεωμετρικό λογισμικό, όπως το Cabri και το Sketchpad ([7],[8]). Τα λογισμικά αυτά προσφέρουν τη δυνατότητα καλλιτεχνικών μαθηματικών δημιουργιών, χάρη κυρίως στην ακρίβεια και ευκολία των κατασκευών, καθώς επίσης και στα μενού των γεωμετρικών μετασχηματισμών που τα προγράμματα αυτά διαθέτουν.

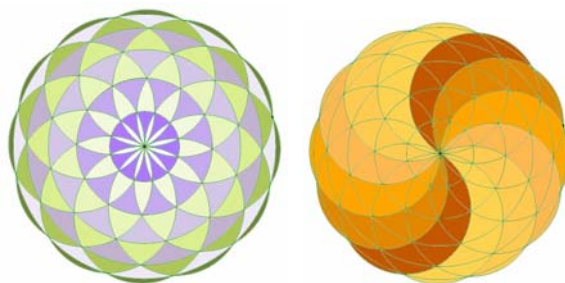
γ) Σ' ένα τρίτο επίπεδο, οι καθηγητές μαθηματικών που συμμετέχουν σε προγράμματα επιμόρφωσης σχετικά με τη χρήση μαθηματικού λογισμικού στη διδασκαλία των μαθηματικών, αξιοποιούν τις δυνατότητες του δυναμικού γεωμετρικού λογισμικού και ασκούνται στη χρήση των εργαλείων του, δημιουργώντας καλλιτεχνικές συνθέσεις, δίνοντας συνάμα διέξοδο στη δημιουργική τους φαντασία και το καλλιτεχνικό τους ένστικτο.

Παρακάτω θα παρουσιάσουμε κάποια παραδείγματα ως πηγή έμπνευσης και μόνο, με στόχο να ενθαρρύνουμε και κινητοποιήσουμε το ενδιαφέρον για ατομική ενασχόληση, αλλά και να προκαλέσουμε τη φαντασία ώστε να λειτουργήσει ως προωθητική δύναμη αισθητικής δημιουργίας. Σε κάθε παράδειγμα θα αναφέρουμε τα βασικά βήματα δημιουργίας για ενίσχυση και τόνωση της προσπάθειας. Όλες οι κατασκευές γίνονται με χρήση του γεωμετρικού λογισμικού Sketchpad(V.4.06)

1. Αερόστατο

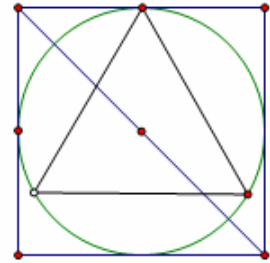
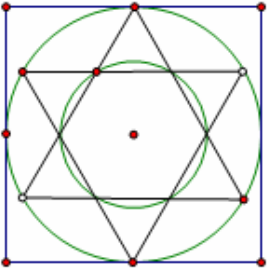
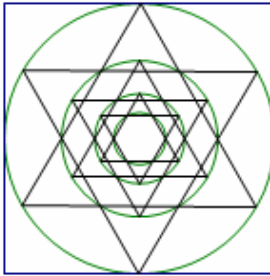
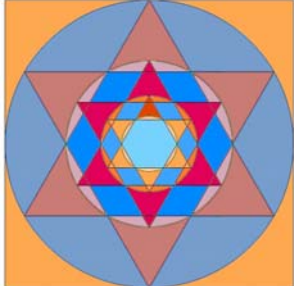
| | |
|--|---|
| <p>Ξεκινάμε με έναν κύκλο. Στην περιφέρεια του κύκλου και με την ίδια ακτίνα σχεδιάζουμε κύκλο, όπως φαίνεται στο διπλανό σχήμα.</p> |  |
| <p>Συνεχίζουμε να σχεδιάζουμε κύκλους στην περιφέρεια του κύκλου με κέντρα τις τομές των προηγούμενων κύκλων και την ίδια ακτίνα, ώσπου καταλήγουμε στο διπλανό σχήμα.</p> |  |

| | |
|--|--|
| <p>Με κέντρο το μέσο C του τόξου AB σχεδιάζουμε πάλι κύκλο ίδιας ακτίνας. Συνεχίζοντας με τον ίδιο τρόπο θα πάρουμε το σχήμα που φαίνεται δίπλα.</p> |  |
| <p>Στη συνέχεια σχεδιάζουμε τους τρεις κύκλους (μπλε) που έχουν κέντρο, το κέντρο του αρχικού κύκλου, και ακτίνες τα τμήματα που ενώνουν το κέντρο με ένα σημείο τομής της κάθε σειράς κύκλων που σχεδιάσαμε προηγουμένως(μπλε τμήματα).</p> |  |
| <p>Τέλος, αφού αποκρύψουμε σημεία και ότι άλλο είναι περιττό, χρωματίζουμε χρησιμοποιώντας την αισθητική και τη φαντασία μας.</p> |  |



Παραλλαγές:

2. Αστέρια και κύκλοι

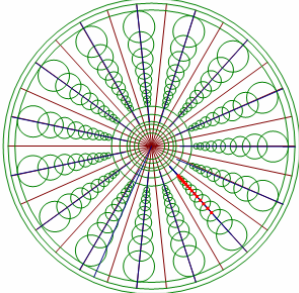

| | |
|--|--|
| <p>Σε ένα τετράγωνο εγγράφουμε έναν κύκλο και μέσα στον κύκλο εγγράφουμε ένα ισόπλευρο τρίγωνο.</p> |  |
| <p>Στη συνέχεια σχεδιάζουμε ένα ίδιο ισόπλευρο τρίγωνο αλλά ανάποδα. Στα σημεία που τέμνονται τα δύο τρίγωνα σχεδιάζουμε έναν κύκλο.</p> |  |
| <p>Συνεχίζουμε να σχεδιάζουμε κύκλους και τρίγωνα μέχρι να φτάσουμε στο διπλανό σχήμα. Αποκρύπτουμε τα περιττά αντικείμενα.</p> |  |
| <p>Τέλος το χρωματίζουμε.</p> |  |

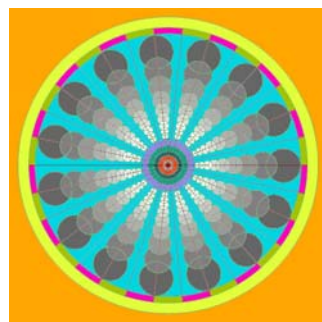
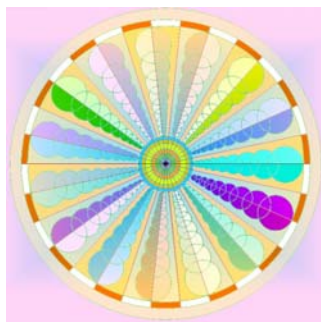


Παραλλαγή:

3. Τροχός

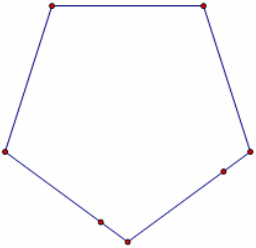
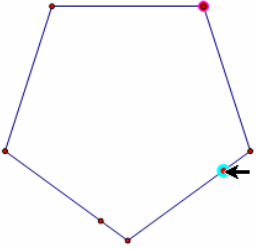
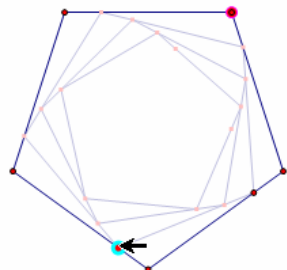
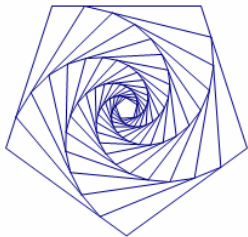
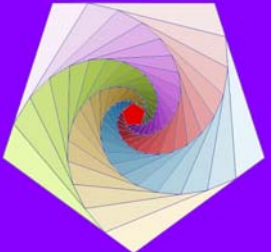
| | |
|--|--|
| <p>Σχεδιάζουμε 9 ομόκεντρους κύκλους όπως φαίνεται στο διπλανό σχήμα και μια ακτίνα του 8^{ου} κύκλου.</p> | |
| <p>Με την εντολή “Locus” του Sketchpad κατασκευάζουμε κυκλικά 30 συνολικά ακτίνες σε ίσες αποστάσεις. (properties: plot=30)</p> | |
| <p>Πάνω σε ένα τμήμα που σχεδιάζουμε χωριστά, σχεδιάζουμε ένα κύκλο (O,OA). Με τα άκρα του τμήματος σαν εικόνες και ένα σημείο B σχεδιάζουμε μια ακολουθία κύκλων. Με μεταφορές και περιστροφές φέρνουμε την ακολουθία έτσι ώστε να εφάπτεται εσωτερικά στον 7^ο κύκλο και εξωτερικά στον 6^ο κύκλο και συγχρόνως να</p> | |

| | |
|--|---|
| <p>βρίσκεται πάνω σε μια ακτίνα. Αυτό μπορούμε να το επιτύχουμε είτε αλλάζοντας την θέση των κύκλων είτε αλλάζοντας το βάθος του "Iterate".</p> | |
| <p>Μετά αντιγράφουμε την ακολουθία των κύκλων και την επικολλάμε στο σχέδιο. Με μεταφορά και περιστροφή τοποθετούμε το αντίγραφο πάνω στην επόμενη ακτίνα. Συνεχίζουμε έτσι ώσπου να φθάσουμε στο διπλανό σχήμα.</p> |  |
| <p>Τέλος χρωματίζουμε.</p> |  |
| | |



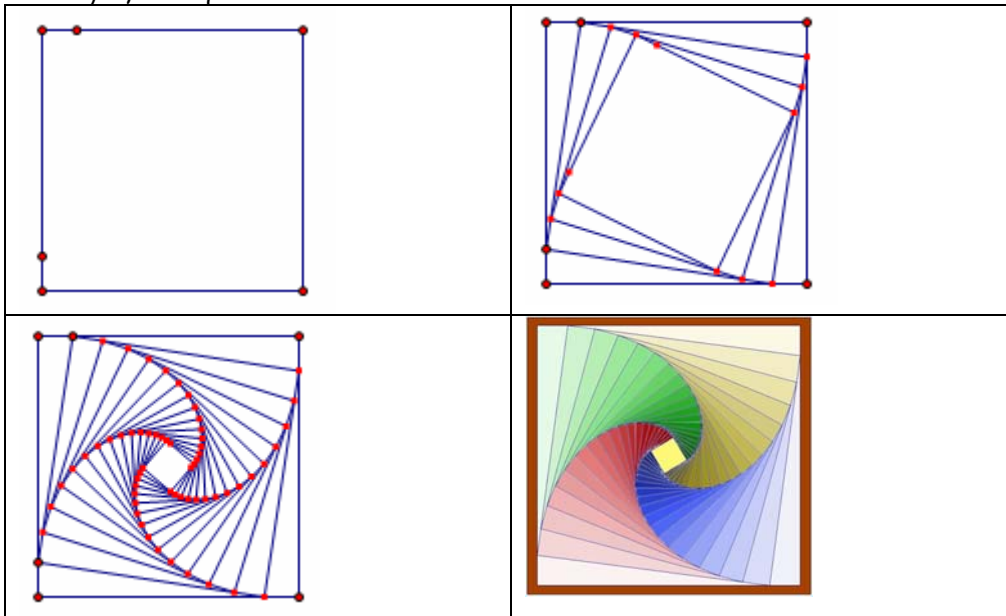
Παραλλαγές:

4. Πενταγωνική έλικα.

| | |
|---|--|
| <p>Χρησιμοποιώντας σαν βάση ένα τμήμα σχεδιάζουμε με διαδοχικές περιστροφές του τμήματος (108°) ένα κανονικό πεντάγωνο. Σε δύο από τις διαδοχικές πλευρές της αρχικής πλευράς παίρνουμε δύο σημεία, ένα στην κάθε πλευρά.</p> |  |
| <p>Χρησιμοποιώντας σαν εικόνα τα δύο σημεία της αρχικής πλευράς και τα άλλα δύο για την μεταφορά της εικόνας με την εντολή “Iterate” σχεδιάζουμε κανονικά πεντάγωνα.</p> |  |
| <p>Μετακινώντας κατάλληλα τα σημεία φέρνουμε τα πεντάγωνα έτσι ώστε οι κορυφές του κάθε εσωτερικού να ακουμπούν στις πλευρές του εξωτερικού πενταγώνου.</p> |  |
| <p>Ρυθμίζουμε το βάθος του Iterate στο 18.</p> |  |
| <p>Και χρωματίζουμε</p> |  |

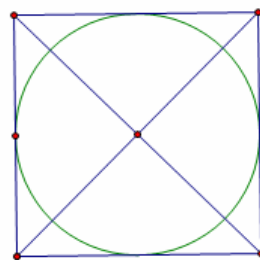
Παραλλαγές: Αντί για πεντάγωνα μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε τρίγωνα ή οποιαδήποτε πολύγωνα θέλουμε. Τα τετράγωνα που ακολουθούν είναι ένα παράδειγμα.

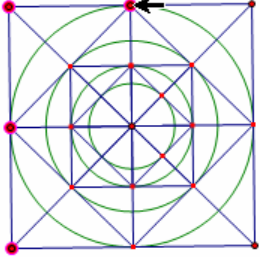
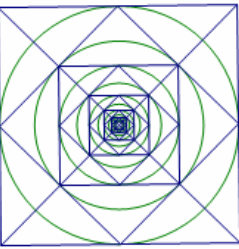

5. *Τετραγωνική έλικα.*



6. *Τετράγωνα και κύκλοι*

Σχεδιάζουμε ένα τμήμα και με διαδοχικές περιστροφές (90°) κατασκευάζουμε ένα τετράγωνο. Βρίσκουμε το κέντρο του τετραγώνου και το μέσον της αρχικής πλευράς. Με τα δύο αυτά σημεία σχεδιάζουμε τον εγγεγραμμένο κύκλο. Αποκρύπτουμε τις διαγώνιους.

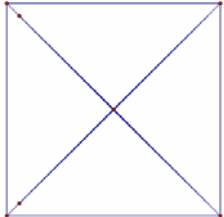


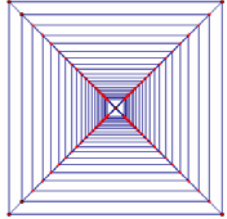
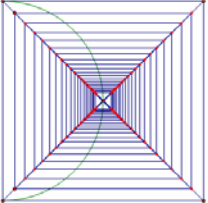
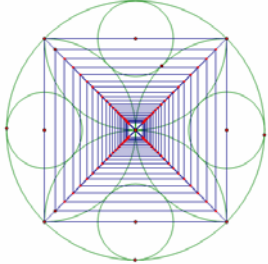
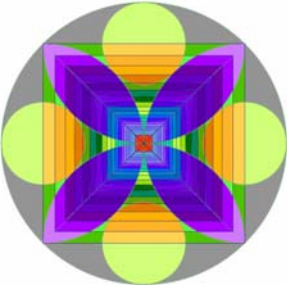
| | |
|---|---|
| <p>Επιλέγουμε τα άκρα της αρχικής πλευράς σαν εικόνες και με την εντολή “Iterate” μεταφέρουμε την εικόνα σε δύο διαδοχικά σημεία επαφής του κύκλου με το τετράγωνο.</p> |  |
| <p>Ρυθμίζουμε το βάθος σε 10, αποκρύπτουμε όλα τα σημεία και τα σημάδια του Iterate.</p> |  |
| <p>Χρωματίζουμε.</p> |  |

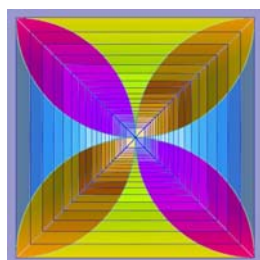


Παραλλαγή:

7. Κύκλοι και μνήσκοι

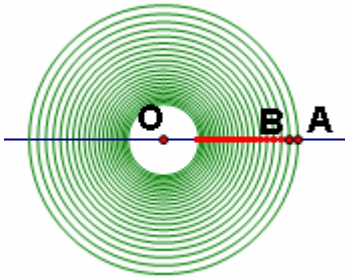
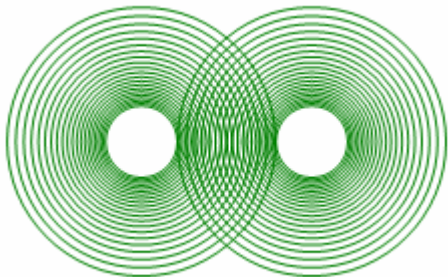
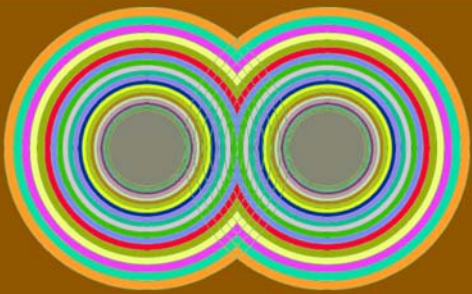
| | |
|--|--|
| <p>Σχεδιάζουμε ένα τετράγωνο και τις διαγώνιους του. Πάνω στις διαγώνιους παίρνουμε δύο σημεία. Επιλέγουμε δύο διαδοχικές κορυφές του τετραγώνου, οι οποίες θα χρησιμοποιηθούν σαν εικόνες και τα δύο σημεία στις διαγώνιους σαν σημεία μεταφοράς.</p> |  |
|--|--|

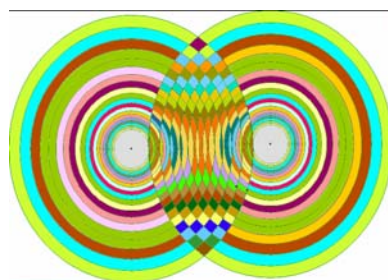
| | |
|--|--|
| <p>Με την εντολή “Iterate” σχεδιάζουμε μια ακολουθία τετραγώνων βάθους 15-20, ανάλογα.</p> |  |
| <p>Σχεδιάζουμε εσωτερικά του τετραγώνου τα ημικύκλια με διάμετρο τις πλευρές του τετραγώνου.</p> |  |
| <p>Σχεδιάζουμε τον περιγεγραμμένο κύκλο. Σχεδιάζουμε τους κύκλους που εφάπτονται του περιγεγραμμένου και των μηνίσκων.</p> |  |
| <p>Χρωματίζουμε.</p> |  |



Παραλλαγή:

8. Ταπέτο

| | |
|---|--|
| <p>Σχεδιάζουμε ένα κύκλο και μια ευθεία που περνάει από το κέντρο του. Πάνω στην ακτίνα ΟΑ παίρνουμε ένα σημείο Β. Επιλέγουμε το Α και με την εντολή “Iterate” κατασκευάζουμε μια ακολουθία κύκλων βάθους 20 περίπου.</p> |  |
| <p>Επιλέγουμε όλα τα αντικείμενα και τα αντιγράφουμε. Τα επικολλάμε στο σχέδιο και επιλέγοντας τα μεταφέρουμε σε τέτοια θέση ώστε ο εξωτερικός κύκλος του αντίγραφου να εφάπτεται με το εσωτερικό κύκλο του πρωτότυπου. Αποκρύπτουμε όλα τα αντικείμενα εκτός από τους κύκλους.</p> |  |
| <p>Χρωματίζουμε.</p> |  |



Παραλλαγή:

Όλα τα αρχεία των παραπάνω σχεδίων ο ενδιαφερόμενος μπορεί να τα βρει στις προσωπικές μας ιστοσελίδες:

<http://users.sch.gr/toumasis>
<http://users.ach.sch.gr/anarvaniti>

ΑΝΑΦΟΡΕΣ

- [1] **Φίλη, Χ.:** *Γεωμετρία και τέχνη: Δυο παράλληλες αναζητήσεις*, Πρακτικά του 17^{ου} Πανελληνίου Συνεδρίου Μαθηματικής Παιδείας, Ε.Μ.Ε., 2000.
- [2] **Pumfrey, E. & Beardon, T.:** *Art and mathematics-mutual enrichment*, Micromath, 18(2), 2000, pp.21-26.
- [3] **Huntley, H. E.:** *Divine proportion: A study in mathematical beauty*, New York, Dover, 1970.
- [4] www.software3d.com/MyModels
- [5] www.punahou.edu/acad/sanders/geometrypages/Gpo5constructions
- [6] **Τουμάσης, Μπ. & Αρβανίτης, Γ.:** *Μαθηματικά και τέχνη: Διακοσμητικά σχήματα με χρήση γεωμετρικού λογισμικού*, Πρακτικά του 17^{ου} Πανελληνίου Συνεδρίου Μαθηματικής Παιδείας, Ε.Μ.Ε., 2002.
- [7] **Cabri Geometry**, Texas Instruments, Dalas, Texas, 1994 (Ελληνική έκδοση: Καστανιώτης, Αθήνα, 2001).
- [8] **The Geometer's Sketchpad**, Key Curriculum Press, Berkeley, 1995 (Ελληνική έκδοση: Καστανιώτης, Αθήνα, 2000)

ABSTRACT

In this paper we first discuss the relation between geometry and art. There are a number of artists who make geometry design a focus of their work. Making art with straightedge and compass or using geometric software will enable children to explore intuitively the basics of geometry. For this end we offer some ideas and suggestions for the construction of geometrical decorative designs using several Sketchpad tools.