

ΠΑΡΑΣΚΕΥΗ 18 ΜΑΙΟΥ 2001

ΘΕΜΑΤΑ ΕΞΕΤΑΣΕΩΝ ΑΛΓΕΒΡΑΣ Α΄ ΛΥΚΕΙΟΥΘέμα 1ο

A1. Έστω α, β πραγματικοί αριθμοί διάφοροι του μηδέν. Να αποδειχθεί ότι:

$$|\alpha \cdot \beta| = |\alpha| \cdot |\beta|$$

Μονάδες 6

B1. Αν $x < 1$ τότε η παράσταση: $\Omega = |x - 1| + |x - 2| - |x - 3|$

ισούται με:

A. $2x - 1$,

B. 3

Γ. $x - 2$ Δ. $-x$

E. 0

Μονάδες 9

Γ1. Να λυθεί η εξίσωση:

$$\frac{3|x| - 1}{2} + \frac{2|x| - 1}{3} = \frac{|x| + 2}{3}$$

Μονάδες 10

Θέμα 2ο

A2. Συμπληρώστε τα κενά στις ακόλουθες δύο προτάσεις με τις αντίστοιχες εξισώσεις και στην τρίτη πρόταση με την κατάλληλη φράση.

α. Το σύστημα $\left. \begin{array}{l} 2x + 3y = 8 \\ \dots\dots\dots \end{array} \right\}$ είναι αδύνατο

β. Το σύστημα $\left. \begin{array}{l} x + 2y = 5 \\ \dots\dots\dots \end{array} \right\}$ έχει άπειρες λύσεις

γ. Το σύστημα $\left. \begin{array}{l} 2x - y = 10 \\ 3x + 4y = 8 \end{array} \right\}$

Μονάδες 9

B2. Δικαιολογήστε τις απαντήσεις σας

Μονάδες 6

Γ2. Να λυθεί το σύστημα:

$$\lambda x - y = 2$$

$$3x + 2\lambda y = 5$$

*Μονάδες 10*Θέμα 3οΔίνεται η εξίσωση $x^2 + x + \lambda - 1 = 0$ (1) με ρίζες x_1, x_2 .Α3. Να βρείτε για ποια τιμή του λ είναι: $x_1 \cdot x_2 + 3 \cdot (x_1 + x_2) + 5 = 0$ *Μονάδες 10*Β3. Για την τιμή αυτή του λ να λυθεί η εξίσωση (1).*Μονάδες 5*Γ3. Να σχηματιστεί άλλη εξίσωση 2ου βαθμού με ρίζες, $\rho_1 = x_1^2, \rho_2 = x_2^2$ *Μονάδες 10*Θέμα 4ο

Α4. Ένας κτηνοτρόφος έχει στη στάνη του 50 ζώα, πρόβατα και κότες. Αν όλα τα ζώα έχουν 164 πόδια, πόσα είναι τα πρόβατα και οι κότες.

Μονάδες 15

Β4. Πόσα χρήματα θα εισπράξει αν πουλήσει τα μισά πρόβατα προς 20.000 δραχμές το καθένα και το 1/3 από τις κότες προς 5.000 δραχμές τη κάθεμιά.

Μονάδες 10

Λύσεις των θεμάτωνΘέμα 1°

A1. βλ. θεωρία σχολικού βιβλίου σελίδα 40, ιδιότητα 1

B1.

x	$-\infty$	1	2	3	$+\infty$		
x-1	-	0	+	+	+		
x-2	-	-	0	+	+		
x-3	-	-	-	0	+		
Ω	-x	0	...	0	...	0	...

Για $x < 1$ η $\Omega = -(x-1)-(x-2)-[-(x-3)] = -x+1-x+2+x-3 = -x$,
 άρα σωστή απάντηση η Δ.

Γ1.

Θέτουμε $|x| = y > 0$ και έχουμε: $\frac{3y-1}{2} + \frac{2y-1}{3} = \frac{y+2}{3} \Leftrightarrow$

$$9y-3+4y-2 = 2y+4 \Leftrightarrow 11y = 9 \Leftrightarrow y = \frac{9}{11} \text{ άρα: } x = \pm \frac{9}{11}$$

Θέμα 2°

A2.

$$\alpha. \begin{cases} 2x + 3y = 8 \\ 4x + 6y = 1 \end{cases} \text{ αδύνατο, } \beta. \begin{cases} x + 2y = 5 \\ 2x + 4y = 10 \end{cases} \text{ αόριστο, } \gamma. \text{ έχει μοναδική λύση}$$

B2.

Το α είναι αδύνατο γιατί $D = 0$, $D_x = 45 \neq 0$

Το β είναι αόριστο γιατί $D = D_x = D_y = 0$

Το γ έχει μοναδική λύση, γιατί $D = 5 \neq 0$

Γ2

Επειδή $D = 2\lambda^2 + 3 > 0$, το σύστημα έχει τη λύση: $x = \frac{4\lambda + 5}{2\lambda^2 + 3}$, $y = \frac{5\lambda - 6}{2\lambda^2 + 3}$

Θέμα 3^ο

Α3

$S = -1, P = \lambda - 1$ οπότε έχουμε: $(\lambda - 1) + 3 \cdot (-1) + 5 = 0 \Rightarrow \lambda = -1$

Β3

Για $\lambda = -1$ η (1) γίνεται: $x^2 + x - 2 = 0$, της οποίας η $\Delta = 1 + 8 = 9 > 0$ και

$$x_{1,2} = \frac{-1 \pm \sqrt{9}}{2} \begin{matrix} \nearrow 1 \\ \searrow -2 \end{matrix}$$

Γ3

$\rho_1 = 1^2 = 1, \rho_2 = (-2)^2 = 4$ και $S = 5, P = 4$ άρα η νέα εξίσωση είναι:

$$y^2 - 5y + 4 = 0$$

10

Θέμα 4^ο

Α4 Έστω x τα πρόβατα και y οι κόττες που έχει ο κτηνοτρόφος. Βάσει των δεδομένων του προβλήματος, προκύπτουν οι εξής δύο εξισώσεις:

$$x + y = 50$$

$$4x + 2y = 164$$

από το οποίο εύκολα προκύπτουν οι λύσεις: $x = 32, y = 18$.

Β4

$\frac{32}{2} = 16, \frac{18}{3} = 6$. Άρα από τα πρόβατα πήρε $16 \cdot 20.000 = 320.000$ δραχμές και,

από τις κόττες $6 \cdot 5.000 = 30.000$ δραχμές

σύνολο $= 350.000$ δραχμές