

ΔΙΑΦΟΡΙΚΟ

Κατηγορία 1

Να βρεθεί το διαφορικό της συνάρτησης f στο x_0 για dx

$$\Theta\alpha \text{ είναι } df(x_0) = f'(x_0) \cdot dx$$

Παράδειγμα

Να βρεθεί το διαφορικό της $f(x) = e^x + 1$ στο $x_0 = 1$ για $dx = \frac{1}{100}$

$$df(1) = f'(1) \cdot \frac{1}{100} = e \cdot \frac{1}{100} = \frac{e}{100} \quad f'(x) = e^x \quad f'(1) = e$$

Κατηγορία 2

Να χρησιμοποιήσετε το διαφορικό για να εκτιμήσετε τη μεταβολή της συνάρτησης $f(x)$ όταν το x μεταβάλλεται από το α στο β . Θα έχω:

$$D_x = \text{finalprice}(x_0 + h = b) - \text{originalprice} = b - a. \quad \text{Άρα} \quad \begin{aligned} \Delta f(x_0) &= f'(x_0) \cdot \Delta x \\ &= f'(x_0) \cdot (\beta - \alpha) \end{aligned}$$

Παράδειγμα

Να χρησιμοποιήσετε το διαφορικό για να εκτιμήσετε τη μεταβολή της συνάρτησης $f(x) = x^2$ όταν το x μεταβάλλεται από το 12 στο 13.

$$\text{Έχω } f(x) = x^2 \quad x_0 = 12 \quad x_0 + h = 13 \quad \Delta x = 1 \quad f'(x_0 = 12) \quad f'(12) = 2 \cdot 12 = 24$$

$\Delta f(12) = f'(12) \cdot 1 = 24 \cdot 1 = 24$. Δηλαδή η τιμή της συνάρτησης f αυξάνει κατά 24. Αν βγαίνει αρνητικός αριθμός, έχω μείωση.

Κατηγορία 3

Όταν ζητείται να υπολογισθεί η ρίζα ενός αριθμού με προσέγγιση, τότε θεωρώ:

- Τη συνάρτηση $f(x) = \sqrt[3]{x}$ με τη ρίζα που θέλω να υπολογίσω, x_0 το κοντινότερο νούμερο – στον αριθμό του οποίου θέλω να υπολογίσω τη ρίζα – του οποίου βγαίνει ακριβώς η ρίζα.

- $x_0 + h$ ο αριθμός του οποίου τη ρίζα θέλω να υπολογίσω

- Υπολογίζω τα a, β μέλος της ισότητας $f(x_0 + h) - f(x_0) \approx f'(x_0)h$ τα εξισώνω και λύνω ως προς το $f(x_0 + h)$

Παρατήρηση: Όταν ζητείται η ρίζα με προσέγγιση δεκάτου, εκατοστού, χιλιοστού, υπολογίζω το κλάσμα $f'(x_0)h$ αντιστοίχα με προσέγγιση **δεκάτου, εκατοστού, χιλιοστού.**

Παράδειγμα

Να υπολογισθεί με προσέγγιση χιλιοστού η $\sqrt[3]{10}$

Έστω $f(x) = \sqrt[3]{x}$ $x_0 = 8$, $x_0 + h = 10$ Άρα $h = 2$

Ισχύει $f'(x_0 + h) - f(x_0) \approx f'(x_0) \cdot h$ $f(x_0 + h) - f(x_0) = \sqrt[3]{10} - \sqrt[3]{8}$

$$f'(x_0) \cdot h = f'(x) = \left(x \frac{1}{3}\right)' = \frac{1}{3} x^{-\frac{2}{3}} = \frac{1}{3\sqrt{x^2}} \text{ Άρα } f'(8) = \frac{1}{3\sqrt{8^2}} = \frac{1}{12} \quad x > 0$$

$$f'(x) = h = f'(8) \cdot 2 = \frac{1}{12} \cdot 2 = \frac{1}{6} \quad \text{Η (1) δίνει } \sqrt[3]{10} - \sqrt[3]{8} = \frac{1}{6} \quad \text{ή}$$

$$\sqrt[3]{10} = 2 + \frac{1}{6} = 2 + 0,166 = 2,166$$

Κατηγορία 4

Να υπολογισθεί το διαφορικό της συνάρτησης $f'(x)$

Ισχύει $df(x) = f'(x)dx$

Παράδειγμα

$$f(x) = x^2 \eta \mu \chi \quad df(x) = f'(x) dx = (x^2 \eta \mu \chi)' dx = (2x \eta \mu \chi + x^2 \sigma \upsilon \nu \chi) dx$$

Παράδειγμα

Αν $\psi = \sigma \upsilon \nu \chi$ να υπολογισθεί το $d\psi$. $d\psi = d(\sigma \upsilon \nu \chi) = (\sigma \upsilon \nu \chi)' dx = -\eta \mu \chi dx$

ΑΣΚΗΣΕΙΣ ΣΤΟ ΔΙΑΦΟΡΙΚΟ

(1) Με την έννοια του διαφορικού να υπολογισθεί με προσέγγιση χιλιοστού η έβδομη ρίζα του 130.