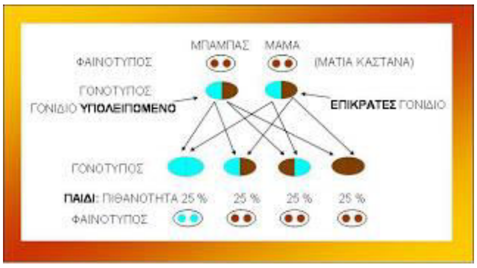
Πιθανότητες: ένας οδηγός επιβίωσης σ' έναν κόσμο αβεβαιότητας;

Τουρναβίτης Στέργιος

Ο Λογισμός των Πιθανοτήτων έκανε την εμφάνισή του πολύ αργά, μόλις τον $17^{ο}$ αιώνα και ο τυπικός ορισμός της πιθανότητας ως ο λόγος των ευνοϊκών περιπτώσεων προς τις δυνατές περιπτώσεις παρουσιάστηκε από τον Laplace μόλις το 1814, περισσότερα από 2.000 χρόνια μετά την ανακάλυψη από τον Αρχιμήδη του τύπου του όγκου της σφαίρας ο οποίος είναι λιγότερο διαισθητικός.

Μία από τις εργασίες που άνοιξε τον δρόμο για την μελέτη των πιθανοτήτων ήταν αυτή του Γαλιλαίου το 1620, όταν του ζητήθηκε να αναλύσει πιο ήταν το πιο πιθανό άθροισμα κατά την ρίψη των τριών ζαριών. Η επικρατούσα άποψη ήταν ότι οι τιμές 10 και 11 ήταν οι πιο πιθανές, αλλά δεν ήταν βέβαιο, και γι' αυτό «επιστρατεύτηκε» ένα από τα πιο λαμπρά πνεύματα της εποχής. Ακολούθησαν οι εργασίες των πέντε από τους οκτώ Bernoulli, πάνω από τρεις γενιές μαθηματικών (1680-1800), οι οποίοι με τις εργασίες τους, βοήθησαν αρχικά τους χαρτοπαίκτες της εποχής, και στη συνέχεια βέβαια δημιούργησαν τις βάσεις για τα μαθηματικά των πιθανοτήτων. Θα ήταν παράλειψή μας να μην αναφέρουμε την αλληλογραφία που αντάλλαξαν οι Pascal και Fermat το 1654, πάνω σ' ένα πρόβλημα τυχερών παιχνιδιών. Έτσι οι πιθανότητες δεν ξεχωρίζουν μόνο από το ότι άργησαν να εμφανιστούν, αλλά και λόγω των κινήτρων που οδήγησαν στην γέννηση και στην εξέλιξή τους. Για να μην νομίζουμε όμως ότι οι πιθανότητες συνδέονται μόνο με τα τυχερά παιχνίδια, αρκεί να σας πούμε ότι η μελέτη τους βρίσκει εφαρμογές σε πολλές επιστήμες, όπως στην οικονομία, αστρονομία, βιολογία, ιατρική, κβαντομηχανική, κ.ά., αλλά και σε πολλούς τομείς των δραστηριοτήτων της καθημερινής μας ζωής όπως στην βιομηχανία, στις αγορές, στον προγραμματισμό τεχνικών έργων κ.λ.π.



Εμείς θα περιοριστούμε στον κλασσικό ορισμό που έχει τις ρίζες του στα τυχερά παιχνίδια και εμπεριέχεται στις ιδέες που είχε διατυπώσει ο Γαλιλαίος. Σύμφωνα με αυτόν, *σ' ένα πείραμα τύχης που έχει **ν** δυνατά ισοπίθανα (όλα απλά – στοιχειώδη γεγονότα, που έχουν την ίδια ακριβώς δυνατότητα – ευκαιρία να συμβούν), πεπερασμένα αποτελέσματα (το πείραμα τύχης που μελετάμε να έχει πεπερασμένο δειγματοχώρο) και το ενδεχόμενο Α εμφανίζεται σε **κ** από αυτά, η πιθανότητα πραγματοποίησης του Α είναι:*

$$\boldsymbol{P(A) = \frac{\kappa}{\nu}}$$

δηλαδή, $\mathbf{Πιθανότητα\ πραγματοποίησης\ ενδεχομένου} = \dfrac{\mathbf{Ευνοϊκές\ περιπτώσεις}}{\mathbf{Δυνατές\ περιπτώσεις}}$

Για παράδειγμα σ' ένα σάκο υπάρχουν 5 μπάλες από τις οποίες οι 3 είναι κίτρινες και οι 2 κόκκινες. Αν διαλέξουμε μία στην τύχη, η πιθανότητα να είναι κίτρινη είναι $\frac{3}{5}$.

Από τον κλασσικό ορισμό, από το προηγούμενο παράδειγμα αλλά και από άλλα παραδείγματα, καταλαβαίνουμε ότι η πιθανότητα είναι ένα κλάσμα, που κυμαίνεται μεταξύ του 0 (της πιθανότητας του αδύνατου ενδεχομένου) και του 1 (της πιθανότητας του βέβαιου ενδεχομένου). Πολλές φορές εκφράζουμε τις πιθανότητες και με δεκαδικούς αριθμούς, ή ποσοστά, οπότε είναι χρήσιμο να γνωρίζουμε να μετατρέπουμε από την μία μορφή στην άλλη. Σ' αυτό θα μας βοηθήσει η δραστηριότητα που ακολουθεί.

Δραστηριότητα:

Μπορείτε να τοποθετήσετε κάποια σημεία **Α**, **Β**, **Γ**, **Δ**, **Ε**, ***Ζ***, ***Η*** πάνω στο παρακάτω διάστημα [0,1], ώστε οι αποστάσεις αυτών των σημείων από την αρχή Ο του διαστήματος, να εκφράζουν τις αντίστοιχες πιθανότητες;

Α) Η πιθανότητα να πάρουμε 1 κόκκινη σφαίρα από ένα κουτί που περιέχει δύο κόκκινες και μία πράσινη, είναι $P(A) =$ ....

Β) Η πιθανότητα να φέρουμε κορώνα, όταν ρίξουμε ένα αμερόληπτο νόμισμα, είναι $P(B) =$ ....

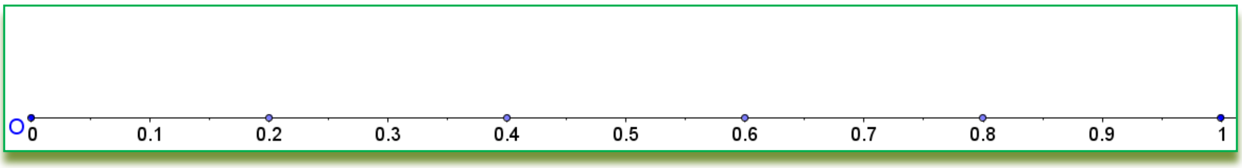
Γ) Προσθέτουμε τους αριθμούς των πινακίδων κυκλοφορίας δύο αυτοκινήτων που λήγουν σε περιττό αριθμό και η πιθανότητα του αθροίσματός τους να είναι άρτιος, είναι $P(\Gamma) =$ ....

Δ) Η πιθανότητα να ρίξουμε δύο αμερόληπτα ζάρια διαφορετικού χρώματος ή ένα ζάρι δύο φορές χωριστά και να φέρουμε ίδιους αριθμούς, είναι **P(Δ) =** ....

Ε) Η πιθανότητα να ρίξουμε δύο ζάρια και η απόλυτη τιμή της διαφοράς των δύο ενδείξεων να είναι μεγαλύτερη ή ίση του 6, είναι **P(E) =** ....

Ζ) Η πιθανότητα να πάρουμε από ένα κουτί που περιέχει 9 αριθμημένες σφαίρες από το 1 μέχρι το 9 μία, στην οποία ο αριθμός που αντιστοιχεί να είναι διαιρέτης του 9, είναι $P(Z) =$ ....

Η) Η πιθανότητα να επιλέξουμε έναν μονοψήφιο αριθμό από ένα σύνολο που περιέχει τους 10 πρώτους αριθμούς από το 1 μέχρι και το 10, είναι $P(H) =$ ....



Ερωτήματα-Ασκήσεις

1. Η πιθανότητα ενός ενδεχομένου Α μπορεί να είναι και ένας αριθμός μεγαλύτερος της μονάδας.
   ◯ Σωστό ◯ Λάθος

2. Το αδύνατο ενδεχόμενο έχει πιθανότητα 0 και το βέβαιο ενδεχόμενο πιθανότητα 1.
   ◯ Σωστό ◯ Λάθος

3. Αν η πιθανότητα ενός ενδεχομένου Β είναι $P(B)=\frac{3}{4}$, μπορούμε να την εκφράσουμε και με ποσοστό, P(B)=75%
   ◯ Σωστό ◯ Λάθος

4. Αν η πιθανότητα να διαλέξουμε μία μπανάνα από ένα μπωλ με φρούτα είναι 27%, η πιθανότητα να διαλέξουμε ένα άλλο φρούτο που δεν είναι μπανάνα είναι 83%
◯ Σωστό ◯ Λάθος

5. Αν η πιθανότητα να μην βρέξει αύριο είναι τριπλάσια της πιθανότητας να βρέξει, τότε η πιθανότητα να βρέξει είναι:
◯ $\frac{1}{3}$ ◯ $\frac{4}{3}$ ◯ $\frac{1}{4}$ ◯ $\frac{3}{4}$

6. Σ' ένα σχοινί απλώματος ρούχων υπάρχουν 35 πλαστικά χρωματιστά μανταλάκια. Τα μπλε είναι ίσα σε αριθμό με τα πράσινα. Αν η πιθανότητα να διαλέξουμε ένα κίτρινο είναι $\frac{3}{5}$ και η πιθανότητα να διαλέξουμε ένα πράσινο είναι $\frac{1}{7}$, τότε:

α) Πόσα κίτρινα μανταλάκια υπάρχουν στο σχοινί;
β) Αν τα υπόλοιπα μανταλάκια είναι κόκκινα, ποια η πιθανότητα να διαλέξουμε ένα κόκκινο;

7. Οι μαθητές ενός σχολείου διεξήγαγαν μία έρευνα και ρώτησαν 100 συμμαθητές τους, τα χρώματα των αυτοκινήτων της οικογένειάς τους. Ο παρακάτω πίνακας, δείχνει τα αποτελέσματα:

κόκκινο	μπλε	άσπρο	κίτρινο	πράσινο	άλλο χρώμα
20	17	10	21	13	19

Να εκφράσετε σε ποσοστά, κάθεμιά από τις παρακάτω πιθανότητες:
α) η οικογένεια ενός μαθητή να έχει κόκκινο αυτοκίνητο.
β) η οικογένεια ενός μαθητή να μην έχει μπλε ή πράσινο.

8. Η λέξη Random στα αγγλικά σημαίνει τυχαίος και σε πολλές γλώσσες προγραμματισμού, χρησιμοποιείται μία παραλλαγή της λέξης αυτής, για να κατασκευάσει τυχαίους αριθμούς. Π.χ. για να πάρουμε στο Mathematica έναν τυχαίο ακέραιο αριθμό από το 1 έως και το 20, πληκτρολογούμε την εντολή: ***RandomInteger*** [{**1** ,**20** }]
Το αποτέλεσμά της όπως είπαμε μπορεί να είναι ένας οποιοσδήποτε αριθμός από το 1 έως και το 20.
Να βρείτε την πιθανότητα μετά την εκτέλεση της εντολής, να πάρουμε:
i) Έναν περιττό αριθμό.
ii) Έναν πρώτο αριθμό.
iii) Έναν διαιρέτη του 20.

9. Σ' ένα εργοστάσιο που κατασκευάζει λάμπες, από ένα δείγμα 100 λαμπών στον έλεγχο της παραγωγής, βρέθηκε ότι 2 ήταν ελαττωματικές. Αν από το ίδιο δείγμα διαλέξουμε μία λάμπα στην τύχη, ποια η πιθανότητα να είναι καλή;