

**Θέματα εξετάσεων
Περίοδου Ιουνίου
στην Άλγεβρα
Τάξη Α΄ Λυκείου**

ΘΕΜΑΤΑ

Θέμα 1^ο

- a. Να αποδείξετε ότι: Αν $\theta > 0$ τότε $|\chi| < \theta \Leftrightarrow -\theta < \chi < \theta$
b. Να λυθεί η ανίσωση: $|\chi - 1| \leq \theta$

Θέμα 2^ο

- a. Να χαρακτηρίσετε τις παρακάτω προτάσεις με Σωστό (Σ) ή Λάθος (Λ)

i. $\sqrt{(2 - \sqrt{3})^2} = 2 - \sqrt{3}$

ii. $\sqrt{(1 - \sqrt{2})^2} = 1 - \sqrt{2}$

iii. Αν $\chi < 1$ τότε $\sqrt{\chi^2 - 2\chi + 1} = \chi - 1$

iv. Ισχύει: $\chi^2 = 3 \Leftrightarrow \chi = \sqrt{3}$

v. Ισχύει: $\sqrt{\alpha^2} = \alpha$

b. Να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης: $\frac{1}{1 - \sqrt{2}} + \frac{17}{3\sqrt{2} + 1}$

Θέμα 3^ο

- a. Να αποδειχθεί ότι η εξίσωση $\chi^2 + \lambda\chi - 1 = 0$ έχει πάντα ρίζες πραγματικές και άνισες.

- b. Χωρίς να υπολογίσετε τις ρίζες, να βρείτε τις τιμές των παραστάσεων συναρτήσει του λ

i. $\chi_1 + \chi_2$

ii. $\chi_1 \cdot \chi_2$

iii. $\chi_1^2 + \chi_2^2$

iv. $\chi_1^2 \cdot \chi_2 + \chi_1 \cdot \chi_2^2$

Θέμα 4^ο

- a. Να βρεθούν τα α, β ώστε τα ζεύγη $(1, 1)$ και $(-1, 5)$ να είναι λύσεις της εξίσωσης $\alpha\chi + \beta\psi - 9 = 0$

b. Να λυθεί η εξίσωση: $\begin{vmatrix} 3\chi - 1 & -2 \\ -1 & \chi \end{vmatrix} = 0$

ΘΕΜΑΤΑ

Θέμα 1^ο

a. Να συμπληρώσετε τις ρίζες της εξίσωσης $\alpha\chi^2 + \beta\chi + \gamma = 0$, $\alpha \neq 0$ στον παρακάτω πίνακα.

Δ	Ρίζες της εξίσωσης
$\Delta > 0$	
$\Delta = 0$	
$\Delta < 0$	

Μονάδες 10

b. Να υπολογίσετε το άθροισμα $S = \chi_1 + \chi_2$ και το γινόμενο $P = \chi_1 \cdot \chi_2$ των ριζών της εξίσωσης $\alpha\chi^2 + \beta\chi + \gamma = 0$, $\alpha \neq 0$

Μονάδες 15

Θέμα 2^ο

i. Να αντιστοιχίσετε τα στοιχεία της Α στήλης με τα στοιχεία της Β στήλης.

Στήλη Α- Εξίσωση	Στήλη Β – Λύσεις
A. $ \chi - 1 = 3$	1. Καμία
B. $\chi^2 = \chi $	2. Μία
C. $\chi^2 + 5 = 0$	3. Δύο
D. $ \chi - 5 = 5 - \chi $	4. Τρεις
	5. Άπειρες

Μονάδες 12,5

ii. Να συμπληρώσετε τον πίνακα

Στήλη Α- Εξίσωση	Στήλη Β – Λύσεις
A. $ \chi - 2 = 5$	
B. $\chi^2 = 2 \chi $	
C. $\chi^2 + 5 = 0$	
D. $ \chi - 3 = 3 - \chi $	

Μονάδες 12,5

Θέμα 3^ο

Να λυθεί η ανίσωση $\frac{\chi^2 - 7}{\chi - 2} \geq 2$

Μονάδες 25

Θέμα 4^ο

Δίνετε το σύστημα $\begin{cases} (\lambda - 5)\chi - (\lambda - 5)\psi = 0 \\ \chi + \lambda\psi = 7 \end{cases}$ και η εξίσωση $\chi^2 - (\lambda - 2)\chi + \frac{9}{4} = 0$

- Να βρεθούν οι τιμές του λ για τις οποίες το σύστημα είναι αδύνατο.
- Να δείξετε ότι αν το σύστημα είναι αδύνατο, η εξίσωση έχει μια ρίζα η οποία και να βρεθεί.
- Να βρείτε τη μοναδική λύση του συστήματος (χ_0, ψ_0)

Μονάδες 9 + 8 + 8

ΘΕΜΑΤΑ

Θέμα 1^ο

A. Έστω χ_1 και χ_2 οι ρίζες της εξίσωσης $a\chi^2 + b\chi + \gamma = 0$, $a \neq 0$ Να αποδείξετε ότι:

$$\chi_1 + \chi_2 = -\frac{\beta}{\alpha} \text{ και } \chi_1 \cdot \chi_2 = \frac{\gamma}{\alpha} \quad \text{Μονάδες } 6 + 8$$

B. Αν χ_1 και χ_2 οι ρίζες της εξίσωσης $2\chi^2 - 6\chi - 5 = 0$, να υπολογίσετε τις παραστάσεις:

a. $\chi_1 + \chi_2$, β. $\chi_1 \cdot \chi_2$, γ. $2\chi_1^2\chi_2 + 2\chi_2^2\chi_1$, δ. $\frac{\chi_1}{\chi_2} + \frac{\chi_2}{\chi_1} - 3$ Μονάδες 2 + 2 + 3 + 4

Θέμα 2^ο

Να γράψετε στο τετράδιο σας το γράμμα της στήλης A και δίπλα τον αντίστοιχο αριθμό της στήλης B.

Στήλη A	Στήλη B
a. $\sqrt{72} - \sqrt{50}$	1. $2\sqrt{2} - 3$
b. $\frac{2}{\sqrt[3]{2}}$	2. $\sqrt{2}$
c. $\sqrt{\sqrt[3]{4}}$	3. $3 - 2\sqrt{2}$
d. $\sqrt{2} \cdot \sqrt[3]{2} \cdot \sqrt[6]{2}$	4. $\sqrt[3]{4}$
e. $\frac{1 - \sqrt{2}}{1 + \sqrt{2}}$	5. $\sqrt[3]{2}$
	6. $\frac{\sqrt{2}}{2}$

Μονάδες 5 × 5

Θέμα 3^ο

Δίνεται το τριώνυμο $-\chi^2 + \chi - 4$:

- Να δείξετε ότι είναι αρνητικό για κάθε $\chi \in \mathbb{R}$.
- Να απλοποιήσετε την παράσταση $A = |-\chi^2 + \chi - 4| - |\chi^2|$
- Να βρείτε τις τιμές του χ για τις οποίες ισχύει, $|A| \leq 5$

Μονάδες 5 + 10 + 10

Θέμα 4^ο

Δίνεται το σύστημα:
$$\begin{cases} \lambda\chi - \psi = \lambda \\ \chi + (\lambda - 1) = \lambda - 1 \end{cases}$$

- Να αποδείξετε ότι για κάθε $\lambda \in \mathbb{R}$ το σύστημα έχει μοναδική λύση (χ_0, ψ_0) η οποία και να βρεθεί
- Να βρεθεί το λ ώστε να ισχύει ή σχέση $\chi_0 + \psi_0 \geq 1$ Μονάδες 12 + 13

ΘΕΜΑΤΑ

Θέμα 1^ο

A. Να αποδείξετε ότι, αν $\theta > 0$, τότε: $|\chi| \leq \theta \Leftrightarrow -\theta \leq \chi \leq \theta$

Μονάδες 12

B. Να λυθεί η ανίσωση, $|5 - 2\chi| \leq 7$

Μονάδες 13

Θέμα 2^ο

Να γράψετε στην κόλλα σας το γράμμα που αντιστοιχεί στην σωστή απάντηση:

1. Αν οι εξισώσεις $(\lambda - 1)\chi = \lambda$ και $\lambda^2\chi + 2\lambda = \chi + 1$ είναι συγχρόνως αδύνατες το λ είναι:

A. $\lambda = 1$ B. $\lambda = -1$ Γ. $\lambda = 0$ Δ. $\lambda = 2$ E. $\lambda = -2$

2. Η παράσταση $K = \sqrt{16 + 16\chi^2} + \sqrt{4 + 4\chi^2}$ είναι ίση με:

A. $6\sqrt{1 + \chi^2}$ B. $20\sqrt{1 + \chi^2}$ Γ. $6\sqrt{4 + 4\chi^2}$ Δ. $1 + \chi^2$ E. $4 + 4\chi^2$

3. Η παράσταση $K = \frac{2}{\sqrt{\chi - 3} + \sqrt{\chi - 1}}$ ορίζεται όταν:

A. $\chi \geq 3$ B. $\chi > 1$ Γ. $\chi > 3$ Δ. $\chi > -3$ E. $\chi > 0$

4. Αν οι ρίζες της εξίσωσης $\chi^2 - 5\beta\chi + 4\beta^2 = 0$ είναι $\chi_1 = 2$ και $\chi_2 = 8$ η τιμή του β είναι:

A. $\beta = 1$ B. $\beta = 2$ Γ. $\beta = 3$ Δ. $\beta = 4$ E. $\beta = 5$

5. Αν οι ευθείες $\psi = |\kappa - 1|\chi + 3$ και $\psi = \frac{1}{2}\chi - 1$ είναι παράλληλες, ο κ είναι:

A. $\kappa = \frac{3}{2}$ ή $\kappa = -\frac{1}{2}$ B. $\kappa = 0$ ή $\kappa = -2$ Γ. $\kappa = 0$ ή $\kappa = 2$ Δ. $\kappa = 2$ E. $\kappa = \frac{1}{2}$ ή $\kappa = -\frac{3}{2}$

Μονάδες 5×5

Θέμα 3^ο

Να λυθεί η ανίσωση $6\chi - 5 \leq \frac{6}{\chi}$

Μονάδες 25

Θέμα 4^ο

i. Να λυθεί το σύστημα $\begin{cases} \lambda\chi + \psi = 0 \\ -4\chi + \lambda\psi = 0 \end{cases}$ Μονάδες 5

ii. Αν D, D_x, D_ψ είναι οι ορίζουσες του συστήματος να δείξετε ότι η εξίσωση

$w^2 - 2w - D + D_x - \sqrt{D_\psi} = 0$ έχει ρίζες πραγματικές και άνισες. Μονάδες 10

iii. Να βρείτε το άθροισμα και το γινόμενο των ριζών της προηγούμενης εξίσωσης.

Μονάδες 4

iv. Να λυθεί η ανίσωση $S^2 - 2P + 10\lambda = 0$ όπου S και P το άθροισμα και το γινόμενο

των ριζών της προηγούμενης εξίσωσης.

Μονάδες 6

ΘΕΜΑΤΑ

Θέμα 1^ο

A. Να αποδείξετε ότι, αν $\theta > 0$, τότε: $|\chi| \leq \theta \Leftrightarrow -\theta \leq \chi \leq \theta$

Μονάδες 10

a. Αν $\beta > \alpha$, τότε $|\beta - \alpha| = \alpha - \beta$ **Σ Λ**

Μονάδες 5

b. Αν στην εξίσωση $\alpha\chi^2 + \beta\chi + \gamma = 0$, $\alpha \neq 0$ οι α, γ είναι ετερόσημοι,
τότε έχει πάντοτε πραγματικές ρίζες **Σ Λ**

Μονάδες 5

c. Αν οι ευθείες $\epsilon_1: \psi = \alpha_1\chi + \beta_1$ και $\epsilon_2: \psi = \alpha_2\chi + \beta_2$ είναι παράλληλες
τότε $\alpha_1 = \alpha_2$ **Σ Λ**

Μονάδες 5

Θέμα 2^ο

Να λυθεί το σύστημα $\begin{cases} \lambda\chi + 2\psi = \lambda \\ (\lambda + 1)\chi + 3\psi = 5 - \lambda \end{cases}$:

a. για $\lambda = 2$

Μονάδες 10

b. για $\lambda \neq 2$

Μονάδες 15

Θέμα 3^ο

Δίνεται η παράσταση $A = |4\chi^2 - 4\chi + 1| - 4|\chi^2 + 2| + 15$

a. Να απλοποιήσετε την παράσταση A

Μονάδες 10

b. Να λύσετε την ανίσωση $A \leq 16$

Μονάδες 15

Θέμα 4^ο

Να βρεθεί ο $\lambda \in \mathbb{R}$ ώστε η εξίσωση $\chi^2 - (\lambda - 2)\chi - 4 = 0$ να έχει:

a. αντίθετες ρίζες

Μονάδες 10

b. ρίζες χ_1, χ_2 τέτοιες ώστε να είναι $\chi_1 - \chi_2 = 5$

Μονάδες 15

ΘΕΜΑΤΑ

Θέμα 1^ο

A. Να συμπληρωθούν οι παρακάτω ιδιότητες των απολύτων τιμών:

- a. $|a|^2 = \dots\dots$
- b. $|x| = |a| \Leftrightarrow \dots\dots$
- c. $|x| < \theta \dots\dots$

Μονάδες 3×3

B. Να χαρακτηρίσετε ως σωστό (Σ) ή λάθος (Λ) τις επόμενες προτάσεις:

- a. Αν $a \geq 0$ τότε $(\sqrt[n]{a})^n = a$
- b. $\sqrt{a^2} = a$
- c. Αν $a \geq 0$ τότε $\sqrt[m]{\sqrt[n]{a}} = \sqrt[mn]{a}$
- d. Αν $a, \beta \geq 0$ τότε $\sqrt[n]{a \cdot \beta} = a \sqrt[n]{\beta}$

Μονάδες 4×2

B. Να γράψετε πότε ένα σύστημα δύο εξισώσεων με δύο αγνώστους έχει:

- α. Μία λύση, β. Καμία λύση γ. Άπειρες λύσεις

Θέμα 2^ο

Δίνεται η εξίσωση $x^2 + \lambda x + \lambda^2 - 1 = 0$ με ρίζες x_1, x_2 .

Να βρείτε για ποιες τιμές του λ ισχύει $x_1 \cdot x_2 + 3(x_1 + x_2) - 3 = 0$

(Να χρησιμοποιήσετε το άθροισμα και το γινόμενο των ριζών)

Μονάδες 25

Θέμα 3^ο

Να λύσετε την ανίσωση: $(x + 3) \cdot (x^2 - 3x + 2) \cdot (-x^2 + x - 1) \geq 0$

Μονάδες 25

Θέμα 4^ο

A. Δίνονται οι ευθείες $\varepsilon_1: \psi = 2x - 5$ και $\varepsilon_2: \psi = (\lambda - 1)x + 2$.

- a. Να βρείτε για ποια τιμή του λ οι ευθείες είναι παράλληλες
- b. Αν $\lambda = 2$ να βρείτε τις συντεταγμένες του σημείου τομής των δύο ευθειών.

Μονάδες 12

B. Οι εξισώσεις των ευθειών ε_1 και ε_2 παριστάνουν για $\lambda = 2$ δύο τεμνόμενους δρόμους.

Αφού πρώτα διαπιστώσετε ότι οι πόλεις A(5, 5) και B(-3, -1) βρίσκονται αντίστοιχα πάνω στους δρόμους αυτούς, να υπολογίσετε πόσο θα κοστίσει η κατασκευή ενός δρόμου που θα τις συνδέσει αν για κάθε Km το κόστος είναι $3000 \in$

Μονάδες 13

ΘΕΜΑΤΑ

Θέμα 1^ο

A.

- a. Να δοθεί ο ορισμός της απόλυτης τιμής ενός πραγματικού αριθμού a .

Μονάδες 5

- b. Να αποδείξετε ότι, αν $\theta > 0$, και $|\chi| < \theta$ τότε $-\theta < \chi < \theta$

Μονάδες 15

B. Πότε δύο διακεκριμένες ευθείες του επιπέδου είναι παράλληλες και πότε κάθετες;

Μονάδες 5

Θέμα 2^ο

Να λύσετε την εξίσωση: $\frac{2(|\chi|-3)}{3} + 3(|\chi|-1) = \frac{|\chi|+1}{4} + |\chi| + 2$

Μονάδες 25

Θέμα 3^ο

A. Να αντιστοιχίσετε κάθε σύστημα της στήλης A με την αντίστοιχη έκφραση της στήλης B.

Στήλη A

a. $\begin{cases} 0\chi + 0\psi = 0 \\ 0\chi + 0\psi = 8 \end{cases}$

b. $\begin{cases} 0\chi + 2\psi = 6 \\ 3\chi + 0\psi = 8 \end{cases}$

c. $\begin{cases} 0\chi + 0\psi = 2 \\ 3\chi + 0\psi = 0 \end{cases}$

d. $\begin{cases} \chi + \psi = 2 \\ 2\chi + 2\psi = 4 \end{cases}$

e. $\begin{cases} 0\chi + 0\psi = 0 \\ 0\chi + 0\psi = 0 \end{cases}$

Στήλη B

1. Αδύνατο
2. Αόριστο
3. Έχει μοναδική λύση

Μονάδες 10

A. Για τις διάφορες τιμές του λ να λυθεί το σύστημα: $\begin{cases} \lambda\chi + 2\psi = 4 \\ 2\chi + \lambda\psi = \lambda^2 \end{cases}$

Μονάδες 15

Θέμα 4^ο

A. Δίνεται η εξίσωση $\chi^2 - (\lambda - 3)\chi + \lambda - 5 = 0$ με ρίζες χ_1, χ_2 που ανήκουν στο \mathbb{R} .

Αν είναι $\chi_1 + \chi_2 = 2\chi_1 \cdot \chi_2$ τότε η τιμή του λ είναι:

- A.** $\lambda = \sqrt{7}$ **B.** $\lambda = -\sqrt{7}$ **Γ.** $\lambda = 7$ **Δ.** $\lambda = \pm \sqrt{7}$ **E.** Δεν προσδιορίζεται

Μονάδες 10

B. Να λύσετε την εξίσωση: $\frac{\chi-2}{2\chi} - \frac{2}{2-\chi} = \frac{4}{\chi^2-2\chi}$

Μονάδες 15

ΘΕΜΑΤΑ

Θέμα 1^ο

a. Δώστε τον ορισμό της απόλυτης τιμής πραγματικού αριθμού.

Μονάδες 8

b. Αποδείξτε ότι η απόλυτη τιμή του γινομένου δύο πραγματικών αριθμών ισούται με το γινόμενο των απολύτων τιμών τους.

Μονάδες 8

Θέμα 2^ο

Για ποιες τιμές του $\alpha \in \mathbb{R}$ οι ευθείες

$\varepsilon_1: \psi = (3\alpha + 1)\chi$ και $\varepsilon_2: \psi = (\alpha - 1)\chi$ είναι:

a. Παράλληλες

Μονάδες 10

b. Κάθετες

Μονάδες 15

Θέμα 3^ο

a. Αποδείξτε ότι οι αριθμοί $\sqrt{5} + 2$ και $\sqrt{5} - 2$ είναι αντίστροφοι

Μονάδες 5

b. Υπολογίστε την ορίζουσα $\begin{vmatrix} \sqrt{2} & -32 \\ \frac{1}{8} & \sqrt{50} \end{vmatrix}$

Μονάδες 6

c. Αν $\chi < 1$ υπολογίστε την παράσταση $\frac{\sqrt{(\chi-1)^2}}{\chi-1}$

Μονάδες 9

d. Δείξτε ότι το σύστημα $\begin{cases} \chi - \alpha\psi = 0 \\ \alpha\chi + \psi = 0 \end{cases}$ έχει μοναδική λύση

Μονάδες 5

Θέμα 4^ο

Δίνεται η εξίσωση $\lambda\chi^2 + 5\chi + 10 = 0$ όπου $\lambda \in \mathbb{R}$. Να βρείτε:

a. Για ποια τιμή του λ έχει μία λύση

Μονάδες 8

b. Για ποια τιμή του λ έχει διπλή λύση

Μονάδες 17

ΘΕΜΑΤΑ

Θέμα 1^ο

A. Αν ρ_1, ρ_2 είναι οι ρίζες της $a\chi^2 + \beta\chi + \gamma = 0$ ($a \neq 0$) να δείξετε ότι,

$$\rho_1 + \rho_2 = -\frac{\beta}{a}.$$

Μονάδες 15

B. Να χαρακτηρίσετε ως σωστό (Σ) ή λάθος (Λ) τις επόμενες προτάσεις

i. Για κάθε $a \in \mathbb{R}$ ισχύει $|a|^2 = a^2$

ii. Για κάθε $a \in \mathbb{R}$ ισχύει $|a| < 0$

iii. Αν $a \neq 0$, τότε η $a\chi + \beta = 0$ έχει μοναδική λύση την $\chi = -\frac{\beta}{a}$

iv. Για κάθε $a, \beta \in \mathbb{R}$ ισχύει $|a| \cdot |\beta| = |a \cdot \beta|$

v. Αν μια εξίσωση δευτέρου βαθμού δεν έχει πραγματικές ρίζες τότε η διακρίνουσα της Δ είναι μικρότερη του 1.

Μονάδες $2 \times 5 = 10$

Θέμα 2^ο

Να λυθεί η εξίσωση: $\frac{2|\chi| - 4}{3} = \frac{|\chi| - 2}{5}$

Μονάδες 25

Θέμα 3^ο

i. Να λυθεί το σύστημα:
$$\begin{cases} 3\chi + \psi = \lambda \\ 2\chi + \psi = 2 \end{cases}$$

Μονάδες 20

ii. Αν το $\lambda = 2003$ ποια είναι η λύση του συστήματος

Μονάδες 5

Θέμα 4^ο

Αν $P(\chi) = \chi^2 - 3\chi$ και $Q(\chi) = 2\chi^2 - 8$ να λύσετε τις εξισώσεις:

i. $P(\chi) = 0$

Μονάδες 7

ii. $Q(\chi) = 0$

Μονάδες 7

iii. $Q(\chi) + 10 = P(\chi)$

Μονάδες 10

ΘΕΜΑΤΑ

Θέμα 1^ο

Α Να ελέγξετε αν καθεμιά από τις παρακάτω προτάσεις είναι σωστή ή λάθος.

Αν είναι σωστή κυκλώστε το Σ αν είναι λάθος το Λ.

- Κάθε πραγματικός αριθμός μπορεί να γραφεί ως πηλίκο δύο ακεραίων αριθμών.
- Αν v θετικός ακέραιος, τότε $(-1)^v + (-1)^{v+1} = 0$
- Η εξίσωση $\frac{4\chi}{3} + \chi = \frac{5}{2}$ είναι κλασματική.
- Οι ανισώσεις $3(\chi - 2) < 6$ και $3(2 - \chi) > 2(1 - \chi)$ είναι ισοδύναμες
- Η εξίσωση $|3\chi - 7| = -4$ είναι αδύνατη.
- $\sqrt[3]{\alpha^2} = \alpha^{\frac{2}{3}}$

Μονάδες 15

Β Να ελέγξετε αν οι παρακάτω προτάσεις είναι σωστές η λάθος

- $|\sqrt{2} - 5| = 5 - \sqrt{2}$
- Μια πρωτοβάθμια εξίσωση που είναι αόριστη δεν έχει λύσεις αρνητικούς αριθμούς.
- Το τριώνυμο $\chi^2 - \chi - 12$ είναι θετικό όταν $\chi \in (-3, 4)$
- Η εξίσωση $\chi^2 + 3\chi + 2 = 0$ έχει δύο ρίζες με άθροισμα 3 και γινόμενο 2. Μονάδες 10

Θέμα 1^ο

Α. Στις παρακάτω προτάσεις μόνο μια απάντηση είναι σωστή. Να γράψετε στην κόλλα σας τον αριθμό της ερώτησης και δίπλα το γράμμα που αντιστοιχεί στην σωστή απάντηση:

- Αν η εξίσωση $(\lambda - 2)\chi = (\lambda - 2) \cdot (\lambda + 2)$ είναι ταυτότητα τότε η τιμή του λ είναι:
 Α. $\lambda = 2$ Β. $\lambda = -2$ Γ. $\lambda = -1$ Δ. $\lambda = 0$ Ε. $\lambda = 1$
- Αν η συνάρτηση f έχει τύπο $f(\chi) = \sqrt{5 - 3|\chi|}$, το πεδίο ορισμού της A είναι
 Α. $A = \{\chi \in \mathbb{R} / \frac{3}{5} \leq \chi\}$ Β. $A = \{\chi \in \mathbb{R} / -\frac{5}{3} \leq \chi \leq \frac{3}{5}\}$ Γ. $A = \{\chi \in \mathbb{R} / -\frac{5}{3} \leq \chi \leq 5\}$
 Δ. $A = \{\chi \in \mathbb{R} / -\frac{5}{3} \leq \chi \leq \frac{5}{3}\}$ Ε. $A = \{\chi \in \mathbb{R} / \chi \leq \frac{5}{3}\}$
- Ο αριθμός $\frac{5}{\sqrt{5}}$ ισούται με: Α. $\sqrt{5}$ Β. $5\sqrt{5}$ Γ. 5 Δ. 25 Ε. $\frac{\sqrt{5}}{5}$

Μονάδες 12

Β. Να λυθεί η εξίσωση: $\frac{2|3-\chi|-1}{3} - |3-\chi| = \frac{|3-\chi|-8}{3} + 1$

Μονάδες 13

Θέμα 3^ο

Α. Δίνεται η συνάρτηση $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ με

$$f(\chi) = \begin{cases} \chi + 2 & \text{αν } \chi \in (-\infty, -2] \\ 4 - \chi^2 & \text{αν } \chi \in (-2, 2) \\ \chi - 2 & \text{αν } \chi \in [2, +\infty) \end{cases}$$

Να βρείτε τα $f(-3), f(-2), f(0), f(2), f(3)$

Μονάδες 15

Β. Αν $\Omega = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ και $B = \{1, 4, 5\}$,

βρείτε όλα τα σύνολα $A \subseteq \Omega$ για τα οποία ισχύει $A \cap B = \{1\}$

Μονάδες 10

Θέμα 4^ο

Α. Να προσδιορίσετε τις τιμές του $\mu \in \mathbb{R}$ για τις οποίες η εξίσωση $3\chi^2 + 2\chi - (3\mu + 1) = 0$

έχει μη πραγματικές ρίζες.

Μονάδες 10

Β. Αν ρ_1, ρ_2 είναι οι ρίζες της εξίσωσης $3\chi^2 + 2\chi - (3\mu + 1) = 0$

και ισχύει $\rho_1^2 + \rho_2^2 = 1$ τότε να βρεθεί η τιμή του $\mu \in \mathbb{R}$.

Μονάδες 15

ΘΕΜΑΤΑ

Θέμα 1^ο

Έστω η εξίσωση $\alpha\chi^2 + \beta\chi + \gamma = 0$ (1) με $\alpha \neq 0$ και $\Delta > 0$.

- i. Να συμπληρωθούν τα παρακάτω κενά.
Το άθροισμα των ριζών της (1) είναι $S = \dots\dots$
Το γινόμενο των ριζών της (1) είναι $P = \dots\dots$

Σ - Λ

- ii. Αν $\chi_1 = \frac{-\beta - \sqrt{\Delta}}{2\alpha}$ και $\chi_2 = \frac{-\beta + \sqrt{\Delta}}{2\alpha}$ οι ρίζες της (1) τότε $\chi_1 < \chi_2 \dots\dots$

Θέμα 2^ο

- i. Αν $12^6 = \alpha$, να βρεθεί η $\sqrt[3]{\alpha}$

Δίνεται ότι $(-34)^6 = 1544804416$ και $13^3 \cdot 5832 = 18^3 \cdot 2197$. Να βρεθούν:

a. $\sqrt[6]{1544804416}$

b. $\sqrt[3]{\frac{2197}{5832}}$

- ii. Αν $A = \sqrt{\sqrt{81}} + 3\sqrt{8} : \sqrt{2} + 8\sqrt{3} : \frac{1+\sqrt{3}}{3+\sqrt{3}}$ να βρεθεί η αριθμητική τιμή

της παράστασης $B = 3 \cdot (-1)^A + 2 \cdot (-1)^{A+1}$

Θέμα 3^ο

- i. Να βρεθεί ο μεγαλύτερος φυσικός αριθμός n τέτοιος ώστε $n^{2000} < 5^{3000}$
- ii. Αν $n = 11$ και $|a \cdot n| = 11$, ποιες τιμές μπορεί να πάρει ο a ;

Θέμα 4^ο

Να λυθούν οι ανισώσεις:

i. $\chi \cdot (\chi^2 - 1) \leq 0$

ii. $(\chi^3 - \chi)^{2003} > 0$

ΘΕΜΑΤΑ

Θέμα 1^ο

- a. Να αποδειχθεί ότι η απόλυτη τιμή του γινομένου δύο αριθμών ισούται με το γινόμενο των απολύτων τιμών τους,

$$| \alpha \cdot \beta | = | \alpha | \cdot | \beta |$$

Μονάδες 12,5

- b. Να απαντήσετε με σωστό ή λάθος

i. $\sqrt{\chi^2} = \chi$

ii. $|\chi| = 5 \Leftrightarrow \chi = 5$

iii. $|\chi + 2| < 2 \Leftrightarrow -4 < \chi < 0$

Μονάδες 12,5

iv. $\frac{5}{\sqrt{5}} = \sqrt{5}$

v. Αν $\alpha \geq 0$ τότε $\sqrt[p]{\alpha^{mp}} = \sqrt[p]{\alpha^m}$

Θέμα 2^ο

- a. Να βρείτε τον λ ώστε οι ευθείες

$\epsilon_1: \psi = \lambda^2 \chi + 5$ και

$\epsilon_2: \psi = (5\lambda - 6)\chi + 85$ να είναι παράλληλες.

Μονάδες 15

- b. Να λυθεί η εξίσωση: $|2\chi + 5| = |3\chi + 7|$.

Μονάδες 10

Θέμα 3^ο

Να λυθεί το σύστημα:

$$\lambda\chi - \psi = \lambda - 1$$

$$\lambda^2 - 2\psi = \lambda$$

Μονάδες 25

Θέμα 4^ο

Να λυθεί η ανίσωση $\frac{(-\chi^2 + \chi - 1) \cdot (\chi^2 - 2\chi - 3)}{\chi^2 - 4\chi + 4} \geq 0$.

Μονάδες 25

ΘΕΜΑΤΑ

Θέμα 1^ο

A. Για ποιες τιμές των πραγματικών α και β η εξίσωση $\alpha\chi + \beta = 0$ αληθεύει για κάθε πραγματικό αριθμό χ (είναι ταυτότητα);

Μονάδες 3

B. Αν $\theta > 0$, να δείξετε την ισοδυναμία: $|\chi| < \theta \Leftrightarrow -\theta < \chi < \theta$.

Μονάδες 12

Γ. Αν θεωρήσουμε τις ευθείες $\varepsilon_1: \psi = \alpha_1\chi + \beta_1$ και $\varepsilon_2: \psi = \alpha_2\chi + \beta_2$ τότε ισχύουν οι ισοδυναμίες:

i. $\varepsilon_1 // \varepsilon_2 \Leftrightarrow \alpha_1 \cdot \alpha_2 = -1$ $\Sigma - \Lambda$ Μονάδες 2

ii. $\varepsilon_1 \perp \varepsilon_2 \Leftrightarrow \alpha_1 = -\alpha_2$ $\Sigma - \Lambda$ Μονάδες 2

Δ. Δίνεται η εξίσωση $\alpha\chi^2 + \beta\chi + \gamma = 0$ με $\alpha \neq 0$ και $\Delta = \beta^2 - 4\alpha\gamma$

i. Πότε η εξίσωση έχει διπλή ρίζα και ποια είναι;

Μονάδες 3

ii. Πως ορίζεται το άθροισμα και το γινόμενο των ριζών της;

Μονάδες 3

Θέμα 2^ο

Να λυθεί η εξίσωση: $\frac{|\chi-1|+2}{3} + \frac{|1-\chi|}{4} = \frac{|\chi-1|+3}{4}$ Μονάδες 25

Θέμα 3^ο

Να λυθεί το σύστημα:

$$2(\chi-3\psi) + \psi = 5$$

$$-\chi + 2\psi = 8$$

Μονάδες 25

Θέμα 4^ο

Δίνεται η παράσταση: $A(\chi) = (4\chi^2 - 4\chi - 3) \cdot (-\chi^2 + 2\chi)$

a. Να λυθεί η εξίσωση: $A(\chi) = 0$ Μονάδες 10

b. Να λυθεί η ανίσωση $A(\chi) \geq 0$ Μονάδες 15

ΘΕΜΑΤΑ

Θέμα 1^ο

- a. Να αποδείξετε ότι, αν $\theta > 0$ τότε $|\chi| < \theta \Leftrightarrow -\theta < \chi < \theta$
- b. Να συμπληρώσετε τα κενά στις παρακάτω προτάσεις:
- i. $|\chi|^2 = \dots$ για κάθε $\chi \in \mathbb{R}$
- ii. Αν $|\chi| = \alpha$, $\alpha \geq 0$ τότε $\chi = \dots$ ή $\chi = \dots$
- c. Η εξίσωση $(\lambda^2 - 1)\chi = \lambda + 1$, όπου $\lambda \in \mathbb{R}$, (**Επιλέξτε το σωστό από τα παρακάτω**)
- i. Είναι αδύνατη όταν $\lambda = 1$ ή $\lambda = -1$
- ii. Έχει άπειρες λύσεις όταν $\lambda = -1$
- iii. Έχει άπειρες λύσεις όταν $\lambda = 1$
- iv. Έχει μια λύση όταν $\lambda = -1$ και $\lambda = 1$.
- v. Έχει μια λύση όταν $\lambda \neq -1$

Θέμα 2^ο

Να βρεθεί ο $\lambda \in \mathbb{R}$, έτσι ώστε η εξίσωση: $\chi^2 - (\lambda - 2)\chi + 4 = 0$:

- a. Να έχει μια διπλή ρίζα (δύο ρίζες ίσες)
- b. Να βρεθεί η διπλή ρίζα της πιο πάνω εξίσωσης για τη μεγαλύτερη τιμή του λ που βρήκατε στο ερώτημα a.

Θέμα 3^ο

Να υπολογιστούν οι τιμές των παραστάσεων:

a. $A = \sqrt{3} \cdot \sqrt{3 - \sqrt{6}} \cdot \sqrt{3 + \sqrt{6}}$

b. $B = \sqrt[3]{2 \cdot \sqrt{5}} \cdot \sqrt[6]{5^2} \cdot \sqrt{5 \cdot \sqrt[3]{2^4}}$

c. $\Gamma = \frac{1}{\sqrt{7} - \sqrt{5}} + \frac{1}{\sqrt{7} + \sqrt{5}}$

Θέμα 4^ο

Δίνεται το σύστημα:
$$\begin{cases} \lambda\chi - \psi = \lambda - 1 \\ \chi + 2\lambda\psi = \lambda \end{cases}, \lambda \in \mathbb{R}$$

- a. Να λυθεί το σύστημα.
- b. Να υπολογίσετε τις τιμές του πραγματικού λ ώστε για τη λύση (χ, ψ) του συστήματος που βρήκατε στο προηγούμενο ερώτημα, να ισχύει:
 $(2\lambda^2 + 1) \cdot (\chi - \psi) = 0$.

ΘΕΜΑΤΑ

Θέμα 1^ο

a. Επιλέξτε τη σωστή απάντηση:

i. Η εξίσωση $\alpha\chi + \beta = 0$, $\alpha \neq 0$ έχει λύση την:

A. $\chi = \frac{\alpha}{\beta}$ B. $\chi = -\frac{\alpha}{\beta}$ Γ. $\chi = -\frac{\beta}{\alpha}$ Δ. $\chi = \frac{\beta}{\alpha}$

ii. Η εξίσωση $\chi^{\nu} = a$ έχει δύο ρίζες όταν: A. ν άρτιος και $a > 0$

B. ν άρτιος και $a < 0$ Γ. ν περιττός και $a < 0$ Δ. ν περιττός και $a > 0$

b.

i. Επιλέξτε τη σωστή απάντηση:

Η εξίσωση $\lambda(\lambda + 1)\chi = \lambda^2 - 1$ είναι αόριστη, όταν:

A. $\lambda = 0$ B. $\lambda = 1$ Γ. $\lambda = -1$ Δ. $\lambda = 2$ E. $\lambda = -2$

ii. Αντιστοιχήστε τις εξισώσεις με τις ρίζες τους:

$\chi^2 = 8$ • 2 και -2

$\chi^4 = 64\chi$ • • Αδύνατη

$|\chi^3| = 8$ • • $2\sqrt{2}$ και $-2\sqrt{2}$

$\chi^4 = -16$ • • 0 και 4

Θέμα 2^ο

a. Να λυθούν οι εξισώσεις:

i. $\chi^2 - 7\chi + 12 = 0$

ii. $\chi^2 + 3\chi + 4 = 0$

iii. $\chi^2 - 5\chi = 0$

b. Να λυθεί η ανίσωση $\frac{(\chi^2 - 5\chi) \cdot (\chi^2 + 3\chi + 4)}{\chi^2 - 7\chi + 12} \leq 0$ με τη βοήθεια του πίνακα τιμών.

Θέμα 3^ο

Να αποδειχθεί ότι $\frac{\sin(-\alpha)}{1 + \epsilon\phi(180^\circ - \alpha)} + \frac{\sin(90^\circ - \alpha)}{1 - \sigma\phi(180^\circ + \alpha)} = \eta\mu\alpha + \sigma\upsilon\alpha$

Θέμα 4^ο

Να βρεθεί ο τετραψήφιος αριθμός 3.χψ1 που το άθροισμα των ψηφίων του είναι 12, ενώ το άθροισμα των τετραγώνων των ψηφίων του είναι 50.

ΘΕΜΑΤΑ

Θέμα 1^ο

a. Για την εξίσωση $a\chi^2 + \beta\chi + \gamma = 0$, $a \in \mathbb{R}^*$, $\beta, \gamma \in \mathbb{R}$ δείξτε τους τύπους

$$S = \chi_1 + \chi_2 = \frac{-\beta}{a}, \quad P = \chi_1 \cdot \chi_2 = \frac{\gamma}{a} \quad (\text{Μον. 15})$$

b. Περιγράψτε το πρόσημο του τριωνύμου $a\chi^2 + \beta\chi + \gamma$, $a \neq 0$ για τις διάφορες τιμές του χ και του Δ . (Μον. 10)

Θέμα 2^ο

a. Να λυθεί η ανίσωση: $|2\chi - 5| < 7$ (Μον. 9)

b. Να γράψετε στην κόλλα σας το γράμμα που αντιστοιχεί στη σωστή απάντηση

i. Αν γνωρίζουμε ότι $|\chi - 5| = 5 - \chi$ τότε είναι:

A. $\chi > 0$ **B.** $\chi > 5$ **Γ.** $\chi \leq 5$ **Δ.** τίποτε από τα παραπάνω (Μον. 3)

ii. Η εξίσωση $|\chi + 1| + |\chi + 2| = -1$

A. Είναι αδύνατη **B.** Είναι αόριστη **Γ.** Έχει μοναδική λύση **Δ.** Έχει δύο λύσεις

Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας σε αυτό το ερώτημα (Μον. 4)

iii. Η ανίσωση $|\chi^{200} + \chi + 1| > -2$

A. Είναι αδύνατη **B.** Είναι αόριστη **Γ.** Έχει μοναδική λύση **Δ.** Δεν μπορούμε να γνωρίζουμε (Μον. 3)

iv. Ποια είναι η τιμή του πραγματικού β αν οι ρίζες της εξίσωσης

$$\chi^2 - 5\beta\chi + 4\beta^2 = 0 \text{ είναι το } 2 \text{ και το } 8;$$

A. 1 **B.** 2 **Γ.** 3 **Δ.** 4 **E.** 5 (Μον. 3)

v. Αν σε σύστημα $(D - 3)^2 + (D_x - 5)^2 = 0$, τότε το σύστημα:

A. Είναι αδύνατο **B.** Είναι αόριστο **Γ.** Έχει μοναδική λύση (Μον. 3)

Θέμα 3^ο

Δίνεται η εξίσωση $a\chi^2 + \beta\chi + \gamma$, $a \neq 0$ και το σύστημα $\left. \begin{array}{l} \beta\chi + 2\alpha\psi = 0 \\ 2\gamma\chi + \beta\psi = 0 \end{array} \right\}$

a. Ναδειχθεί ότι αν η εξίσωση έχει δυο ρίζες άνισες, τότε το σύστημα έχει μοναδική λύση (Μον. 10)

b. Είναι το αντίστροφο αληθές; *Δικαιολογήστε την απάντησή σας* (Μον. 5)

c. Αν η εξίσωση έχει διπλή ρίζα, να βρεθούν οι λύσεις του συστήματος (Μον. 10)

Θέμα 4^ο

Να λυθεί η ανίσωση: $\frac{2\chi^2 - 5\chi + 2}{(1 - \chi) \cdot (-\chi^2 + 2\chi)} \geq 0$ (Μον. 25)

ΘΕΜΑΤΑ

Θέμα 1^ο

A. Τι ονομάζεται απόλυτη τιμή ενός πραγματικού αριθμού α .

Μονάδες 5

B. Να αποδείξετε ότι η απόλυτη τιμή του αθροίσματος δύο αριθμών είναι ίση ή μικρότερη από το άθροισμα των απολύτων τιμών των αριθμών αυτών.

$$\text{Δηλαδή } |a + b| \leq |a| + |b|$$

Μονάδες 20

Θέμα 2^ο

Να λυθεί η ανίσωση: $\frac{|\chi-1|-1}{3} - \frac{2-3|\chi-1|}{4} \leq \frac{|\chi-1|}{2}$

Μονάδες 25

Θέμα 3^ο

A. Να αποδείξετε ότι η εξίσωση: $\chi^2 - \lambda\chi - 1 = 0$ έχει ρίζες πραγματικές και άνισες για κάθε $\lambda \in \mathbb{R}$.

Μονάδες 13

B. Χωρίς να βρεθούν οι ρίζες:

- i. Να υπολογιστούν οι παραστάσεις $\chi_1 + \chi_2$ και $\chi_1 \cdot \chi_2$.
- ii. Να βρεθεί η τιμή του $\lambda \in \mathbb{R}$ αν είναι $\chi_1^2 + \chi_2^2 = 6$

Μονάδες 12

Θέμα 4^ο

Να αποδείξετε ότι: $\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{5}-\sqrt{3}} + \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{5}+\sqrt{3}} = 4$

Μονάδες 13

a. Να γίνουν οι πράξεις:

- $\sqrt{3} \cdot \sqrt[3]{3} \cdot \sqrt[6]{3}$
- $\sqrt{\sqrt[3]{9}}$
- $\sqrt{75} - \sqrt{48}$

Μονάδες 12

ΘΕΜΑΤΑ

Θέμα 1^ο

A. Έστω χ_1, χ_2 οι ρίζες της εξίσωσης: $\alpha\chi^2 + \beta\chi + \gamma = 0$ με $\alpha \neq 0$.

Αν S το άθροισμα και P το γινόμενο των χ_1 και χ_2 , να δείξετε ότι:

a. $S = \chi_1 + \chi_2 = -\frac{\beta}{\alpha}$

Μονάδες 7

b. $P = \chi_1 \cdot \chi_2 = \frac{\gamma}{\alpha}$

Μονάδες 8

B. Να σημειώσετε στο τετράδιό σας (Σ) αν η πρόταση είναι σωστή ή (Λ) αν είναι λάθος:

a. Αν $\theta > 0$ τότε $|x| \geq \theta \Leftrightarrow -\theta \leq x \leq \theta$

Μονάδες 3

b. Αν ένα γραμμικό σύστημα έχει λύση $(x, \psi) = (2, 1)$ τότε ισχύει: $\frac{1}{2}D_x = D_\psi$

Μονάδες 3

C. Να γράψετε πότε μία συνάρτηση F με πεδίο ορισμού το A, λέγεται :

a. Περιττή στο A

Μονάδες 3

b. Γνησίως αύξουσα σε διάστημα Δ του πεδίου ορισμού της.

Μονάδες 2

Θέμα 2^ο

Έστω χ_1 και χ_2 είναι οι ρίζες της εξίσωσης: $\chi^2 - 3\chi + 2 = 0$. Να βρεθούν:

a. Το άθροισμα S και το γινόμενο P των ριζών της.

Μονάδες 10

b. Να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης:

$$A = 5x_1^2 x_2 - 4x_1 + 5x_1 x_2^2 - 4x_2 + 3$$

Μονάδες 15

Θέμα 3^ο

Να λυθεί το σύστημα των ανισώσεων:

$$\begin{cases} |x - 3| \leq 1 \\ x^2 - x - 6 < 0 \end{cases}$$

Μονάδες 25

Θέμα 4^ο

Δίνεται το σύστημα (Σ):
$$\begin{cases} (\lambda + 1)x - \psi = 2\lambda \\ (5\lambda - 2)x + 4\psi = 20\lambda + 16 \end{cases}, \lambda \in \mathbb{R}$$

b. Να βρεθούν οι ορίζουσες D, D_x, D_ψ του συστήματος

Μονάδες 12

c. Να βρείτε τον $\lambda \in \mathbb{R}$, ώστε το σύστημα να έχει μοναδική λύση (x_0, ψ_0)

για την οποία να ισχύει: $3x_0 = 2\psi_0$

Μονάδες 13

ΘΕΜΑΤΑ

Θέμα 1^ο

A. Για κάθε πρόταση σημειώστε Σωστό ή Λάθος.

1. Για κάθε $\chi \in \mathbb{R}$, ισχύει $|\chi| \geq -\chi$.
2. Για κάθε $\chi \in \mathbb{R}$, ισχύει $\sqrt{\chi^2} = \chi$
3. Ισχύει $|a|^2 = a^2$, για κάθε $a \in \mathbb{R}$
4. Ισχύει $|a+\beta| > |a| + |\beta|$ για κάθε $a, \beta \in \mathbb{R}$
5. Για κάθε $a, \beta \in \mathbb{R}$, ισχύει $d(a, \beta) = -d(\beta, a)$

Μονάδες 10

B. Να αποδείξετε ότι αν $\theta > 0$, τότε $|\chi| < \theta \Leftrightarrow -\theta < \chi < \theta$.

Μονάδες 15

Θέμα 2^ο

A. Επιλέξτε τη Σωστή απάντηση στις παρακάτω προτάσεις:

- i. Δίνεται το σύστημα $\begin{cases} \lambda x + y = 2 \\ x + \lambda y = 1 \end{cases}$, όπου $\lambda \in \mathbb{R}$. Αν το σύστημα έχει μοναδική λύση

$(x, y) = (1, 2)$, τότε το λ ισούται με: **α.** -2 , **β.** 0 , **γ.** 4 , **δ.** 1

- ii. Δίνεται το σύστημα $\begin{cases} 2x + y = 5 \\ x + y = 3 \end{cases}$. Το σύστημα έχει μοναδική λύση (x, y) ίση με:

α. $(2, 3)$, **β.** $(1, 2)$, **γ.** $(2, 1)$, **δ.** $(5, 3)$

- iii. Το σύστημα $\begin{cases} 0x + y = 0 \\ x + 0y = 0 \end{cases}$, είναι: **α.** Αόριστο, **β.** Αδύνατο, **γ.** Έχει λύση $(0, 0)$,

Αν το σύστημα $\begin{cases} 2x + 2ky = 1 \\ 3x + 3y = 4 \end{cases}$, είναι αδύνατο, τότε ο k είναι ίσος με:

α. -2 , **β.** 0 , **γ.** -1 , **δ.** 1

- v. Αν το σύστημα $\begin{cases} 3x + ky = 6 \\ x + y = \lambda \end{cases}$, όπου $k, \lambda \in \mathbb{R}$ έχει άπειρες λύσεις, το ζεύγος (k, λ) ι-

σούται με: **α.** $(1, 2)$, **β.** $(3, -3)$, **γ.** $(3, 2)$, **δ.** $(0, 1)$

Μονάδες 15

B. Να λυθεί το σύστημα:
$$\begin{cases} 2(x-2)+5(y-1)=2(2-x+y) \\ \frac{x-1}{3}=\frac{y-2}{4} \end{cases}$$

Μονάδες 10

Θέμα 3^ο

A. Να γράψετε την παράσταση με τη βοήθεια μιας μόνο ρίζας $\sqrt[5]{2\sqrt{2^3\sqrt{2}}}$

Μονάδες 12

B. Ναδειχθεί ότι: $\sqrt[3]{2+\sqrt{2+\sqrt{3}}}\cdot\sqrt[3]{2-\sqrt{2+\sqrt{3}}}\cdot\sqrt[3]{2+\sqrt{3}}=1$

Μονάδες 13

Θέμα 4^ο

A. Δίνεται η εξίσωση: $\chi^2-(\lambda-2)\chi-2\lambda-1=0$ (1).

- i. Ναδειχθεί ότι $\lambda^2+4\lambda+8>0$ για κάθε $\lambda\in\mathbb{R}$.
- ii. Ναδειχθεί ότι η εξίσωση (1) έχει δύο ρίζες πραγματικές και άνισες για κάθε $\lambda\in\mathbb{R}$.
- i. Αν χ_1, χ_2 είναι οι ρίζες της (1) να βρεθεί ο λ ώστε $\chi_1^2+\chi_2^2-3\chi_1\chi_2=29-2\lambda$.

Μονάδες 15

B. Δίνονται οι εξισώσεις $\chi^2-(\lambda+1)\chi-4=0$ και $\chi^2-\lambda\chi-3=0$, που έχουν κοινή ρίζα την χ' και μη κοινές ρίζες την χ_1 και χ_2 , αντίστοιχα. Χωρίς να λυθούν οι εξισώσεις να βρεθούν:

- i. Η διαφορά των ριζών $\chi_1-\chi_2$.
- ii. Η κοινή ρίζα χ' .
- iii. Το άθροισμα των ριζών $\chi_1+\chi_2$.
- iv. Οι μη κοινές ρίζες χ_1 και χ_2
- v. Ο πραγματικός αριθμός λ

Μονάδες 10

ΘΕΜΑΤΑ

Θέμα 1^ο

C. Τι ονομάζεται απόλυτη τιμή ενός πραγματικού αριθμού α .

Μονάδες 8

D. Να γράψετε στο τετράδιο σας τις προτάσεις συμπληρωμένες σωστά:

a. $|\chi| = |\alpha| \Leftrightarrow \dots\dots\dots$

b. Αν $\theta > 0$, τότε $|\chi| > \theta \Leftrightarrow \dots\dots\dots$

c. Αν $\theta > 0$, τότε $|\chi| \leq \theta \Leftrightarrow \dots\dots\dots$

Μονάδες 9

C. Να γράψετε στο τετράδιο σας τη λέξη **Σωστό** ή **Λάθος** δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση:

a. Η εξίσωση $\alpha\chi + \beta = 0$, αν $\alpha \neq 0$ και $\beta = 0$ είναι αδύνατη.

b. Ισχύει: $|\alpha - \beta| = |\beta - \alpha|$.

c. Για κάθε πραγματικό αριθμό α ισχύει: $\sqrt{\alpha^2} = \alpha$

d. Αν $\alpha \geq 0$ τότε $\sqrt[\mu]{\sqrt[\nu]{\alpha}} = \sqrt[\mu+\nu]{\alpha}$

Μονάδες 8

Θέμα 2^ο

Να λυθεί η ανίσωση: $\frac{5|2-\chi|}{4} - \frac{|2-\chi|-1}{2} \geq |2-\chi|$

Μονάδες 25

Θέμα 3^ο

Δίνεται η εξίσωση: $\chi^2 - 2(\lambda-2)\chi + \lambda^2 = 0$

a. Να βρείτε το πλήθος των ριζών της για τις διάφορες τιμές του $\lambda \in \mathbb{R}$.

Μονάδες 15

b. Αν η εξίσωση έχει δύο πραγματικές ρίζες χ_1, χ_2 με $\chi_1 + \chi_2 = -8$, να

υπολογίσετε το $\lambda \in \mathbb{R}$.

Μονάδες 10

Θέμα 4^ο

Δίνεται το σύστημα $\begin{cases} \lambda\chi + 2\psi = \lambda \\ -\chi + \lambda\psi = 2 \end{cases}$

d. Να αποδείξετε ότι το σύστημα έχει μοναδική λύση (χ_0, ψ_0) για κάθε $\lambda \in \mathbb{R}$.

Μονάδες 13

b. Να βρεθούν οι τιμές του λ για τις οποίες ισχύει η σχέση $\chi_0 - \psi_0 \leq 0$

Μονάδες 12

ΘΕΜΑΤΑ

Θέμα 1^ο

A. Δίνεται η εξίσωση $\alpha\chi^2 + \beta\chi + \gamma = 0$, με $\alpha \neq 0$ και ρίζες χ_1, χ_2 .

Να δείξετε ότι: $S = \chi_1 + \chi_2 = -\frac{\alpha}{\beta}$ και $P = \chi_1 \cdot \chi_2 = \frac{\gamma}{\alpha}$ Μονάδες 15

a. Να δείξετε ότι η εξίσωση $\chi^2 + \lambda\chi - 1 = 0$ έχει ρίζες πραγματικές
οποιοσδήποτε να είναι ο αριθμός λ . Μονάδες 5

b. Χωρίς να υπολογίσετε τις ρίζες της εξίσωσης να υπολογίσετε τις
παραστάσεις: $\chi_1 + \chi_2$, $\chi_1 \cdot \chi_2$, $\chi_1 \cdot \chi_2^2 + \chi_2 \cdot \chi_1^2$

Μονάδες 10

Θέμα 2^ο

a. Να λυθεί η ανίσωση: $-\chi^2 + 4\chi - 3 > 0$. Μονάδες 10

b. Για τις τιμές του χ που βρήκαμε στο a ερώτημα να απαλείψετε

τις απόλυτες τιμές της παράστασης $A = 2|\chi - 1| - 3|\chi - 3| + 5|\chi - 5|$

Μονάδες 15

Θέμα 3^ο

Δίνεται το σύστημα :

$$\begin{cases} 2x - 3y = 11 - \lambda \\ x + 5y - \lambda = 7 \end{cases}$$

a. Να δείξετε ότι το σύστημα έχει μοναδική λύση για οποιαδήποτε
τιμή του πραγματικού αριθμού λ Μονάδες 10

b. Να βρείτε την λύση (x, y) του συστήματος Μονάδες 5

c. Να βρείτε την τιμή του λ ώστε η λύση (x, y) που βρήκατε στο b

ερώτημα να επαληθεύει τη σχέση: $x + y = \frac{11}{13}$. Μονάδες 10

Θέμα 4^ο

a. Να υπολογίσετε την παράσταση:

$$\sqrt[3]{2} \cdot \sqrt[3]{3 - \sqrt{5}} \cdot \sqrt[3]{3 + \sqrt{5}} + \sqrt[4]{4\sqrt{2} - 4} \cdot \sqrt[4]{4\sqrt{2} + 4}$$

Μονάδες 10

b. Να αποδείξετε ότι:

$$\frac{2\sqrt{7}}{\sqrt{5} - \sqrt{3}} + \frac{4\sqrt{5}}{\sqrt{3} - \sqrt{7}} + \frac{2\sqrt{3}}{\sqrt{7} + \sqrt{5}} = 2\sqrt{3}(\sqrt{7} - \sqrt{5})$$
 Μονάδες 10

c. Να απλοποιήσετε την παράσταση $\frac{x^2 + \lambda \cdot x \cdot (5\lambda - 1) - 5\lambda^3}{x^5 - \lambda^5}$ Μονάδες 5

ΘΕΜΑΤΑ

Θέμα 1^ο

A. Να αποδείξετε την πρόταση: Αν $\theta > 0$, τότε: $|x| < \theta \Leftrightarrow -\theta < x < \theta$ Μονάδες 13.

B. Χαρακτηρίστε καθεμία από τις παρακάτω προτάσεις ως σωστή (**Σ**) ή λάθος (**Λ**) μεταφέροντας την απάντηση στην κόλλα απαντήσεων.

a. Αν x_1, x_2 οι ρίζες της εξίσωσης $ax^2 + bx + \gamma = 0, a \neq 0$ τότε:

$$S = x_1 + x_2 = -\frac{\beta}{\alpha} \quad \text{και} \quad P = x_1 \cdot x_2 = \frac{\gamma}{\alpha} \quad \Sigma \quad \Lambda$$

b. Αν για τις ευθείες $\varepsilon_1 : y = \alpha_1 x + \beta_1$ και $\varepsilon_2 : y = \alpha_2 x + \beta_2$

είναι $\varepsilon_1 // \varepsilon_2$, τότε $\alpha_1 = \alpha_2$. **Σ** **Λ**

c. Για κάθε πραγματικό αριθμό a ισχύει: $\sqrt{a^2} = a$. **Σ** **Λ**

Μονάδες $3 \times 4 = 12$

Θέμα 2^ο

Να λύσετε την εξίσωση:

$$\frac{|\chi - 5| - 4}{2} + \frac{5}{3} < \frac{|\chi - 5|}{3} \quad \text{Μονάδες 25}$$

Θέμα 3^ο

Δίνεται το σύστημα:
$$\begin{cases} \lambda x + \lambda y = 1 \\ x + \lambda y = \lambda \end{cases}, \quad \lambda \in \mathbb{R}$$

α) Να αποδείξετε ότι αν $\lambda \neq 0$ και $\lambda \neq 1$, τότε το σύστημα έχει μοναδική λύση.

Μονάδες 8

β) Αν $\lambda \neq 0$ και $\lambda \neq 1$ να βρείτε τη λύση του συστήματος.

Μονάδες 10

γ) Να λύσετε το σύστημα για $\lambda = 1$.

Μονάδες 7

Θέμα 4^ο

Δίνεται η εξίσωση: $x^2 - (\lambda + 3) \cdot x + \frac{3}{4} = 0, \quad \lambda \in \mathbb{R} \text{ (1)},$ με ρίζες x_1, x_2 .

α) Να συμπληρώσετε τις ισότητες: $x_1 + x_2 = \dots$ $x_1 \cdot x_2 = \dots$ Μονάδες 5

β) Να βρείτε την τιμή του $\lambda \in \mathbb{R}$ ώστε η εξίσωση (1) να έχει ρίζα τον αριθμό 2.

Μονάδες 8

γ) Να βρείτε τις τιμές του $\lambda \in \mathbb{R}$ για τις οποίες ισχύει: $x_1^2 \cdot x_2 + x_1 \cdot x_2^2 = \frac{\lambda^2 + 5}{2}$.

Μονάδες 12

ΘΕΜΑΤΑ

Θέμα 1^ο

A. Έστω χ_1 και χ_2 οι ρίζες της εξίσωσης $a\chi^2 + \beta\chi + \gamma = 0$, $a \neq 0$.

Να βρείτε το άθροισμα S και το γινόμενο P τους Μονάδες 8

B. Τι ονομάζουμε συνάρτηση από ένα σύνολο A σ' ένα άλλο σύνολο B; Μονάδες 4

Γ. Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν γράφοντας στο τετράδιό σας τη λέξη Σωστό ή Λάθος δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση:

α. Δύο διακεκριμένες ευθείες είναι παράλληλες αν και μόνον αν οι συντελεστές διεύθυνσης αυτών είναι ίσοι.

β. Για οποιουσδήποτε αριθμούς α,β και φυσικό αριθμό $n \neq 0$ ισχύει: $a > b \Leftrightarrow a^n > b^n$.

γ. Αν $\theta > 0$, τότε $|\chi| < \theta \Leftrightarrow \chi > \theta$ ή $\chi < -\theta$.

δ. Η εξίσωση $\chi^n = a$, με $a < 0$ και n άρτιο, δεν έχει λύσεις.

ε. Αν $a \geq 0$, τότε $\sqrt[n]{a^n} = a$. Μονάδες 5

Δ. Δίνεται η εξίσωση $a\chi^2 + \beta\chi + \gamma = 0$, $a \neq 0$. Να συμπληρώσετε τις προτάσεις:

α. Η διακρίνουσα της εξίσωσης είναι $\Delta = \dots\dots\dots$

β. Αν $\Delta > 0$, η εξίσωση έχει δύο $\dots\dots\dots$,

τις $\chi_1 = \dots\dots\dots$ και $\chi_2 = \dots\dots\dots$

γ. Αν $\Delta = 0$, η εξίσωση έχει $\dots\dots\dots$

την $\chi = \dots\dots\dots$.

δ. Αν $\Delta < 0$, η εξίσωση $\dots\dots\dots$ πραγματικές $\dots\dots\dots$ Μονάδες 4

E. Αν στο σύστημα $\begin{cases} \alpha_1\chi + \beta_1\psi = \gamma_1 \\ \alpha_2\chi + \beta_2\psi = \gamma_2 \end{cases}$ είναι $\alpha_1\beta_2 - \alpha_2\beta_1 \neq 0$, τότε το σύστημα:

α. είναι αδύνατο β. έχει άπειρες λύσεις γ. έχει μοναδική λύση

Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση. Μονάδες 4

Θέμα 2^ο

A. Να λύσετε την εξίσωση: $(\chi - 1)^2 - 5|\chi - 1| + 6 = 0$. Μονάδες 13

B. Για ποιες τιμές του χ έχουμε: $2 < |\chi - 1| < 3$; Μονάδες 12

Θέμα 3^ο

Δίνεται το σύστημα: $\begin{cases} 2\lambda\chi + \psi = 1 \\ 6\chi + 3\psi = -3 \end{cases}$

a. Να υπολογίσετε τις ορίζουσες του D, D_χ και D_ψ . Μονάδες 9

b. Για ποιες τιμές του λ το σύστημα έχει μοναδική λύση και ποια είναι αυτή; Μονάδες 12

c. Αν (χ_0, ψ_0) είναι η μοναδική λύση του συστήματος όπως αυτή προκύπτει από το b ερώτημα, να δείξετε ότι $(\lambda + 1) \cdot \chi_0 + \psi_0 = 0$ Μονάδες 4

Θέμα 4^ο

Δίνεται η συνάρτηση $f(\chi) = 3\chi^2 - 2\chi - 5$.

a. Να βρείτε το πεδίο ορισμού της συνάρτησης f. Μονάδες 2

b. Να βρείτε τα $f(0)$, $f(-1)$ και $f(\alpha + \beta)$. Μονάδες 9

c. Να λύσετε την εξίσωση $f(x) = 0$. Μονάδες 10

d. Μπορείτε να γράψετε το τριώνυμο $f(\chi) = 3\chi^2 - 2\chi - 5$ σε μορφή γινομένου πρωτοβαθμίων παραγόντων; Αν ναι, ποια είναι αυτή; Μονάδες 4

ΘΕΜΑΤΑ

Θέμα 1^ο

Να διαλέξετε την σωστή απάντηση.

Δίνεται η εξίσωση $ax^2 + bx + c = 0$, με $a \neq 0$ και $\Delta = b^2 - 4ac$.

1. Αν $\Delta = 0$ τότε

A. Η εξίσωση έχει δυο ρίζες άνισες.

B. Η εξίσωση έχει μια διπλή ρίζα .

Γ. Η εξίσωση δεν έχει πραγματικές ρίζες.

Μονάδες 5

2. Αν $\Delta < 0$ τότε

A. Η εξίσωση έχει δυο ρίζες άνισες.

B. Η εξίσωση έχει μια διπλή ρίζα .

Γ. Η εξίσωση δεν έχει πραγματικές ρίζες.

Μονάδες 5

3. Αν $\Delta > 0$ τότε

A. Η εξίσωση έχει δυο ρίζες άνισες.

B. Η εξίσωση έχει μια διπλή ρίζα .

Γ. Η εξίσωση δεν έχει πραγματικές ρίζες

Μονάδες 5.

4. Το άθροισμα των ριζών δίνεται από τον τύπο του Vieta που είναι :

A. $x_1 + x_2 = -\frac{\alpha}{\beta}$

B. $x_1 + x_2 = -\frac{\beta}{\alpha}$

Γ. $x_1 + x_2 = \frac{\gamma}{\alpha}$

Μονάδες 5

Το γινόμενο των ριζών δίνεται από τον τύπο του Vieta που είναι:

A. $x_1 \cdot x_2 = -\frac{\alpha}{\beta}$

B. $x_1 \cdot x_2 = -\frac{\beta}{\alpha}$

Γ. $x_1 \cdot x_2 = \frac{\gamma}{\alpha}$

Μονάδες 5

Θέμα 2^ο

Να λυθεί το σύστημα :

$$3x + 2y = 10$$

$$4x - 3y = 7$$

Μονάδες 25

Θέμα 3^ο

Να λυθεί η εξίσωση $(\lambda^2 - 9) \cdot x = (\lambda - 2) \cdot (\lambda - 3)$ για της διάφορες τιμές του πραγματικού αριθμού λ

Μονάδες 25

Θέμα 4^ο

A Να λύσετε την εξίσωση, $x^2 + \lambda \cdot x \cdot (5\lambda - 1) - 5\lambda^3 = 0$ όπου λ πραγματικός αριθμός

Μονάδες 10

B Να γίνει γινόμενο η παράσταση $x^5 - \lambda^5$.

Μονάδες 10

Γ Να απλοποιήσετε την παράσταση $\frac{x^2 + \lambda \cdot x \cdot (5\lambda - 1) - 5\lambda^3}{x^5 - \lambda^5}$

Μονάδες 5

ΘΕΜΑΤΑ

Θέμα 1^ο

A. Να αποδείξετε ότι: Αν $\theta > 0$, τότε $|\chi| < \theta \Leftrightarrow \chi > \theta$ ή $\chi < -\theta$.

Μονάδες 13

B. Για κάθε μια από τις επόμενες προτάσεις να γράψετε στη κόλλα σας το γράμμα που αντιστοιχεί στην σωστή απάντηση.

a. Αν για τους πραγματικούς αριθμούς χ, ψ, ω ισχύει $|\chi| + |\psi| + |\omega| = 0$ τότε

α : $\chi = \psi = \omega$, **β :** $\chi = 0$ ή $\psi = 0$ ή $\omega = 0$, **γ :** $\chi = \psi = \omega = 0$

b. Το σύνολο των λύσεων της ανίσωσης είναι:

α : $1 < \chi < 3$, **β :** $3 < \chi < 5$, **γ :** $-3 < \chi < -1$

Μονάδες 12

Θέμα 2^ο

A. Να αποδείξετε ότι: $(\alpha + \beta)^2 - (\alpha - \beta)^2 = 4\alpha\beta$

Μονάδες 10

B. Να αποδείξετε ότι: $\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{5}-\sqrt{3}} + \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{5}+\sqrt{3}} = 4$

Μονάδες 10

Αν $0 \leq \chi \leq 2$, να υπολογίσετε την παράσταση: $A = \sqrt{\chi^2} + \sqrt{(\chi-2)^2}$

Μονάδες 5

Θέμα 3^ο

Δίνεται το σύστημα:
$$\begin{cases} \lambda\chi + \psi = 1 \\ \chi + \lambda\psi = 1 \end{cases}$$

a. Να αποδείξετε ότι για κάθε $\lambda \in \mathbb{R}$, $\lambda \neq \pm 1$ το σύστημα έχει μία λύση

Μονάδες 15

b. Να λύσετε το σύστημα όταν:

$\lambda = 1$

Μονάδες 5

$\lambda = -1$

Μονάδες 5

Θέμα 4^ο

Δίνεται η εξίσωση $3\chi^2 - 6\chi + 2 = 0$ με ρίζες τις χ_1, χ_2 .

A. Να υπολογίσετε τις παραστάσεις:

α : $\chi_1 + \chi_2$, **β :** $\chi_1 \cdot \chi_2$, **γ :** $\chi_1^2 + \chi_2^2$, **δ :** $\chi_1^3 + \chi_2^3$

Μονάδες 15

B. Να υπολογίσετε την παράσταση: $A = \frac{\chi_1}{\chi_2^2} + \frac{\chi_2}{\chi_1^2}$

Μονάδες 10

ΘΕΜΑΤΑ

Θέμα 1^ο

A. Έστω χ_1 και χ_2 οι ρίζες της εξίσωσης $a\chi^2 + \beta\chi + \gamma = 0$, όπου $a \neq 0$.

Να αποδείξετε ότι:

a. $\chi_1 + \chi_2 = \frac{\beta}{a}$ Μονάδες 6

b. $\chi_1 \cdot \chi_2 = \frac{\gamma}{a}$ Μονάδες 7

B. Να γράψετε τις ισότητες στην κόλλα σας, συμπληρώνοντας σωστά το δεξί μέλος:

α. $(\alpha + \beta)^2 = \dots$

β. $(\alpha - \beta)^2 = \dots$

γ. $(\alpha + \beta)(\alpha - \beta) = \dots$

δ. $\alpha^k \beta^k = \dots$

ε. $\alpha^k \alpha^\lambda = \dots$

στ. $(\alpha^k)^\lambda = \dots$

Επιλέξτε για δεξί μέλος ανάμεσα στα εξής:

$\alpha^2 - \beta^2$, $\alpha^2 + \beta^2$, $\alpha^k + \beta^k$, $\alpha^{k+\lambda}$, $(\alpha\beta)^k$, $\alpha^{\lambda n}$, $\alpha^{k\lambda}$, $\alpha^{k\lambda}$,

$\alpha^2 + 2\alpha\beta - \beta^2$, $\alpha^2 - 2\alpha\beta + \beta^2$, $\alpha^2 - 2\alpha\beta - \beta^2$, $\alpha^2 + 2\alpha\beta + \beta^2$.

Μονάδες $2 \times 6 = 12$

Θέμα 2^ο

A. Να λύσετε την εξίσωση $\lambda\chi^2 + \mu\chi = \nu$ σε καθεμιά από τις ακόλουθες περιπτώσεις:

α. $\lambda = 0$, $\mu = -3$, $\nu = 6$

β. $\lambda = 0$, $\mu = 0$, $\nu = 2$

γ. $\lambda = 0$, $\mu = 0$, $\nu = 0$

δ. $\lambda = 1$, $\mu = 1$, $\nu = -1$

Μονάδες $4 \times 4 = 16$

B. Να λύσετε τις ανισώσεις: $3\chi + 12 > 0$ και $-2\chi + 4 \leq 0$

Μονάδες $2 \times 4,5 = 9$

Θέμα 3^ο

A. Να αποδείξετε την ταυτότητα: $(\alpha^2 + \beta^2) \cdot (\chi^2 + \psi^2) = (\alpha\chi + \beta\psi)^2 + (\alpha\psi - \beta\chi)^2$

Μονάδες 13

B. Να βρείτε τα $\kappa, \lambda \in \mathbb{N}$, τέτοια ώστε: $13 \cdot 74 = \kappa^2 + \lambda^2$

Μονάδες 12

Θέμα 4^ο

Να λύσετε τις ανισώσεις:

A. $(\chi^2 - \chi - 2)(\chi^2 + \chi - 2) \leq 0$

Μονάδες 8

B. $\frac{\chi^2 - \chi - 2}{\chi^2 + \chi - 2} \leq 0$

Μονάδες 8

C. $|\chi^2 - 2| \leq \chi$

Μονάδες 9

ΘΕΜΑΤΑ

Θέμα 1^ο

A. Αν x_1 και x_2 είναι οι ρίζες της $ax^2 + bx + \gamma = 0$, να δειχθεί ότι:

$$S = x_1 + x_2 = -\frac{\beta}{\alpha} \quad \text{και} \quad P = x_1 \cdot x_2 = \frac{\gamma}{\alpha}$$

B. Αν x_1 και x_2 είναι οι ρίζες της $2x^2 + 4x + 1 = 0$, να υπολογισθούν οι παραστάσεις:

α) $x_1 + x_2$, β) $x_1 \cdot x_2$, γ) $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2}$, δ) $x_1^2 + x_2^2$,

Θέμα 2^ο

Να σημειώσετε ποιες από τις παρακάτω προτάσεις είναι σωστές (**Σ**) ή λανθασμένες (**Λ**):

α) $|x - 3| = |3 - x|$

β) $|x| \leq 2 \Leftrightarrow x \leq -2 \text{ ή } x \geq 2$

γ) $|x| > 1 \Leftrightarrow x \leq -1 \text{ ή } x \geq 1$

δ) $|x + 2| > -1 \Leftrightarrow x > -3$

ε) $|x - 1| < -3$, αδύνατη

Θέμα 3^ο

A. Να λυθεί το σύστημα:
$$\begin{cases} 2\chi + 3\psi = 3 \\ 5\chi = 2\psi + 17 \end{cases}$$

B. Να υπολογισθεί η παράσταση:
$$A = \frac{\sqrt{7}}{\sqrt{7} - \sqrt{5}} - \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{7} + \sqrt{5}}$$

Θέμα 4^ο

A. Να λυθούν οι εξισώσεις:

α) $2x^2 + 3x + 1 = 0$, β) $4 - x^2 = 0$, γ) $2x - 4 = 0$

B. Να λυθεί η ανίσωση:

$$(2x^2 + 3x + 1) \cdot (4 - x^2) \cdot (2x - 4) < 0$$

ΘΕΜΑΤΑ

Θέμα 1^ο

A. Να κυκλώσετε το (Σ) ή το (Λ) αν συμφωνείτε ή διαφωνείτε με τις παρακάτω προτάσεις αντίστοιχα.

i) Αν $\theta > 0$, τότε: $|x| < \theta \Leftrightarrow x < -\theta$ ή $x > \theta$ Σ - Λ

ii) $\sqrt{a^2} = |a|$ για οποιοδήποτε πραγματικό αριθμό a Σ - Λ

iii) $|a + \beta| \leq |a| + |\beta|$ για οποιουδήποτε πραγματικούς αριθμούς a και β Σ - Λ

iv) $\sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{\beta} = \sqrt[n]{\frac{a}{\beta}}$ όπου $a, \beta \geq 0$, n θετικός ακέραιος Σ - Λ

v) Αν x_1, x_2 οι ρίζες της εξίσωσης $ax^2 + bx + \gamma = 0$ με $a \neq 0$ τότε το άθροισμα αυτών $x_1 + x_2$ είναι ίσο με $-\frac{\gamma}{a}$ Σ - Λ

B. Να αποδειχθεί ότι $|a \cdot \beta| = |a| \cdot |\beta|$ για οποιουδήποτε αριθμούς a, β

Θέμα 2^ο

Να λυθεί το σύστημα

$$\begin{cases} \lambda \cdot x - \psi = \lambda - 1 \\ \lambda^2 \cdot x - 2\psi = \lambda \end{cases} \text{ για οποιοδήποτε } \lambda \in \mathbb{R}$$

Θέμα 3^ο

Να λυθεί η ανίσωση $(x - 2) \cdot (x^2 - 4 \cdot x + 3) > 0$ όταν $x \in \mathbb{R}$

Θέμα 4^ο

Δίνεται η συνάρτηση $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ με $f(x) = 2x^2 - (\alpha + 2\beta)x + \alpha\beta$ και $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$

τέτοια ώστε $0 < \alpha < \beta$

i) Να παραγοντοποιηθεί η f

ii) Αν $\frac{\alpha}{2} < x < \beta$ να απλοποιηθεί η παράσταση $\frac{|f(x)|}{\left(x - \frac{\alpha}{2}\right) \cdot (x - \beta)}$

ΘΕΜΑΤΑ

Θέμα 1^ο

C. να αποδείξετε ότι:

Αν $\theta > 0$, τότε: $|\chi| < \theta \Leftrightarrow \chi < -\theta$ ή $\chi > \theta$ Μονάδες 13

D. Έστω χ_1, χ_2 οι ρίζες της εξίσωσης: $\alpha\chi^2 + \beta\chi + \gamma = 0$ με $\alpha \neq 0$.

Αν S το άθροισμα και P το γινόμενο των χ_1 και χ_2 , να δείξετε ότι:

a. $S = \chi_1 + \chi_2 = -\frac{\beta}{\alpha}$ Μονάδες 6

b. $P = \chi_1 \cdot \chi_2 = \frac{\gamma}{\alpha}$ Μονάδες 6

Θέμα 2^ο

1. Να λύσετε την εξίσωση: $\frac{2(|\chi|-3)}{3} + (|\chi|-1) = \frac{|\chi|+1}{4} + |\chi| + 2$

Μονάδες 13

2. Να λύσετε το σύστημα:
$$\begin{cases} 2 \cdot (\chi - 3\psi) + \psi = 5 \\ -\chi + 2\psi = 8 \end{cases}$$

Μονάδες 12

Θέμα 3^ο

A. Να χαρακτηρίσετε ως Σωστή (Σ) ή Λάθος (Λ) κάθε μια από τις επόμενες προτάσεις

i. $\sqrt{(1-\sqrt{2})^2} = 1-\sqrt{2}$

ii. $\sqrt[3]{a} \cdot \sqrt[3]{b} = \sqrt[3]{a \cdot b}$.

iii. Αν $\alpha \neq 0$ τότε η $\alpha\chi + \beta = 0$ έχει μοναδική λύση την $\chi = -\frac{\alpha}{\beta}$.

iv. Η εξίσωση $|3\chi - 7| = -4$ είναι αδύνατη.

v. $\frac{5}{\sqrt{5}} = 5$

Μονάδες 10

B. Για τις διάφορες τιμές του λ να λυθεί το σύστημα:
$$\begin{cases} \lambda\chi + 2\psi = 4 \\ 2\chi + \lambda\psi = \lambda^2 \end{cases}$$

Μονάδες 15

Θέμα 4^ο

A. Να λύσετε την ανίσωση, $(-\chi^2 + 5\chi - 7) \cdot (\chi^2 - 1) \cdot (\chi - 3) < 0$ Μονάδες 25

B. Να γίνει γινόμενο η παράσταση $x^5 - \lambda^5$. Μονάδες 10

Γ. Να απλοποιήσετε την παράσταση $\frac{x^2 + \lambda \cdot x \cdot (5\lambda - 1) - 5\lambda^3}{x^5 - \lambda^5}$ Μονάδες 5

ΘΕΜΑΤΑ

Θέμα 1^ο

A. Αν χ_1, χ_2 οι ρίζες της $a\chi^2 + \beta\chi + \gamma = 0$ να δειχτεί ότι

$$S = \chi_1 + \chi_2 = -\frac{\beta}{a} \quad P = \chi_1 \cdot \chi_2 = \frac{\gamma}{a} \quad \text{Μονάδες 16}$$

B. Τι συμπέρασμα προκύπτει για το πρόσημο των ριζών της $a\chi^2 + \beta\chi + \gamma = 0$ όταν:

$$\Delta > 0, \quad S > 0, \quad P > 0 \quad \text{Μονάδες 3}$$

$$\Delta > 0, \quad S < 0, \quad P < 0 \quad \text{Μονάδες 3}$$

$$\Delta > 0, \quad S < 0, \quad P > 0 \quad \text{Μονάδες 3}$$

Θέμα 2^ο

A. Να λυθεί η εξίσωση $|\chi + 4| = 2|\chi + 1|$ Μονάδες 8

B. Ομοίως η $|\chi - 1| > 4$ Μονάδες 8

C. Ομοίως η $\frac{|x-1|-4}{2} + \frac{5}{3} < \frac{|x-1|}{3}$ Μονάδες 9

Θέμα 3^ο

Να λυθεί και να διερευνηθεί το σύστημα:

$$(2-\lambda)\chi + \psi = \lambda + 4$$

$$(\lambda + 4)\chi + (3\lambda + 2)\psi = 8 - 7\lambda$$

Μονάδες 25

Θέμα 4^ο

A. Να λυθούν οι εξισώσεις $\chi^2 - 7\chi + 12 = 0$

$$\chi^2 + 3\chi + 4 = 0$$

$$\chi^2 - 5\chi = 0$$

Μονάδες 9

B. Να λυθεί η ανίσωση

$$\frac{(x^2 - 5x)(x^2 + 3x + 4)}{x^2 - 7x + 12} \leq 0$$

με τη βοήθεια του πίνακα τιμών.

Μονάδες 16

ΘΕΜΑΤΑ

Θέμα 1^ο

A. Να χαρακτηρίσετε ως Σωστό ή Λάθος κάθε μια από τις παρακάτω προτάσεις

a. $\sqrt{(1-\sqrt{3})^2} = 1 - \sqrt{3}$.

b. $\sqrt{36} = \sqrt{(-9) \cdot (-4)} = \sqrt{(-9)} \cdot \sqrt{(-4)}$.

c. Αν $\alpha > \frac{\beta}{2}$ τότε $|2\alpha - \beta| = 2\alpha - \beta$

Μονάδες 3×5

B. Να αποδείξετε ότι,

a. $\frac{1}{\sqrt{3}-\sqrt{2}} = \sqrt{3} + \sqrt{2}$

b. $\alpha^2 + \beta^2 \geq 2\alpha\beta$

Μονάδες 2×5

Θέμα 2^ο

Να λυθεί η ανίσωση: $\frac{5 \cdot |2\chi - 1|}{3} - \frac{1}{2} \leq \frac{3|2\chi - 1|}{2}$

Μονάδες 25

Θέμα 3^ο

Να λυθεί το σύστημα:
$$\begin{cases} 2(\chi - 1) - 3(\psi - 2) = 3 \\ \frac{\chi}{2} + \frac{\psi}{3} = 3 \end{cases}$$

Μονάδες 25

Θέμα 4^ο

a. Να λυθούν οι εξισώσεις: $2\chi^2 - \chi - 1 = 0$ και $3\chi^2 + 2\chi - 5 = 0$

Μονάδες 2×7

b. Να απλοποιηθεί το κλάσμα: $\frac{2\chi^2 - \chi - 1}{3\chi^2 + 2\chi - 5}$

Μονάδες 11

ΘΕΜΑΤΑ

Θέμα 1^ο

A. Να δώσετε τον ορισμό της απόλυτης τιμής ενός πραγματικού αριθμού α .

Μονάδες 5

B. Να συμπληρώσετε και στη συνέχεια να αποδείξετε την ιδιότητα

$$\text{αν } \theta > 0 \text{ τότε } |\chi| < \theta \Leftrightarrow \dots\dots\dots$$

Μονάδες 10

Γ. Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν με τις λέξεις **Σωστό** ή **Λάθος**

α) $|\alpha| \leq -\alpha$ και $|\alpha| \leq \alpha$

Μονάδες 2

β) $|\chi| = \alpha \Leftrightarrow \chi = \alpha$ ή $\chi = -\alpha$

Μονάδες 2

γ) $|\alpha\beta| = |\alpha| |\beta|$

Μονάδες 2

δ) $|\alpha + \beta| = |\alpha| + |\beta|$

Μονάδες 2

ε) $|\chi^2 - 5\chi + 6| = \chi^2 - 5\chi + 6$ για κάθε $\chi \in \mathbb{R}$

Μονάδες 2

Θέμα 2^ο

Δίνεται ευθεία ϵ_1 με εξίσωση $y = -\frac{4}{3}\chi + 4$

A. Να βρείτε τα σημεία A και B στα οποία τέμνει τους άξονες $\chi'\chi$ και $y'y$ αντίστοιχα

Μονάδες 10

B. Να υπολογίσετε την απόσταση των σημείων A και B.

Μονάδες 5

Γ. Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας ϵ_2 που είναι παράλληλη προς την ϵ_1 και διέρχεται από το σημείο $(0, -4)$.

Μονάδες 10

Θέμα 3^ο

Δίνεται η εξίσωση $2\chi^2 - (\lambda^2 - 1)\chi - 2 = 0$

A. Να δείξετε ότι για κάθε τιμή του πραγματικού αριθμού λ η εξίσωση έχει ρίζες πραγματικές και άνισες.

Μονάδες 5

B. Να βρείτε για ποια τιμή του λ η εξίσωση έχει ρίζες αντίθετες.

Μονάδες 5

Γ. Να βρείτε για ποια τιμή του λ η εξίσωση έχει ρίζες αντίστροφες.

Μονάδες 5

Δ. Αν χ_1, χ_2 είναι οι ρίζες της εξίσωσης, να βρείτε για ποια τιμή

του λ θα ισχύει $(\chi_1 + \chi_2)^2 - 2\chi_1\chi_2 = 6$

Μονάδες 10

Θέμα 4^ο

Για τις διάφορες τιμές του πραγματικού αριθμού λ να λύσετε το σύστημα

$$(\lambda - 2)\chi + 5y = 5$$

$$\chi + (\lambda + 2)y = 5$$

Μονάδες 25

ΘΕΜΑΤΑ

Θέμα 1^ο

d. Να δώσετε τον ορισμό της απόλυτης τιμής πραγματικού αριθμού;

Μονάδες 8

e. Να αποδείξετε ότι, $|α·β|=|α|·|β|$

Μονάδες 17

Θέμα 2^ο

Δίνεται η εξίσωση: $(χ - 2)^2 + λ(χ - 3) = χ^2 - 8$

a. Να βρείτε το λ ώστε να έχει μία λύση

Μονάδες 15

b. Να βρείτε το λ ώστε να είναι αόριστη

Μονάδες 10

Θέμα 3^ο

Για ποιες τιμές του $α ∈ ℝ$ οι ευθείες $ε_1: ψ = (2α + 1)·χ + 3$ και $ε_2: ψ = (α - 1)·χ - 5$ είναι:

a. Παράλληλες

Μονάδες 10

b. Κάθετες

Μονάδες 15

Θέμα 4^ο

Δίνεται η εξίσωση $λχ^2 - 4χ + 8 = 0$ $λ ∈ ℝ$

a. Να βρείτε το λ ώστε η εξίσωση να έχει μία λύση, την οποία να βρείτε:

Μονάδες 10

b. Να βρείτε το λ ώστε η εξίσωση να έχει διπλή λύση.

Μονάδες 15

ΘΕΜΑΤΑ

Θέμα 1^ο

Να γράψετε και να αποδείξετε τους τύπους που δίνουν το άθροισμα και το γινόμενο των ριζών της εξισώσεως $ax^2 + bx + \gamma = 0$, $a \neq 0$ όταν $\Delta > 0$

Μονάδες 4 + 4 + 8,5 + 8,5

Θέμα 2^ο

Να αντιστοιχίσετε τη στήλη Α με τη στήλη Β:

ΣΤΗΛΗ Α	ΣΤΗΛΗ Β
1) $\frac{3-\sqrt{2}}{3+\sqrt{2}}$	a) $\sqrt[3]{2}$
2) $\sqrt[5]{2\sqrt{2}\sqrt[3]{2}}$	b) -14
3) $ x-1 \geq 4$	c) $x \in [-3, 5]$
4) $ x-1 \leq 4$	d) $\frac{11-6\sqrt{2}}{7}$
5) $(\sqrt{8}-\sqrt{18}) \cdot (\sqrt{50}+\sqrt{72}-\sqrt{32})$	e) $x \in (-\infty, -3] \cup [5, +\infty)$

Μονάδες 5×5

Θέμα 3^ο

Να βρεθεί το πρόσημο του γινομένου:

$$P(x) = (2-3x) \cdot (x^2-x-2) \cdot (x^2-x+1)$$

Μονάδες 25

Θέμα 4^ο

Να λυθεί και να διερευνηθεί το σύστημα:
$$\begin{cases} \lambda x - 3y = 4 \\ x - y = \frac{4}{3} \end{cases}$$

Μονάδες 25

ΘΕΜΑΤΑ

Θέμα 1^ο

A. Αν α, β είναι πραγματικοί αριθμοί, να δείξετε ότι: $|\alpha + \beta| \leq |\alpha| + |\beta|$ Πότε ισχύει η ισότητα; Μονάδες 12,5

B. Αν, $|\chi| \leq 1$ και $|\psi| \leq 2$ δείξτε ότι ισχύει: $|\chi + 3\psi| \leq 7$ Μονάδες 12,5

Θέμα 2^ο

Δίνεται η εξίσωση : $\chi^2 + \chi + \lambda - 1 = 0 \quad \lambda \in \mathbb{R}$.

1) Η εξίσωση αυτή έχει δύο ρίζες πραγματικές και άνισες, όταν:

A. $\lambda > \frac{4}{5}$ B. $\lambda < \frac{5}{4}$ Γ. $\lambda \leq \frac{5}{4}$ Δ. $\lambda = \frac{4}{5}$ Μονάδες 5

2) Χωρίς να υπολογίσετε τις ρίζες χ_1 και χ_2 της εξίσωσης, υπολογίστε τις τιμές των παραστάσεων: $\chi_1 + \chi_2$, $\chi_1 \cdot \chi_2$, $\chi_1^2 + \chi_2^2$ Μονάδες 10

3) Για ποια τιμή του λ είναι: $\chi_1 \cdot \chi_2 + 3(\chi_1 + \chi_2) + 5 = 0$; Μονάδες 10

Θέμα 3^ο

Δίνεται το σύστημα: $\lambda\chi + \psi = \lambda^2$

$$\chi + \lambda\psi = 1 \quad \lambda \in \mathbb{R}$$

1) Να λυθεί το σύστημα για $\lambda = -2$ Μονάδες 5

2) Να υπολογίσετε τις ορίζουσες: D , D_x και D_y . Μονάδες 10

Να βρεθεί η τιμή του λ ώστε το παραπάνω σύστημα να έχει άπειρες λύσεις. Κατόπιν να βρείτε τη μορφή των άπειρων λύσεων. Μονάδες 10

Θέμα 4^ο

Έστω η συνάρτηση f με τύπο : $f(\chi) = \sqrt[3]{-\chi^2 + \chi + 6}$.

1) Βρείτε το πεδίο ορισμού της. Μονάδες 7

2) Να λυθεί, ως προς χ , η εξίσωση: $|\chi - f(3)| = 2$ Μονάδες 8

3) Να δείξετε ότι οι ευθείες με εξισώσεις: $\psi = [f(1)]^2 \cdot \chi$ και $\psi = \frac{6}{f(0)}\chi + 2004$ είναι παράλληλες. Μονάδες 10

ΘΕΜΑΤΑ

Θέμα 1^ο

Αν χ_1, χ_2 ρίζες της εξίσωσης $ax^2 + bx + \gamma = 0, a \neq 0$, να συμπληρώσετε τα κενά που ακολουθούν:

- a. Το άθροισμα των ριζών της εξίσωσης (1) συμβολίζεται με και ισούται με

Μονάδες 12, 5

- b. Το γινόμενο των ριζών της εξίσωσης (1) συμβολίζεται με και ισούται με

Μονάδες 12, 5

Θέμα 2^ο

Έστω $f(\chi) = \chi^2 - \chi - 2$

Να εξετάστε αν καθεμία από τις προτάσεις που ακολουθούν είναι σωστή (Σ) ή λάθος (Λ).

a. $f(-2 \cdot 10^{2004}) < 0$

b. $f(2 \cdot 10^{-2004}) > 0$

c. $f(2 \cdot 10^{2004}) > 0$

Μονάδες 25

Θέμα 3^ο

Έστω η $f(\chi) = \sqrt{1 - |\chi - 2|}$

- a. Να δείξετε ότι το πεδίο ορισμού της f είναι το $[1, 3]$.
- b. Να βρείτε τα σημεία στα οποία η C_f τέμνει τον άξονα $\chi\chi$.
- c. υπάρχουν σημεία της C_f κάτω από τον άξονα $\chi\chi$.

Μονάδες 25

Θέμα 4^ο

Έστω η συνάρτηση $f(\chi) = a\chi^2 + \beta\chi + \gamma, a, \beta, \gamma \in \mathbb{R}, a \neq 0$.

Αν για τους a, β, γ ισχύουν οι σχέσεις $\beta^2 - 4a\gamma < 0$ και $a + \gamma > -\beta$

να δειχθεί ότι $a > 0$ και $\gamma > 0$.

Μονάδες 25

ΘΕΜΑΤΑ

Θέμα 1^ο

Α. Έστω η δευτεροβάθμια εξίσωση $ax^2+bx+\gamma=0$, με $a \neq 0$ και x_1, x_2 οι ρίζες αυτής. Αν S είναι το άθροισμα και P το γινόμενο των x_1, x_2 ναδειχθεί ότι: **i)** $S = -\frac{\beta}{\alpha}$ και **ii)** $P = \frac{\gamma}{\alpha}$

Μονάδες 13

Β. Έστω η εξίσωση $ax^2 + bx + \gamma = 0$, με $a \neq 0$ και ρίζες x_1, x_2 .

i) Αν $x_1 = 3$ και $P = 3$ να υπολογιστεί η τιμή του S .

ii) Αν οι ρίζες x_1, x_2 της παραπάνω εξίσωσης είναι αντίθετοι αριθμοί να υπολογισθεί η τιμή του β .

iii) Αν η παραπάνω εξίσωση έχει ρίζες $x_1, x_2 > 0$ να κυκλώσετε το αντίστοιχο σωστό γράμμα παρακάτω:

A. $\Delta > 0, P > 0, S > 0$

B. $\Delta = 0, P = 0, S > 0$

Γ. $\Delta > 0, P = 0, S < 0$

Δ. $\Delta < 0, P > 0, S < 0$

E. $\Delta > 0, P > 0, S = 0$

Μονάδες 12

Θέμα 2^ο

Δίνεται η ευθεία (ϵ_1) με εξίσωση

$$(\epsilon_1): y = \frac{\lambda - 1}{\lambda + 1} \cdot x + 2\lambda, \lambda \neq -1$$

i) Να βρεθεί το λ ώστε η ευθεία (ϵ_1) να είναι παράλληλη με την ευθεία (ϵ_2) με εξίσωση

$$(\epsilon_2): y = 2x + 2$$

Μονάδες 6

ii) Αν η ευθεία (ϵ_1) σχηματίζει με τον άξονα $x'x$ γωνία $\hat{\omega}_2$, και η ευθεία (ϵ_2) σχηματίζει με τον άξονα $x'x$ γωνία $\hat{\omega}_1$, να υπολογιστούν οι: $\epsilon\varphi\omega_1$ και $\epsilon\varphi\omega_2$. Μονάδες 4

iii) Αν η ευθεία (ϵ_1) τέμνει τον άξονα $y'y$ στο A και τον άξονα $x'x$ στο B , η δε ευθεία (ϵ_2) τέμνει τον άξονα $y'y$ στο Γ να βρεθεί σημείο Δ του άξονα $y'y$ που να ισαπέχει από τα σημεία Γ και Δ . Μονάδες 7

iv) Να υπολογιστεί η απόσταση των σημείων Γ και B . Μονάδες 8

Θέμα 3^ο

Α. Να λυθεί η ανίσωση $2 < |x-1| < 4$

Μονάδες 13

Β. Αν $x_1 = -2$ και $x_2 = 4$ όπου x_1, x_2 οι ακέραιες λύσεις της παραπάνω ανίσωσης και $f(x)$ μιας γνησίως αύξουσα συνάρτηση στο \mathbb{R} και $g(x)$ μια γνησίως φθίνουσα συνάρτηση στο \mathbb{R} να βάλετε το κατάλληλο από τα σύμβολα ($>$, $<$, $=$) παρακάτω:

i. $f(x_1) \dots f(x_2)$

ii. $g(x_1) \dots g(x_2)$

iii. $f(g(x_1)) \dots f(g(x_2))$

iv. $g(f(x_1)) \dots g(f(x_2))$

Μονάδες 12

Θέμα 4^ο

Δίνεται το σύστημα με αγνώστους.
$$\begin{cases} 2x + y = 3 - \lambda \\ 5x + 3y = 5 + 2\lambda \end{cases}, \lambda \in \mathbb{R}$$

i) Να δεχθεί ότι το σύστημα έχει μοναδική λύση (x_0, y_0) για οποιαδήποτε τιμή του $\lambda \in \mathbb{R}$

Μονάδες 7

ii) Να βρεθεί η μοναδική αυτή λύση (x_0, y_0) συναρτήσει του λ Μονάδες 8

iii) Για ποια τιμή του λ η λύση (x_0, y_0) που βρήκατε στο **ii)** ερώτημα επαληθεύει τη σχέση $x_0 + y_0 = 8015$ Μονάδες 10

ΘΕΜΑΤΑ

Θέμα 1^ο

A. Αν $\theta > 0$ τότε να δείξετε ότι $|x| < \theta \Leftrightarrow -\theta < x < \theta$. Μονάδες 16

B. Συμπληρώσετε τα κενά όπως δείχνει η πρώτη γραμμή .

Απόλυτη τιμή	Ανισότητα
$ x - 2 < 3$	$-1 < x < 5$
$ x \leq 4$
$ 3x + 4 > 7$
.....	$-2 < x < 6$

Μονάδες $3 \times 3 = 9$

Θέμα 2^ο

Στις παρακάτω προτάσεις επιλέξτε τη σωστή απάντηση.

a. Το σύστημα $\begin{cases} 5x + ky = 15 \\ x + 2y = 3 \end{cases}$ είναι αόριστο για $k =$

A) 1, B) 2, Γ) 4, Δ) 6, E) Κανένα από τα προηγούμενα .

b. Οι ευθείες : $y = (k - 2)x + 4$ και $y = kx + 2$ είναι κάθετες για $k =$

A) 0, B) -1, Γ) 1, Δ) 2, E) Κανένα από τα προηγούμενα .

c. Το πεδίο ορισμού της συνάρτησης με τύπο $f(x) = \sqrt{|x| - 7}$ είναι το:

A) $(-\infty, -7) \cup (7, +\infty)$, B) $[7, +\infty)$, Γ) $[-7, 7]$, Δ) $(-\infty, -7] \cup [7, +\infty)$

E) Κανένα από τα προηγούμενα .

d. Αν η εξίσωση $(\lambda - 3) \cdot (\lambda - 1) \cdot x = (\lambda - 4) \cdot (\lambda - 2) \cdot (\lambda - 1)$ είναι αόριστη τότε το λ είναι ίσο με :

A) 4, B) 1, Γ) 2, Δ) 3, E) Κανένα από τα προηγούμενα .

e. Η παράσταση $\frac{\sqrt{x^2 - 10x + 25}}{30 - 6x}$ για $x < 5$ ισούται με :

A) $\frac{1}{6}$, B) $-\frac{1}{6}$, Γ) $\frac{x - 5}{6}$, Δ) $-\frac{x - 5}{6}$, E) Κανένα από τα προηγούμενα.

Μονάδες $5 \times 5 = 25$

Θέμα 3^ο

Δίνεται η εξίσωση $5x^2 - k^2x - 4 = 0$ (1)

A. Να δείξετε ότι η εξίσωση έχει πάντα πραγματικές λύσεις .

Μονάδες 6

B. Αν x_1, x_2 οι ρίζες της εξίσωσης (1), να αποδείξετε ότι :

i) $x_1^2 + x_2^2 = \frac{k^4 + 40}{25}$ και ii) $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = -\frac{k^2}{4}$

Μονάδες 13

C. Να βρεθεί η εξίσωση με ρίζες τους : $x_1^2 + x_2^2, \frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2}$

Μονάδες 6

Θέμα 4^ο

Δίνεται το σύστημα $\begin{cases} (\lambda + 2)x - 3y = 2\lambda + 3 \\ x + \lambda y = 3 \end{cases}$

A. Δείξτε ότι το παραπάνω σύστημα έχει ,για κάθε τιμή του πραγματικού αριθμού λ μοναδική λύση (x_0, y_0) .

Μονάδες 6

B. Να βρεθεί η μοναδική λύση (x_0, y_0)

Μονάδες 9

C. Αποδείξτε πως αν ισχύει : $x_0 + 3y_0 = 7$ τότε $\lambda = -1$ ή $\lambda = -\frac{3}{5}$

Μονάδες 10

ΘΕΜΑΤΑ

Θέμα 1^ο

A. Έστω χ_1 και χ_2 οι ρίζες της εξίσωσης $\alpha\chi^2 + \beta\chi + \gamma = 0$, $\alpha \neq 0$.

α) Να αποδείξετε ότι $\chi_1 + \chi_2 = -\frac{\beta}{\alpha}$ Μονάδες 6

β) Να αποδείξετε ότι $\chi_1 \cdot \chi_2 = \frac{\gamma}{\alpha}$ Μονάδες 8

B.

i) Να δοθεί ο ορισμός της απόλυτης τιμής ενός πραγματικού αριθμού a . Μονάδες 5

ii) Να αποδείξετε ότι η απόλυτη τιμή του γινομένου δύο αριθμών ισούται με το γινόμενο των απόλυτων τιμών τους, δηλ. $|a \cdot b| = |a| \cdot |b|$ Μονάδες 6

Θέμα 2^ο

Να χαρακτηρίσετε ως Σωστή (Σ) ή Λάθος (Λ) καθεμιά από τις παρακάτω προτάσεις:

a. $|x|=7$ τότε $x=7$ ή $x=-7$ Σ Λ

b. $|a + b| = |a| + |b|$ όταν a, b ετερόσημοι Σ Λ

c. Αν $a < b$ τότε ισχύει πάντα $|a| < |b|$ Σ Λ

d. $|2x^2 + 3x - 7| = |-2x^2 - 3x + 7|$ Σ Λ

e. Αν $|x| \leq 5$ τότε $-5 \leq x \leq 5$ Σ Λ

Μονάδες 25

Θέμα 3^ο

Να βρείτε το $\lambda \in \mathcal{R}$ ώστε οι ευθείες:

$$\psi = (\lambda^2 - 1) \cdot x + 62 \quad \text{και}$$

$$\psi = 3\lambda \cdot (\lambda - 1) \cdot x - 15 \quad \text{να είναι παράλληλες.}$$

Μονάδες 25

Θέμα 4^ο

Ο Φοίβος και η Αθηνά βγαίνουν από το κυλικείο του σχολείου, όπου αγόρασαν κρουασάν και τυρόπιτες. Ένας φίλος τους ρωτάει:

«Πόσο κοστίζει η τυρόπιτα και πόσο το κρουασάν»;

- Φοίβος: Πλήρωσα 7 ΕΥΡΩ για 4 κρουασάν και 5 τυρόπιτες.
- Αθηνά: Πλήρωσα 5 ΕΥΡΩ για 6 κρουασάν και 2 τυρόπιτες.

Μπορείτε να τους βοηθήσετε να βρουν την απάντηση;

Μονάδες 25

ΘΕΜΑΤΑ

Θέμα 1^ο

A. Αν χ_1, χ_2 είναι ρίζες της εξίσωσης $\alpha\chi^2 + \beta\chi + \gamma = 0$, $\alpha \neq 0$, να δείξετε ότι:

$$S = \chi_1 + \chi_2 = -\frac{\beta}{\alpha} \quad \text{Μονάδες 10}$$

B. Να χαρακτηρίσετε Σ (σωστό) ή Λ (λάθος), τις παρακάτω προτάσεις:

1. Η εξίσωση $\alpha\chi = \beta$, με $\alpha = 0$ και $\beta \neq 0$ με άγνωστο το χ έχει! άπειρες λύσεις.

2. Ισχύει $|\chi| = |\alpha| \Leftrightarrow \chi = \alpha$ ή $\chi = -\alpha$.

3. Αν $\Delta = 0$ τότε η εξίσωση $\alpha\chi^2 + \beta\chi + \gamma = 0$, $\alpha \neq 0$, έχει μία διπλή ρίζα, την $\chi = -\frac{\beta}{\alpha}$

4. Η ευθεία $\psi = -2$ είναι παράλληλη στον άξονα $\chi' \chi$.

5. Αν $\chi^v = a$, $a > 0$, και v άρτιος, τότε $\chi = \sqrt[v]{a}$ Μονάδες 15

Θέμα 2^ο

Δίνονται οι ευθείες $\psi = \lambda\chi + 2001$ και $\psi = (2\lambda - 1)\chi + 2000$.

a. Να βρείτε το λ ώστε οι ευθείες να είναι παράλληλες. Μονάδες 10

b. Αν $\lambda = 2$ να βρείτε το σημείο τομής των δύο ευθειών. Μονάδες 15

Θέμα 3^ο

Δίνονται οι συναρτήσεις $f(\chi) = \chi^2 - 5\chi + 6$ και $g(\chi) = 2\chi^2 - 3\chi - 2$.

a. Απλοποιήστε την παράσταση $K = \frac{f(\chi)}{g(\chi)}$ με $\chi \neq 2$ και $\chi \neq \frac{1}{2}$

Μονάδες 10

b. Λύστε την ανίσωση $g(\chi) < f(\chi)$ Μονάδες 15

Θέμα 4^ο

a. Να λύσετε την ανίσωση $|\chi + 1| \leq 7$ Μονάδες 10

b. Να λύσετε την ανίσωση $|\chi - 5| > 3$ Μονάδες 10

a. Να βρείτε τις τιμές του χ για τις οποίες συναληθεύουν οι παραπάνω ανισώσεις

Μονάδες 5

ΘΕΜΑΤΑ

Θέμα 1^ο

A. Αν χ_1, χ_2 είναι ρίζες της εξίσωσης $\alpha\chi^2 + \beta\chi + \gamma = 0$, $\alpha \neq 0$, να δείξετε ότι:

$$S = \chi_1 + \chi_2 = -\frac{\beta}{\alpha} \quad \text{Μονάδες 10}$$

B. Να χαρακτηρίσετε Σ (σωστό) ή Λ (λάθος), τις παρακάτω προτάσεις:

1. Η εξίσωση $\alpha\chi = \beta$, με $\alpha = 0$ και $\beta \neq 0$ με άγνωστο το χ έχει! άπειρες λύσεις.

2. Ισχύει $|\chi| = |\alpha| \Leftrightarrow \chi = \alpha$ ή $\chi = -\alpha$.

3. Αν $\Delta = 0$ τότε η εξίσωση $\alpha\chi^2 + \beta\chi + \gamma = 0$, $\alpha \neq 0$, έχει μία διπλή ρίζα, την $\chi = -\frac{\beta}{\alpha}$

4. Η ευθεία $\psi = -2$ είναι παράλληλη στον άξονα $\chi' \chi$.

5. Αν $\chi^v = a$, $a > 0$, και v άρτιος, τότε $\chi = \sqrt[v]{a}$ Μονάδες 15

Θέμα 2^ο

Δίνονται οι ευθείες $\psi = \lambda\chi + 2001$ και $\psi = (2\lambda - 1)\chi + 2000$.

a. Να βρείτε το λ ώστε οι ευθείες να είναι παράλληλες. Μονάδες 10

b. Αν $\lambda = 2$ να βρείτε το σημείο τομής των δύο ευθειών. Μονάδες 15

Θέμα 3^ο

Δίνονται οι συναρτήσεις $f(\chi) = \chi^2 - 5\chi + 6$ και $g(\chi) = 2\chi^2 - 3\chi - 2$.

a. Απλοποιήστε την παράσταση $K = \frac{f(\chi)}{g(\chi)}$ με $\chi \neq 2$ και $\chi \neq \frac{1}{2}$

Μονάδες 10

b. Λύστε την ανίσωση $g(\chi) < f(\chi)$ Μονάδες 15

Θέμα 4^ο

a. Να λύσετε την ανίσωση $|3\chi + 1| \leq 7$ Μονάδες 10

b. Να λύσετε την ανίσωση $|2\chi - 5| > 3$ Μονάδες 10

a. Να βρείτε τις τιμές του χ για τις οποίες συναληθεύουν οι παραπάνω ανισώσεις

Μονάδες 5

ΘΕΜΑΤΑ

Θέμα 1^ο

Α. Ναδειχθεί ότι : Αν $\theta > 0$, τότε $|x| \leq \theta \Leftrightarrow -\theta \leq x \leq \theta$. Μονάδες 13

Β .α. Ποια συνάρτηση λέγεται άρτια και ποια περιττή ; Μονάδες 6

β. Αν $a, \beta \geq 0$, να συμπληρώσετε τις ισότητες :

$\sqrt[n]{a \cdot \beta} = \dots\dots\dots$, $\sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{\beta} = \dots\dots\dots$, $\sqrt[n]{\sqrt[n]{a}} = \dots\dots\dots$ Μονάδες 6

Θέμα 2^ο

Να λυθεί η ανίσωση : $\frac{2|x-3|}{3} + \frac{5-|x-3|}{2} \geq \frac{4|x-3|+3}{6}$. Μονάδες 25

Θέμα 3^ο

Δίνεται το σύστημα :
$$\begin{cases} \lambda x + \psi = 1 \\ 9x + \lambda \psi = 3 \end{cases}$$

α. Να βρεθούν οι ορίζουσες D , D_x , D_ψ του συστήματος Μονάδες 15

β. Για ποια τιμή του λ το σύστημα έχει άπειρες λύσεις ; Μονάδες 10

Θέμα 4^ο

Δίνεται η εξίσωση : $x(x + 4\lambda) + 3\lambda^2 = 5\lambda - 6$.

α. Να την φέρετε στη μορφή $ax^2 + bx + \gamma = 0$. Μονάδες 6

β. Για ποιες τιμές του λ , η εξίσωση έχει δύο πραγματικές ρίζες άνισες ; Μονάδες 12

γ. Αν x_1, x_2 είναι οι ρίζες της εξίσωσης , για ποια τιμή του λ ισχύει

$10x_1 + 10x_2 = -80$; Μονάδες 7

Δίνεται: $\sqrt{49} = 7$, $\sqrt{784} = 28$

ΘΕΜΑΤΑ

Θέμα 1^ο

A. Να αποδείξετε ότι: $|α \cdot β| = |α| \cdot |β|$

Μονάδες 13

B. Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στο τετράδιό σας τη λέξη Σωστό ή Λάθος δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση.

α. $|α| \leq α$ και $|α| \geq -α$

Μονάδες 3

β. $|χ| = |α| \Leftrightarrow χ = \pm α$

Μονάδες 3

γ. $|χ| \geq θ \Leftrightarrow -θ \leq χ \leq θ, θ > 0$

Μονάδες 3

δ. $|α + β| > |α| + |β|$

Μονάδες 3

Θέμα 2^ο

Δίνεται η εξίσωση: $χ^2 + 4χ + 2 = 0$. Αν $ρ_1$ και $ρ_2$ οι ρίζες της, να υπολογίσετε χωρίς να λύσετε την εξίσωση τις παρακάτω παραστάσεις:

α. $ρ_1 + ρ_2$ και $ρ_1 \cdot ρ_2$

Μονάδες 7

β. $\frac{1}{ρ_1} + \frac{1}{ρ_2}$

Μονάδες 8

γ. $\frac{1}{ρ_1^2} + \frac{1}{ρ_2^2}$

Μονάδες 10

Θέμα 3^ο

Να λυθεί και να διερευνηθεί το σύστημα:
$$\begin{cases} λχ + ψ = 2 \\ χ + λψ = 2 \end{cases}$$

Μονάδες 25

Θέμα 4^ο

Να λυθεί η ανίσωση: $\frac{χ^2 - 3χ + 2}{χ - 3} \leq 0$

Μονάδες 25

ΘΕΜΑΤΑ

Θέμα 1^ο

A. Να δώσετε τον ορισμό της απόλυτης τιμής ενός πραγματικού αριθμού α .

B. Να συμπληρώσετε τις παρακάτω ιδιότητες των απολύτων

Αν $\theta > 0$, τότε $|\chi| > \theta \Leftrightarrow \dots\dots$

$$|\alpha|^2 = \dots\dots\dots$$

$$|\alpha + \beta| = \dots\dots\dots$$

Αν $\theta > 0$, τότε $|\chi| < \theta \Leftrightarrow \dots\dots$

$$|\chi| = |\alpha| \Leftrightarrow \dots\dots$$

Μονάδες 10

Γ. Να αποδείξετε ότι για κάθε πραγματικό αριθμό και β ισχύει: $|\alpha \cdot \beta| = |\alpha| \cdot |\beta|$

Μονάδες 7

Θέμα 2^ο

A. Να αποδείξετε ότι $\sqrt[3]{2} \cdot \sqrt[3]{3 - \sqrt{5}} \cdot \sqrt[3]{3 + \sqrt{5}} = 2$

Μονάδες 10

B. Αν $\chi = \sqrt{3} - 2$ και $\psi = 2 + \sqrt{3}$, να βρεθεί η τιμή της παράστασης $\chi^2 - \chi\psi + \psi^2$

Μονάδες 15

Θέμα 3^ο

Δίνεται το σύστημα
$$\begin{cases} \lambda\chi + 4\psi = 8 \\ \chi + \lambda\psi = 4 \end{cases} \quad \lambda \in \mathbb{R}$$

A. Να αποδείξετε ότι αν $\lambda \neq -2$ και $\lambda \neq 2$, τότε το σύστημα έχει μοναδική λύση.

B. Αν $\lambda \neq -2$ και $\lambda \neq 2$, βρείτε την μοναδική λύση του συστήματος.

Γ. Να λύσετε το σύστημα για $\lambda = 2$

Μονάδες 9 + 8 + 8

Θέμα 4^ο

Δίνεται η εξίσωση: $\chi^2 - (2\lambda + 3)\chi - 2\lambda = 0$.

a. Αν χ_1 και χ_2 είναι ρίζες της εξίσωσης, να βρεθούν τα $\chi_1 + \chi_2$ και $\chi_1 \cdot \chi_2$.

b. Αν το -2 είναι η μία ρίζα της εξίσωσης, να βρεθεί η άλλη ρίζα.

c. Αν χ_1, χ_2 είναι οι ρίζες της εξίσωσης να βρεθούν οι τιμές του $\lambda \in \mathbb{R}$, ώστε να ισχύει

$$\chi_1^2 \cdot \chi_2 + \chi_2^2 \cdot \chi_1 \geq \lambda^2 + 1$$

Μονάδες 5 + 10 + 10.

ΘΕΜΑΤΑ

Θέμα 1^ο

- A. Να λυθεί η εξίσωση $\alpha\chi + \beta = 0$, για τις διάφορες τιμές των α και β . Μονάδες 13
B. Να χαρακτηρίσετε ως **Σωστό (Σ)** ή **Λάθος (Λ)** κάθε μια από τις επόμενες προτάσεις:

- a. Για κάθε πραγματικό αριθμό α ισχύει: $\sqrt{\alpha^2} = \alpha$.
b. Το $\psi = \alpha\chi^2 + \beta\chi + \gamma$ είναι ομόσημο του α για κάθε $\chi \in \mathbb{R}$ όταν $\Delta < 0$. ($\alpha \neq 0$)
c. Αν $\alpha > \beta$ και $\gamma > \delta$ τότε ισχύει πάντα: $\alpha\gamma > \beta\delta$ Μονάδες 6
Γ. Να συμπληρώσετε τις προτάσεις:
a. $|\chi| = |\alpha| \Leftrightarrow \dots\dots\dots$
b. Αν $\theta > 0$ τότε $|\chi| > \theta \Leftrightarrow \dots\dots\dots$
c. Αν $\Delta = 0$ τότε το $\psi = \alpha\chi^2 + \beta\chi + \gamma$ ($\alpha \neq 0$) είναι $\dots\dots\dots$ του α εκτός από την $\dots\dots\dots$

Μονάδες 6

Θέμα 2^ο

Δίνεται το σύστημα:
$$\begin{cases} 2\chi - \psi = 2\lambda^2 \\ -3\chi + 2\psi = \lambda - 3 \end{cases}$$

- a. Να αποδείξετε ότι έχει μοναδική λύση (χ_0, ψ_0) για κάθε $\lambda \in \mathbb{R}$ ή οποία και να βρεθεί.
b. Αν ισχύει η σχέση: $\chi_0 - \psi_0 \leq 0$ να βρεθούν οι τιμές του λ . Μονάδες 13 + 12

Θέμα 3^ο

Δίνεται η εξίσωση $\chi^2 + 2\chi - \lambda^2 = 0$

- a. Να αποδείξετε ότι έχει δύο ρίζες άνισες για κάθε $\lambda \in \mathbb{R}$ Μονάδες 5
b. Αν χ_1, χ_2 οι ρίζες τις εξίσωσης να βρείτε τα $\chi_1 + \chi_2$ και $\chi_1 \cdot \chi_2$. Μονάδες 8
c. Αν ισχύει $\frac{4}{\chi_1} + \frac{4}{\chi_2} = -\lambda$ με $\lambda \neq 0$ να βρείτε την τιμή του λ Μονάδες 12

Θέμα 4^ο

- a. Δίνεται το τριώνυμο $f(\chi) = 2\chi^2 - 3\chi + 1$ και η παράσταση $\kappa = \frac{f(\chi)}{1 - 2\chi}$ Μονάδες 7
b. Να βρεθούν οι τιμές του χ για τις οποίες ορίζεται η παράσταση κ . Μονάδες 4
c. Να αποδείξετε ότι: $\kappa = -\chi + 1$ Μονάδες 7
d. Να βρεθούν οι τιμές του χ ώστε να ισχύει $|\kappa| < 3$ Μονάδες 7

ΘΕΜΑΤΑ

Θέμα 1^ο

Α. Έστω x_1, x_2 οι ρίζες της εξίσωσης $ax^2 + bx + \gamma$ με $a \neq 0$.

Να υπολογίσετε το άθροισμα $S = x_1 + x_2$ και $P = x_1 \cdot x_2$ των ριζών Μονάδες 12

Β. Αν x_1, x_2 οι ρίζες της εξίσωσης $2x^2 - 6x - 5 = 0$ να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης:

$$\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} \quad \text{Μονάδες 13}$$

Θέμα 2^ο

Για ποιες τιμές του λ η εξίσωση $(\lambda^2 - 3\lambda + 2)x^2 + (\lambda - 2)x + 5 = 0$ έχει μία διπλή ρίζα.

Μονάδες 25

Θέμα 3^ο

Α. Να λυθεί η εξίσωση: $|2x + 5| = |3x + 7|$ Μονάδες 12

Β. Να λυθεί η ανίσωση: $|2x - 5| < 3$ Μονάδες 13

Θέμα 4^ο

Για τις διάφορες τιμές του μ να λύσετε το σύστημα. Μονάδες 25

$$\begin{cases} (\mu - 2)x + 5y = 5 \\ x + (\mu + 2)y = 5 \end{cases}$$

ΘΕΜΑΤΑ

Θέμα 1^ο

A. Έστω x_1, x_2 οι ρίζες της εξίσωσης $ax^2 + bx + \gamma$ με $a \neq 0$.

Να αποδείξετε ότι: $x_1 + x_2 = -\frac{\beta}{\alpha}$ και $x_1 \cdot x_2 = \frac{\gamma}{\alpha}$. Μονάδες 13

B. Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν γράφοντας στο φύλλο απαντήσεων τη λέξη **Σωστό** ή **Λάθος** δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση.

i. Για οποιουσδήποτε πραγματικούς αριθμούς α και β ισχύει: $|\alpha| + |\beta| = |\alpha + \beta|$

ii. Αν η ορίζουσα του συστήματος $\begin{cases} \alpha_1 x + \beta_1 y = \gamma_1 \\ \alpha_2 x + \beta_2 y = \gamma_2 \end{cases}$ είναι διαφορετική από το μηδέν, τότε

αυτό έχει άπειρες λύσεις.

iii. Αν $\alpha, \beta > 0$ ισχύει $\sqrt{\alpha} \cdot \sqrt{\beta} = \sqrt{\alpha \cdot \beta}$.

iv. Το πλήθος των ριζών της εξίσωσης $ax + b = 0$ με άγνωστο τον x εξαρτάται από τον πραγματικό αριθμό a . Μονάδες 12

Θέμα 2^ο

Δίνεται το σύστημα: $\begin{cases} (\lambda - 1)x + (\lambda + 1)y = \lambda \\ (\lambda + 2)x + (\lambda - 2)y = 2\lambda \end{cases}, \lambda \in \mathbb{R}$.

a. Να βρείτε την ορίζουσα D του συστήματος. Μονάδες 10

b. Πόσες λύσεις έχει το σύστημα για $\lambda = 0$ Μονάδες 5

c. Να λύσετε το σύστημα για $\lambda = -3$ Μονάδες 10

Θέμα 3^ο

Δίνεται η παράσταση $P(x) = (2x - 3) \cdot (x^2 + x - 2) \cdot (x^2 + 2x + 3)$.

a. Να βρείτε το πρόσημο των τιμών της παραπάνω παράστασης. Μονάδες 15

b. Να λύσετε την ανίσωση $P(x) \leq 0$. Μονάδες 10

Θέμα 4^ο

Δίνονται οι παραστάσεις: $B = 3x - 1$, $\Gamma = 2x^2 + 3x - 2$, $\Delta = 3x^2 + 5x - 2$ και $A = -\frac{B \cdot \Gamma}{\Delta}$

a. Να λύσετε την εξίσωση $\Delta = 0$ και να βρείτε τις τιμές του x για τις οποίες ορίζεται η παράσταση A . Μονάδες 8

b. Να αποδείξετε ότι για κάθε πραγματικό αριθμό x με $x \neq -2$ και $x \neq \frac{1}{3}$ ισχύει $A = -2x + 1$ Μονάδες 10

c. Να λύσετε την ανίσωση $|A| \geq 7$. Μονάδες 7

ΘΕΜΑΤΑ

Θέμα 1^ο

- a. Να ορίσετε την απόλυτη τιμή του x .
b. Να αποδείξετε ότι $|x \cdot y| = |x| \cdot |y|$
c. Πότε ισχύει η ισότητα: $|x + y| = |x| + |y|$

Θέμα 2^ο

Να κάνετε την αντιστοίχιση (γράψετε τα ζεύγη)

A. $\sqrt[6]{x^{11}} =$

α. $\sqrt[6]{x^5}$

B. $\sqrt[3]{x}\sqrt{x^3} =$

β. $x^6\sqrt{x^5}$

Γ. $\sqrt[3]{x}\sqrt{x^3} =$

γ. $x^2\sqrt[6]{x^5}$

Δ. $\frac{1}{\sqrt[6]{x}} =$

δ. $x^6\sqrt{x}$

E. $2x\sqrt[6]{x^5} - \sqrt[6]{x^{11}} =$

ε. τίποτα... από... τα ...ανώτερα.

- Το Δ να αντιστοιχιστεί στην ποσότητα που πολλαπλασιάζουμε ώστε να έχουμε ρητό παρονομαστή

Θέμα 3^ο

Να λυθεί: $x \leq \frac{2}{x+1} \leq x+3$

Θέμα 4^ο

Να βρεθεί ο τριψήφιος αριθμός που διαιρείται με το πέντε και το 9. Και όταν ανταλλάξουμε τις δεκάδες με τις εκατοντάδες προκύπτει αριθμός κατά 270 μικρότερος.

ΘΕΜΑΤΑ

Θέμα 1^ο

A. Να αποδείξετε ότι:

Η απόλυτη τιμή του αθροίσματος δύο αριθμών είναι ίση ή μικρότερη από το άθροισμα των απολύτων τιμών των αριθμών αυτών: $|α + β| \leq |α| + |β|$. Μονάδες 15

B. Να συμπληρώσετε τα κενά:

a. $|χ| = θ \Leftrightarrow \dots\dots$

b. $|α|^2 = \dots\dots\dots$

c. $|α \cdot β| = \dots\dots\dots$

d. $|χ| < 9 \Leftrightarrow \dots\dots$

e. $|\dots\dots| = 10 = |\dots\dots|$

Μονάδες 10

Θέμα 2^ο

Να λυθεί η εξίσωση: $\frac{2|χ|+1}{3} - \frac{|χ|-1}{2} = \frac{1}{2}$

Θέμα 3^ο

Δίνεται το σύστημα: $\begin{cases} (\mu - 2) \cdot \chi + 5\psi = 5 \\ \chi + (\mu + 2) \cdot \psi = 5 \end{cases}$

a. Να αποδείξετε ότι το σύστημα αυτό έχει μια λύση για οποιαδήποτε πραγματική τιμή του μ διάφορη του ± 3 . Μονάδες 15

b. Να λύσετε το παραπάνω σύστημα:

▪ όταν $\mu = 3$.

▪ όταν $\mu = -3$

Μονάδες 10

Θέμα 4^ο

Οι ρίζες της εξίσωσης, $\chi^2 - 5\chi + 3 = 0$ είναι χ_1, χ_2 :

a. Να υπολογίσετε τις τιμές των παραστάσεων

▪ $\chi_1 + \chi_2 =$

▪ $\chi_1 \cdot \chi_2 =$

▪ $\chi_1^2 + \chi_2^2 =$

▪ $\chi_1^3 + \chi_2^3 =$

▪ $2\chi_1^3 - 3\chi_1^2\chi_2 + 2\chi_2^3 - 3\chi_2^2\chi_1 =$

Μονάδες 20

b. Να βρείτε τις τιμές του $\lambda \in \mathbb{R}$ για τις οποίες είναι:

$\lambda^2 - (\chi_1 + \chi_2)\lambda + 6 > 0$

Μονάδες 5

ΘΕΜΑΤΑ

Θέμα 1^ο

A. Αν $\theta > 0$ να αποδείξετε ότι $|x| < \theta \Leftrightarrow -\theta < x < \theta$ Μονάδες 15

B. Ποιες από τις παρακάτω προτάσεις είναι σωστές (Σ) ή λανθασμένες (Λ).

a. $\sqrt{\alpha} = \sqrt[3]{\alpha^6}$, $\alpha \geq 0$

b. Αν $x < 0$ τότε $|x| > x$

c. $|\alpha + \beta| > |\alpha| + |\beta|$ για κάθε $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$

d. $\sqrt{\alpha + \beta} = \sqrt{\alpha} + \sqrt{\beta}$ για κάθε $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$

e. Αν ε_1 και ε_2 δύο διακεκριμένες ευθείες με εξισώσεις

$\varepsilon_1: \psi = \alpha_1 x + \beta_1$ και $\varepsilon_2: \psi = \alpha_2 x + \beta_2$ τότε ισχύει η ισοδυναμία: $\varepsilon_1 // \varepsilon_2 \Leftrightarrow \alpha_1 = \alpha_2$

Μονάδες $5 \times 2 = 10$

Θέμα 2^ο

Να υπολογίσετε τις παραστάσεις:

a. $A = \sqrt[5]{\sqrt{x^3 \sqrt{x}}}$, $x \geq 0$ Μονάδες 8

b. $B = \sqrt[6]{\alpha^5} \cdot \sqrt{\alpha} \cdot \sqrt[3]{\alpha^2}$, $\alpha \geq 0$ Μονάδες 8

c. $B = \sqrt[3]{4} \cdot \sqrt[3]{2 - \sqrt{2}} \cdot \sqrt[3]{2 + \sqrt{2}}$ Μονάδες 9

Θέμα 3^ο

A. Να λυθούν οι εξισώσεις:

a. $2x^2 - x + 2 = 0$ Μονάδες 6

b. $x^2 - 3x - 4 = 0$ Μονάδες 6

B. Να λυθεί η ανίσωση:

$(3 - 2x) \cdot (2x^2 - x + 2) \cdot (x^2 - 3x - 4) \leq 0$ Μονάδες 13

Θέμα 4^ο

Δίνονται οι ευθείες (γραφικές παραστάσεις συναρτήσεων)

$\varepsilon_1: \psi = (\alpha^2 - \alpha) \cdot x + 3$ και $\varepsilon_2: \psi = -x + \beta$, $\alpha, \beta, x \in \mathbb{R}$.

a. Να δείξετε ότι οι ευθείες $\varepsilon_1, \varepsilon_2$ δεν είναι παράλληλες για καμία τιμή του πραγματικού αριθμού $\alpha \in \mathbb{R}$. Μονάδες 9

b. Να δείξετε ότι $\alpha^2 - \alpha + 1 > 0$ για κάθε πραγματικό αριθμό $\alpha \in \mathbb{R}$.

Μονάδες 8

c. Να απλοποιηθεί η παράσταση: $A = \frac{|\alpha^2 - \alpha + 1|}{\alpha^3 - 2\alpha^2 + 2\alpha - 1}$, $\alpha \neq 1$. Μονάδες 8

ΘΕΜΑΤΑ

Θέμα 1^ο

A. Έστω x_1 και x_2 οι ρίζες της εξίσωσης : $ax^2 + bx + \gamma = 0$, $a \neq 0$. Αν με S συμβολίσουμε το άθροισμα $x_1 + x_2$ και με P το γινόμενο $x_1 \cdot x_2$ των ριζών αυτών τότε : Να αποδείξετε ότι :

$$S = -\frac{\beta}{\alpha}, \quad \text{Μονάδες 7}$$

a. Να συμπληρώσετε την ισότητα : $P = x_1 \cdot x_2 = \dots$. Μονάδες 7

B. Να κατασκευάσετε εξίσωση 2^{ου} βαθμού αν είναι γνωστό ότι οι ρίζες της έχουν άθροισμα $S = 5$ και γινόμενο $P = 6$. Μονάδες 4

Γ. Να σημειώσετε στην κόλλα σας (Σ) αν η πρόταση είναι σωστή ή (Λ) αν είναι λάθος .

a. Ισχύει πάντα: $|a \cdot \beta| = |a| \cdot |\beta|$ Σ Λ Μονάδες 3

b. Ισχύει πάντα: $\sqrt{a^2} = a$ Σ Λ Μονάδες 3

c. Ισχύει πάντα: $|a + \beta| \leq |a| + |\beta|$ Σ Λ Μονάδες 3

Θέμα 2^ο

Να λυθεί η εξίσωση: $\frac{|x+1|+1}{2} - \frac{2|x+1|}{5} = |x+1| - 4$ Μονάδες 25

Θέμα 3^ο

Να λύσετε την ανίσωση :

$$(2x - 3)(x^2 - 4x + 4)(-x^2 + 2x + 3) \leq 0 \quad \text{Μονάδες 25}$$

Θέμα 4^ο

Δίνεται το σύστημα : $\Sigma: \begin{cases} x + \lambda y = \lambda^2 \\ \lambda x + y = 1 \end{cases}$

A. Να βρεθούν οι ορίζουσες D , D_x , D_y . Μονάδες 12

B. Για ποιες τιμές του πραγματικού λ το σύστημα ,

a. Έχει μοναδική λύση;

b. Είναι αόριστο ; Μονάδες 9

Γ. Για την τιμή του λ για την οποία το σύστημα είναι αόριστο , να λυθεί η ανίσωση:

$$|x - \lambda| < 5 \quad \text{Μονάδες 4}$$

ΘΕΜΑΤΑ

Θέμα 1^ο

A. Έστω x_1 και x_2 οι ρίζες της εξίσωσης $ax^2 + bx + \gamma = 0$, $a \neq 0$.

Αν με **S** συμβολίσουμε το άθροισμα $x_1 + x_2$ και με **P** το γινόμενο $x_1 \cdot x_2$ των ριζών αυτών, τότε να αποδείξετε ότι :

a. $S = x_1 + x_2 = -\frac{\beta}{\alpha}$ Μονάδες 7

b. $P = x_1 \cdot x_2 = \frac{\gamma}{\alpha}$ Μονάδες 8

B. Για κάθε μια από τις επόμενες προτάσεις **α, β, γ, δ** και **ε**, να μεταφέρετε στη κόλλα σας το γράμμα της και δίπλα την ένδειξη (**Σ**), αν αυτή είναι **Σωστή** ή (**Λ**) αν αυτή είναι **Λάθος**.

a. αν $|x| = -3$, τότε $x = 3$ ή $x = -3$ Μονάδες 2

b. αν $\theta > 0$, τότε $|x| < \theta \Leftrightarrow -\theta < x < \theta$ Μονάδες 2

c. αν $\theta > 0$, τότε $|x| > \theta \Leftrightarrow x < -\theta$ ή $x > \theta$ Μονάδες 2

d. $\sqrt{(-3)^2} = -3$ Μονάδες 2

e. $\frac{12}{\sqrt{3}} = 4\sqrt{3}$ Μονάδες 2

Θέμα 2^ο

Δίνεται η εξίσωση $x^2 - 5x - 6 = 0$. Αν x_1 και x_2 οι ρίζες της εξίσωσης, να αποδείξετε ότι :

a. $x_1 + x_2 = 5$ Μονάδες 5

b. $x_1 \cdot x_2 = -6$ Μονάδες 5

c. $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = -\frac{5}{6}$ Μονάδες 7

d. $x_1 \cdot x_2^2 + x_1^2 \cdot x_2 = -30$ Μονάδες 8

Θέμα 3^ο

a. Να λύσετε την ανίσωση : $|2x - 1| \leq 5$ Μονάδες 10

b. Να λύσετε την ανίσωση : $2x^2 + 3x - 5 \leq 0$ Μονάδες 10

c. Να βρείτε τις τιμές του x για τις οποίες συναληθεύουν οι παραπάνω ανισώσεις Μονάδες 5

Θέμα 4^ο

Δίνεται το σύστημα (**Σ**) : $\begin{cases} 2x - y = \lambda - 4 \\ x + y = \lambda \end{cases}$, όπου λ πραγματικός αριθμός.

a. Να δείξετε ότι το σύστημα (**Σ**) έχει μοναδική λύση (x_0, y_0) για κάθε τιμή του πραγματικού αριθμού λ . Μονάδες 5

b. Να υπολογίσετε τις ορίζουσες **D_x**, **D_y** του συστήματος (**Σ**), συναρτήσει το πραγματικού αριθμού λ . Μονάδες 10

c. Να αποδείξετε ότι αν το (**Σ**) έχει μοναδική λύση (x_0, y_0) για την οποία ισχύει $x_0 + 1 = y_0$, τότε η τιμή του πραγματικού αριθμού λ είναι 5. Μονάδες 10

ΘΕΜΑΤΑ

Θέμα 1^ο

A. Να αποδείξετε ότι αν $\theta > 0$ τότε $|x| < \theta \Leftrightarrow -\theta < x < \theta$. Μονάδες 10

B. Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν γράφοντας στο τετράδιό σας τη λέξη **Σωστό** ή **Λάθος** δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση :

α). Η συνάρτηση $f(x) = \frac{3x}{x^2 + 4}$ έχει πεδίο ορισμού το \mathbb{R} .

β) Η εξίσωση $|x - 3| + 4$ είναι αδύνατη .

γ) $\sqrt{5} \cdot \sqrt[3]{5} = \sqrt[3]{5^2}$.

δ) $\frac{15}{\sqrt{3}} = 5\sqrt{3}$

ε) $\sqrt{x^2} = x$

Μονάδες 15

Θέμα 2^ο

Δίνεται το σύστημα
$$\begin{cases} \lambda x + 4y = 8 \\ x + \lambda y = 4 \end{cases}$$

A. Να βρεθούν οι τιμές του λ για τις οποίες το σύστημα έχει μοναδική λύση .

Μονάδες 10

B. Αν $\lambda \neq -2$, $\lambda \neq 2$ να βρείτε την λύση (x, y) του συστήματος

Μονάδες 5

Γ. Να βρείτε την τιμή του λ ώστε η λύση (x, y) που βρήκατε στο B. ερώτημα να επαληθεύει την σχέση : $x + y = 1$

Μονάδες 10

Θέμα 3^ο

Να λυθεί η ανίσωση :
$$\frac{(2x^2 - 5x + 2) \cdot (1 - x)}{x - 2} \leq 0$$

Μονάδες 25

Θέμα 4^ο

Δίνεται η εξίσωση : $x^2 - x + \lambda - 1 = 0$

A. Να ορίσετε τον λ ώστε η εξίσωση να έχει ρίζες πραγματικές και άνισες

Μονάδες 10

B. Να βρεθεί ο λ αν ισχύει: $x_1^2 x_2 + x_1 x_2^2 + 3 = x_1 + x_2$ όπου x_1, x_2 οι ρίζες της εξίσωσης

Μονάδες 15

ΘΕΜΑΤΑ

Θέμα 1^ο

Α. Να χαρακτηρισθούν ως **Σωστό** ή **Λάθος** οι επόμενες σχέσεις

α. $\sqrt{\alpha+\beta} = \sqrt{\alpha} + \sqrt{\beta}$,

β. $\sqrt{\alpha} + \sqrt{\beta} = 0 \Leftrightarrow \alpha = \beta = 0$,

γ. $\sqrt[k]{\alpha^\lambda} = \alpha^{\frac{\lambda}{k}}$

δ. $\sqrt[k]{\alpha} = \alpha^{-k}$

ε. $\sqrt[k]{\sqrt[\lambda]{\alpha}} = \sqrt[k\lambda]{\alpha}$.

Β. Να χαρακτηρισθούν με **Σωστό** ή **Λάθος** οι επόμενες σχέσεις

α. $|\alpha^2| = \alpha$,

β. $|\alpha| < \alpha$,

γ. $|\chi| > \theta > 0 \Leftrightarrow \chi < -\theta$ ή $\chi > \theta$.

Θέμα 2^ο

Να λυθεί η εξίσωση $\left(\chi + \frac{2}{\chi}\right)^2 - 5\left(\chi + \frac{2}{\chi}\right) + 6 = 0$.

Θέμα 3^ο

Δίνονται οι ευθείες $\psi = (\lambda - 1)\chi + 5$ και $\psi = (2\lambda + 1)\chi + 7$. Να βρεθούν οι τιμές του λ για να είναι οι δυο ευθείες κάθετες.

Θέμα 4^ο

Να βρεθεί ένα κλάσμα $\frac{\chi}{\psi}$ τέτοιο ώστε αν προσθέσουμε την μονάδα και στους δυο

όρους του να γίνεται ίσο με $\frac{2}{3}$, ενώ αν αφαιρέσουμε το 2 από τους όρους του να

γίνεται ίσο με $\frac{1}{2}$.

ΘΕΜΑΤΑ

Θέμα 1^ο

A. Συμπληρώστε τα κενά στις παρακάτω προτάσεις:

α. Αν $\theta > 0$ $|\chi| \leq \theta \Leftrightarrow \dots\dots\dots$

β. $|a \cdot \beta| = \dots\dots\dots$

γ. Αν $a \geq 0$ τότε η $\sqrt[n]{a}$ παριστάνει τη μη $\dots\dots\dots$ της εξίσωσης $x^n = a$.

δ. Η $f(x) = ax + \beta$ παριστάνει ευθεία με $a = \epsilon\phi\omega$.

Αν $a > 0$ τότε $\dots < \omega < \dots\dots$

Αν $\dots\dots$ τότε $\omega = 0$

Μονάδες $5 \times 2 = 10$

B. Να αντιστοιχίσετε τις παραστάσεις της στήλης A με τις αριθμητικές τιμές της στήλης B .

ΣΤΗΛΗ A

ΣΤΗΛΗ B

α. $x_1 + x_2$

β. $x_1 \cdot x_2$

γ. $x_1^2 + x_2^2$

δ. $\frac{x_1 + x_2}{x_2 - x_1}$

ε. $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2}$

i) $\frac{15}{9}$

ii) 5

iii) $\frac{19}{3}$

iv) 3

v) 19

όπου x_1, x_2 ρίζες της εξίσωσης $x^2 - 5x + 3 = 0$.

Μονάδες $5 \times 3 = 15$

Θέμα 2^ο

Επιλέξτε τη σωστή απάντηση σε κάθε μία από τις παρακάτω προτάσεις :

α. Η παράσταση $A = \sqrt{|x-3|} - 1$ ορίζεται για χ που ανήκουν στο διάστημα

1. $[2, 4]$ 2. $(-\infty, 2) \cup [4, +\infty)$ 3. $(-\infty, -4] \cup [3, +\infty)$ 4. $(-\infty, 2] \cup [4, +\infty)$ Μονάδες 9

β. Έστω $A = 2\sqrt{27} + \sqrt{75} - 2\sqrt{48}$. Η απλοποιημένη της μορφή είναι :

1. $9\sqrt{3}$ 2. $3\sqrt{3}$ 3. $-3\sqrt{3}$ 4. $-\sqrt{3}$ 5. $\sqrt{3} - \sqrt{5}$ Μονάδες 8

γ. Η εξίσωση $\chi^4 - 2\chi^2 = 0$ έχει λύσεις που είναι : 1. $\chi = 0$ ή $\chi = 2$

2. $\chi = 0$ ή $x = \sqrt{2}$ ή $x = -\sqrt{2}$ 3. $x = \sqrt{2}$ ή $x = -\sqrt{2}$ 4. $\chi = -2$ ή $\chi = 2$ Μονάδες 8

Θέμα 3^ο

Δίνεται σύστημα $\begin{cases} (\kappa+1)x - 2y = \kappa+1 \\ \kappa x - \kappa y = 1 \end{cases}$ (Σ) με $\kappa \in \mathbb{R}$.

1. Βρείτε τις ορίζουσες D, D_x, D_y του συστήματος. Μονάδες 5
 2. Για ποιες τιμές του κ έχει μοναδική λύση ; Γράψτε τη λύση αυτή. Μονάδες 6
 3. Για ποιες τιμές του κ είναι αδύνατο ; Γράψτε τη μορφή των απείρων λύσεων. Μονάδες 6
 4. Όταν το σύστημα είναι αδύνατο λύστε την παραμετρική εξίσωση $\kappa(\chi - 1) + \kappa^2 = -1 + \kappa^2$ Μονάδες 7

Θέμα 4^ο

1. Να βρείτε τις τιμές του χ για τις οποίες η συνάρτηση $f(x) = -x^2 + 5x - 6$ έχει:

- α) θετικές τιμές β) αρνητικές τιμές. Μονάδες 5

2. Έστω $g(x) = \frac{(-x^2 + 5x - 6) \cdot (x^2 - 1)}{x^2 - 2x + 4}$.

- α) Για ποια χ ορίζεται η συνάρτηση $g(x)$; Μονάδες 5
 β) Λύστε την ανίσωση $g(x) \geq 0$ Μονάδες 15

ΘΕΜΑΤΑ

Θέμα 1^ο

A. Αν x_1 και x_2 είναι οι ρίζες της εξίσωσης $ax^2 + bx + \gamma = 0$, $a \neq 0$, να αποδείξετε ότι

$$S = x_1 + x_2 = -\frac{\beta}{\alpha} \quad \text{και} \quad P = x_1 \cdot x_2 = \frac{\gamma}{\alpha} \quad \text{Μονάδες 13}$$

B. Να χαρακτηρίσετε τις παρακάτω προτάσεις **Σωστό** ή **Λάθος**, γράφοντας στο φύλλο απαντήσεων τον αριθμό της πρότασης και δίπλα την λέξη **Σωστό** ή **Λάθος**.

1. Αν $\theta > 0$ και $|\chi| \leq \theta$ τότε $-\theta \leq \chi \leq \theta$.

2. Αν $a, \beta \geq 0$ τότε $\sqrt[3]{a \cdot \beta} = a \cdot \sqrt[3]{\beta}$.

3. Αν για ένα σύστημα 2 εξισώσεων με 2 αγνώστους ισχύει, $D \neq 0$ και $D_x = D_y = 0$ τότε το σύστημα είναι αδύνατο.

4. Αν $|\alpha| + |\beta| = 0$ τότε $\alpha = \beta = 0$. Μονάδες 4×3

Θέμα 2^ο

A. Να γράψετε στο φύλλο απαντήσεων το γράμμα που αντιστοιχεί στην σωστή απάντηση.

Αν $|x - 2| < 7$ τότε:

α. $x \in (-\infty, 9)$ β. $x \in (-5, 9)$ γ. $x \in (-5, +\infty)$ δ. $x \in (-\infty, -5) \cup (9, +\infty)$

Μονάδες 10

B. Να λυθεί η εξίσωση $4(|x + 2| - 1) + 3 = |x + 2| + 17$ Μονάδες 15

Θέμα 3^ο

A. Να λύσετε τις εξισώσεις:

a. $6 - 3\chi = 0$

b. $x^2 - 11x = 0$ Μονάδες 10

B. Με την βοήθεια του πίνακα πρόσημων να λύσετε την ανίσωση

$$(6 - 3x) \cdot (x^2 - 11x) \geq 0 \quad \text{Μονάδες 15}$$

Θέμα 4^ο

A. Να λύσετε το σύστημα $\begin{cases} \lambda\chi + 4\psi = 2 \\ \chi + \lambda\psi = 1 \end{cases}$ για τις διάφορες τιμές του λ Μονάδες 20

B. Για την τιμή του λ για την οποία το σύστημα είναι αόριστο να εξετάσετε αν είναι παράλ-

ληλες οι ευθείες $\varepsilon_1: \psi = (3\lambda - 1)\chi + 1$
 $\varepsilon_2: \psi = 5\chi + 2\lambda - 10$ Μονάδες 5

- Β. α) Να αποδειχθεί ότι το τρίγωνο ΑΒΓ με κορυφές τα σημεία Α(1, 4), Β(-2, 8), Γ(2, 11) είναι ορθογώνιο και ισοσκελές. Μονάδες 10
- β) Ποιο το εμβαδόν του τριγώνου αυτού; Μονάδες 5

Θέμα 3^ο

Δίνεται το σύστημα $\begin{cases} \lambda\chi + \psi = 2 \\ 4\chi + \lambda\psi = 4 \end{cases}$ (Σ) και η εξίσωση: $2\chi^2 - 8(\lambda - 1)\chi + \lambda + 6 = 0$ (1)

- α) Να προσδιορισθεί ο λ ώστε το σύστημα να έχει μοναδική λύση η οποία και να βρεθεί. Μονάδες 7
- β) Να προσδιορισθεί ο λ ώστε το σύστημα να έχει άπειρες λύσεις. Ποια η μορφή των λύσεων αυτών; Να αποδειχθεί ότι για την τιμή αυτή του λ η εξίσωση (1) έχει διπλή ρίζα. Μονάδες 10
- γ) Να προσδιορισθεί ο λ ώστε το σύστημα να είναι αδύνατο. Να αποδειχθεί ότι για την τιμή αυτή του λ η εξίσωση (1) έχει δύο ρίζες πραγματικές και άνισες.

Μονάδες 8

Θέμα 4^ο

- α) Δείξτε ότι το τριώνυμο $-\chi^2 + 4\chi - 5$ είναι αρνητικό για κάθε $\chi \in \mathbb{R}$. Μονάδες 4

β) Δίνεται η συνάρτηση f: $f(\chi) = \frac{|-\chi^2 + 4\chi - 5| - \chi^2 - 7}{(1 - \chi) \cdot (-\chi^2 - \chi + 6)}$

- i) Να βρείτε το πεδίο ορισμού της. Μονάδες 5
- ii) Να την απλοποιήσετε. Μονάδες 3
- γ) Να λύσετε την ανίσωση $f(x) \leq 0$, όπου $f(x)$, η απλοποιημένη μορφή της f.

Μονάδες 13

ΘΕΜΑΤΑ

Θέμα 1^ο

A. Έστω χ_1, χ_2 είναι οι ρίζες της εξίσωσης $a\chi^2 + \beta\chi + \gamma = 0$, $a \neq 0$. Αν $S = \chi_1 + \chi_2$ είναι το ά-

θροισμα και $P = \chi_1 \cdot \chi_2$ είναι το γινόμενο των ριζών, να δείξετε ότι: $S = -\frac{\beta}{a}$ και $P = \frac{\gamma}{a}$

Μονάδες 13

B. Να συμπληρώσετε τις παρακάτω σχέσεις

1. $\sqrt[m]{\sqrt[n]{a}} = \dots$

2. Αν $\theta > 0$ $|\chi| \leq \theta \Leftrightarrow \dots$

3. $|\chi| = |\alpha| \Leftrightarrow \chi = \dots$

Μονάδες 6

Γ. Να σημειώσετε αν είναι **σωστή (Σ)** ή **λάθος (Λ)** καθεμιά από τις παρακάτω προτάσεις:

1. $\sqrt{a^2} = a$ (όπου a πραγματικός αριθμός)

2. $|\alpha + \beta| \leq |\alpha| + |\beta|$ (α, β πραγματικοί αριθμοί)

3. Η εξίσωση $a\chi^2 + \beta\chi + \gamma = 0$, $a \neq 0$ έχει πραγματικές ρίζες αν η διακρίνουσα είναι αρνητική $\Delta < 0$

Μονάδες 6

Θέμα 2^ο

a. Να λυθεί η ανίσωση: $2|\chi - 5| + 7 < 13$

Μονάδες 10

b. Να λυθεί η ανίσωση: $\frac{|\chi| - 1}{6} - \frac{4}{3} \geq \frac{1 - |\chi|}{2}$

Μονάδες 10

c. Να βρείτε που συναληθεύουν οι δυο ανισώσεις

Μονάδες 5

Θέμα 3^ο

a. Να λυθούν οι εξισώσεις: $\chi^2 - 3\chi + 2 = 0$ και $9 - \chi^2 = 0$

Μονάδες 8

b. Αν $P(\chi) = \frac{(\chi^2 - 3\chi + 2)(9 - \chi^2)}{2\chi - 4}$ να λυθεί η ανίσωση $P(\chi) \leq 0$

Μονάδες 17

Θέμα 4^ο

Δίνεται το σύστημα
$$\begin{cases} \lambda\chi + 4\psi = 4 \\ \chi + \lambda\psi = 2 \end{cases}$$

a. Να υπολογιστούν οι ορίζουσες D, D_χ, D_ψ

Μονάδες 9

b. Για ποιες τιμές του λ το σύστημα έχει μοναδική λύση, και ποια είναι αυτή. Μονάδες 6

c. Να λύσετε το σύστημα για $\lambda = 2$

Μονάδες 5

d. Για $\lambda = -2$ να εξετάσετε αν οι δυο ευθείες που παριστάνουν οι εξισώσεις του συστήματος: τέμνονται, είναι παράλληλες, ή ταυτίζονται. (Δικαιολογήστε την απάντησή σας)

Μονάδες 5