

## Ασκήσεις στα Μαθηματικά Θετικού Προσανατολισμού

Υπάρχουν και θέματα από παλαιότερη ύλη που περιλάμβανε και τους Μιγαδικούς...

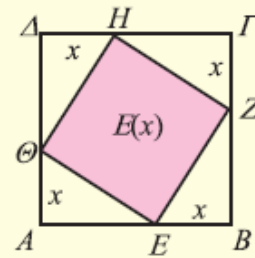
6. Να αποδείξετε ότι, από όλα τα οικόπεδα σχήματος ορθογωνίου με εμβαδό  $400 \text{ m}^2$ , το τετράγωνο χρειάζεται τη μικρότερη περίφραξη.

[Υπόδειξη](#)

9. Δίνεται τετράγωνο  $ABΓΔ$  του διπλανού σχήματος με πλευρά  $2 \text{ cm}$ . Αν το τετράγωνο  $EZHΘ$  έχει τις κορυφές του στις πλευρές του  $ABΓΔ$ ,

i) να εκφράσετε την πλευρά  $EZ$  συναρτήσεως του  $x$ .

ii) να βρείτε το  $x$  έτσι, ώστε το εμβαδόν  $E(x)$  του  $EZHΘ$  να γίνει ελάχιστο.



[Υπό](#)

[δειξη](#)

### Μαθηματικά Θετικής και Τεχνολογικής, Θέμα 3, 2007

#### ΘΕΜΑ 3°

Δίνεται η συνάρτηση:

$$f(x) = x^3 - 3x - 2\eta\mu^2\theta$$

όπου  $\theta \in \mathbb{R}$  μια σταθερά με  $\theta \neq k\pi + \frac{\pi}{2}$ ,  $k \in \mathbb{Z}$ .

- α. Να αποδειχθεί ότι η  $f$  παρουσιάζει ένα τοπικό μέγιστο, ένα τοπικό ελάχιστο και ένα σημείο καμπής.

**Μονάδες 7**

- β. Να αποδειχθεί ότι η εξίσωση  $f(x) = 0$  έχει ακριβώς τρεις πραγματικές ρίζες.

**Μονάδες 8**

- γ. Αν  $x_1$ ,  $x_2$  είναι οι θέσεις των τοπικών ακροτάτων και  $x_3$  η θέση του σημείου καμπής της  $f$ , να αποδειχθεί ότι τα σημεία  $A(x_1, f(x_1))$ ,  $B(x_2, f(x_2))$  και  $\Gamma(x_3, f(x_3))$  βρίσκονται στην ευθεία  $y = -2x - 2\eta\mu^2\theta$ .

**Μονάδες 3**

- δ. Να υπολογισθεί το εμβαδόν του χωρίου που περικλείεται από τη γραφική παράσταση της συνάρτησης  $f$  και την ευθεία  $y = -2x - 2\eta\mu^2\theta$ .

**Μονάδες 7**

Υπόδειξη για τη δυναμική λειτουργία του σχήματος και την επίλυση του θέματος

Αν μετακινήσουμε τη γωνία  $\theta$  στον δρομέα, μπορούμε να δούμε πως μεταβάλλονται οι γραφικές παραστάσεις των συναρτήσεων  $f$ ,  $g$ , τις τομές της γραφικής παράστασης της  $f$  με τον  $x'$ , κ.ά.

-----  
**Πανελλαδικές εξετάσεις 2008**  
**Μαθηματικά Θετικής & Τεχνολογικής Κατεύθυνσης, Θέμα 2<sup>ο</sup> δ.**

**ΘΕΜΑ 2<sup>ο</sup>**

Αν για τους μιγαδικούς αριθμούς  $z$  και  $w$  ισχύουν

$$|(i+2\sqrt{2})z| = 6 \quad \text{και} \quad |w-(1-i)| = |w-(3-3i)|$$

τότε να βρείτε:

α. το γεωμετρικό τόπο των εικόνων των μιγαδικών αριθμών  $z$ .

**Μονάδες 6**

β. το γεωμετρικό τόπο των εικόνων των μιγαδικών αριθμών  $w$ .

**Μονάδες 7**

γ. την ελάχιστη τιμή του  $|w|$

**Μονάδες 6**

δ. την ελάχιστη τιμή του  $|z-w|$

**Μονάδες 6**

Υπόδειξη για τη δυναμική λειτουργία του σχήματος και την επίλυση του θέματος

Μπορείτε να μετακινήσετε διαδοχικά τα  $\Gamma$  και  $\Delta$ , κρατώντας πατημένο πάνω τους, το αριστερό πλήκτρο του ποντικιού;

Ποια είναι η ελάχιστη απόσταση ( $\Gamma\Delta$ );

-----

**ΘΕΜΑ 3<sup>ο</sup>**

Δίνεται η συνάρτηση  $f(x) = \begin{cases} x \ln x, & x > 0 \\ 0 & , \quad x = 0 \end{cases}$

α. Να αποδείξετε ότι η συνάρτηση  $f$  είναι συνεχής στο 0.  
**Μονάδες 3**

β. Να μελετήσετε ως προς τη μονοτονία τη συνάρτηση  $f$  και να βρείτε το σύνολο τιμών της.  
**Μονάδες 9**

γ. Να βρείτε το πλήθος των διαφορετικών θετικών ριζών της εξίσωσης  $x = e^{\frac{a}{x}}$  για όλες τις πραγματικές τιμές του  $a$ .  
**Μονάδες 6**

δ. Να αποδείξετε ότι ισχύει

$$f'(x+1) > f(x+1) - f(x) ,$$

για κάθε  $x > 0$ .

**Μονάδες 7**

[Υπόδειξη για τη δυναμική λειτουργία του σχήματος και την επίλυση του θέματος](#)

Μετακινήστε το  $a$  στον δρομέα, και βρείτε το πλήθος των διαφορετικών θετικών ριζών της εξίσωσης  $f(x) = a$ , για τις διάφορες πραγματικές τιμές του  $a$ .

Πανελλαδικές εξετάσεις 2011

Μαθηματι  
κά  
Θετικής &  
Τεχνολογι  
κής  
Κατεύθυνσ  
ης, Θέμα  
B

**ΘΕΜΑ Β**

Έστω οι μιγαδικοί αριθμοί  $z$  και  $w$  με  $z \neq 3i$ , οι οποίοι ικανοποιούν τις σχέσεις:

$$|z - 3i| + |\bar{z} + 3i| = 2 \text{ και } w = z - 3i + \frac{1}{z - 3i}$$

**B1.** Να βρείτε τον γεωμετρικό τόπο των εικόνων των μιγαδικών αριθμών  $z$

**Μονάδες 7**

**B2.** Να αποδείξετε ότι  $\bar{z} + 3i = \frac{1}{z - 3i}$

**Μονάδες 4**

**B3.** Να αποδείξετε ότι ο  $w$  είναι πραγματικός αριθμός και ότι  $-2 \leq w \leq 2$

**Μονάδες 8**

**B4.** Να αποδείξετε ότι:  $|z - w| = |z|$

**Μονάδες 6**

[Υπόδειξη για τη δυναμική λειτουργία του σχήματος και την επίλυση του θέματος](#)

Μετακινήστε το M, ...