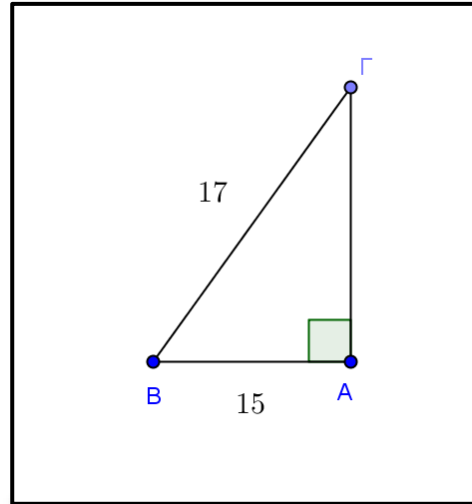




## ΑΣΚΗΣΕΙΣ ημίτονα συνημίτονα

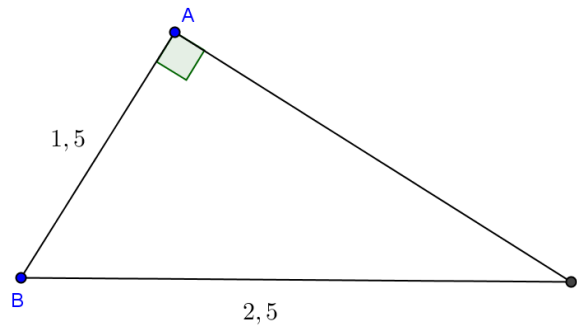
1.

- Στο ορθογώνιο τρίγωνο  $AB\Gamma$   
 $A = 90^\circ$ ,  $AB=15$  και  $B\Gamma=17$ . Να βρείτε :
- A) την  $A\Gamma$
  - B) τα ημίτονα και συνημίτονα των  $B, \Gamma$  γωνιών
  - Γ) τις εφαπτόμενες των  $B, \Gamma$  γωνιών .

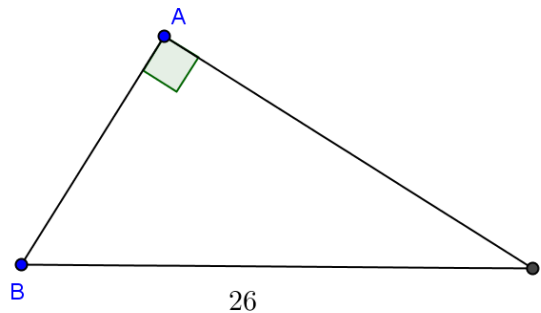


2.

- Στο ορθογώνιο τρίγωνο  $AB\Gamma$   
 $A = 90^\circ$ ,  $AB=1,5$  και  $B\Gamma=2,5$ . Να βρείτε :
- A) την  $A\Gamma$
  - B) τα ημίτονα και συνημίτονα των  $B, \Gamma$  γωνιών
  - Γ) τις εφαπτόμενες των  $B, \Gamma$  γωνιών .



- Στο ορθογώνιο τρίγωνο  $AB\Gamma$   
 $A = 90^\circ$ ,  $B\Gamma=26$  και  $\eta\mu B = \frac{12}{13}$ . Να βρείτε :
- A) την  $A\Gamma$
  - B) την  $AB$
  - Γ) τα  $\sigma\upsilon\upsilon B, \eta\mu\Gamma, \sigma\upsilon\upsilon\Gamma$  .



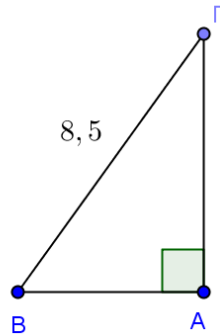
### 3.

Στο ορθογώνιο τρίγωνο ΑΒΓ

$A = 90^\circ$ ,  $B\Gamma = 8,5$  και

$\eta\mu\Gamma = \frac{15}{17}$ . Να βρείτε :

- Α) την ΑΒ
- Β) την ΑΓ
- Γ) τα  $\sigma\upsilon\nu\Gamma$ ,  $\eta\mu\text{B}$ ,  $\sigma\upsilon\nu\text{B}$ .

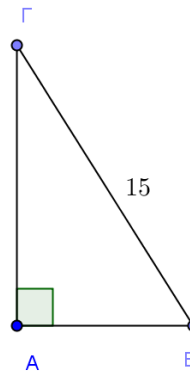


Στο ορθογώνιο τρίγωνο ΑΒΓ

$A = 90^\circ$ ,  $B\Gamma = 15$  και

$\sigma\upsilon\nu\text{B} = \frac{4}{5}$ . Να βρείτε :

- Α) την ΑΒ
- Β) την ΑΓ
- Γ) τα  $\eta\mu\text{B}$ ,  $\eta\mu\Gamma$ ,  $\sigma\upsilon\nu\Gamma$ .



### 4.

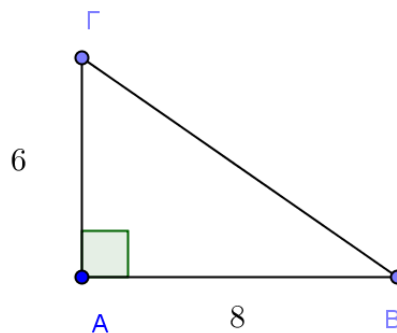
Στο ορθογώνιο τρίγωνο ΑΒΓ

$A = 90^\circ$ ,  $A\Gamma = 6$  και  $AB = 8$

και Να βρείτε :

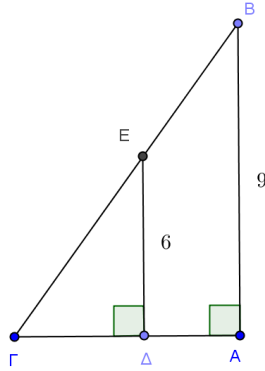
- Α) την ΒΓ
- Β) την παράσταση

$$\Pi = \frac{5\eta\mu\text{B} + 10\sigma\upsilon\nu\Gamma}{\sigma\upsilon\nu\text{B} + \eta\mu\Gamma}$$



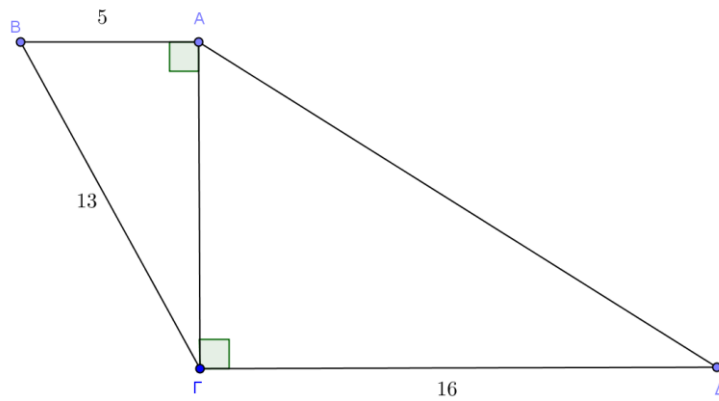
5.

Στο σχήμα δίνεται  $\Delta E=6$  και  $AB=9$  και  
Να βρείτε :  
Α) τα  $\Gamma E$  και  $\Gamma \Delta$   
Β) τα  $\Gamma B$  και  $\Gamma A$   
Γ) το  $\eta\mu B$ ,  $\sigma\upsilon\nu B$ ,  $\epsilon\phi B$   
Δ) την περίμετρο και το εμβαδό του  $ABE\Delta$



6.

Στο σχήμα είναι  $AB=5$ ,  $B\Gamma=13$ .  
Να βρείτε :  
Α) την  $A\Gamma$   
Β) το εμβαδό του  $AB\Gamma\Delta$   
Γ) την περίμετρο του  $AB\Gamma\Delta$   
Δ) τα  $\eta\mu B$ ,  $\sigma\upsilon\nu B$ ,  $\epsilon\phi B$   
Ε) τα  $\eta\mu \Delta$ ,  $\sigma\upsilon\nu \Delta$ ,  $\epsilon\phi \Delta$



7.

Για μια οξεία γωνία  $\omega$  ισχύει :

$$\eta\mu\omega = \frac{2x-3}{5}, \sigma\upsilon\nu\omega = \frac{4}{5}, \epsilon\phi\omega = \frac{3x-6}{4}$$

Να βρεθεί ο αριθμός  $x$ .

8.

Να βρείτε τις πραγματικές ρίζες του  $x$  για τις οποίες έχει νόημα η ισότητα:

$$\eta\mu\omega = \frac{1-2x}{2} + \frac{2x+4}{3}$$

όπου  $\omega$  οξεία γωνία.

9. Ένα ορθογώνιο τρίγωνο ΓΔΕ με  $\Gamma = 90^\circ$  έχει υποτείνουσα ΔΕ=52.  
Επιπλέον έχει  $\eta\mu\Delta = \frac{12}{13}$ . Να βρείτε :

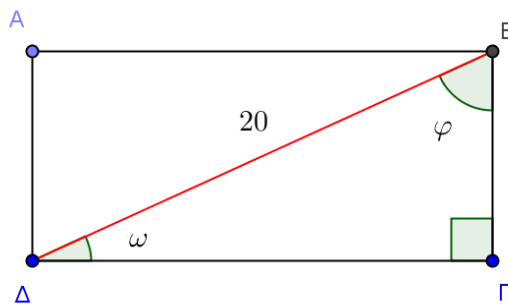
- A) τις πλευρές ΓΕ και ΓΔ
- B) το  $\sigma\upsilon\nu\Delta$  και την  $\epsilon\phi\Delta$
- Γ) τα  $\eta\mu\epsilon$ ,  $\sigma\upsilon\nu\epsilon$  και  $\epsilon\phi\epsilon$

10.

Το ορθογώνιο του σχήματος έχει  
διαγώνιο ΒΔ=20. Αν  $\sigma\upsilon\nu\omega = \frac{4}{5}$

, να βρείτε:

- A) τις πλευρές του ΑΒΓΔ
- B) τα  $\eta\mu\omega$  και  $\epsilon\phi\omega$
- Γ) τα  $\eta\mu\phi$ ,  $\sigma\upsilon\nu\phi$  και την  $\epsilon\phi\phi$ .

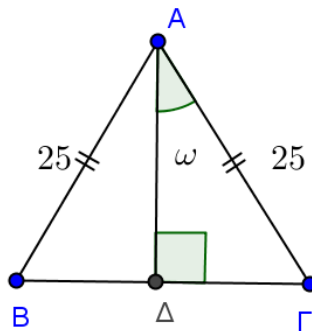


11.

Το τρίγωνο ΑΒΓ είναι ισοσκελές με  
ΑΒ=ΑΓ=25. Αν  $\sigma\upsilon\nu\omega = 0,96$  να

βρείτε :

- A) το ύψος ΑΔ
- B) το ΓΔ
- Γ) τα  $\eta\mu\beta$ ,  $\sigma\upsilon\nu\beta$  και  $\epsilon\phi\beta$
- Δ) την περίμετρο και το εμβαδό του ΑΒΓ.

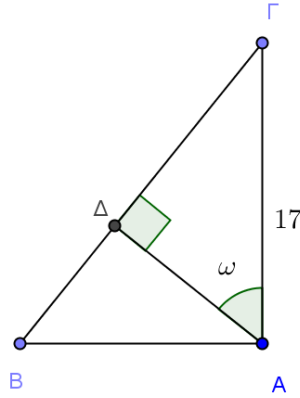


## 12.

Στο τρίγωνο ΑΒΓ, το ΓΔ είναι ύψος και ΑΓ=17. Επίσης

$$\eta\mu\omega = \frac{15}{17}, \epsilon\varphi\beta = \frac{4}{3}. \text{ Να βρεθούν:}$$

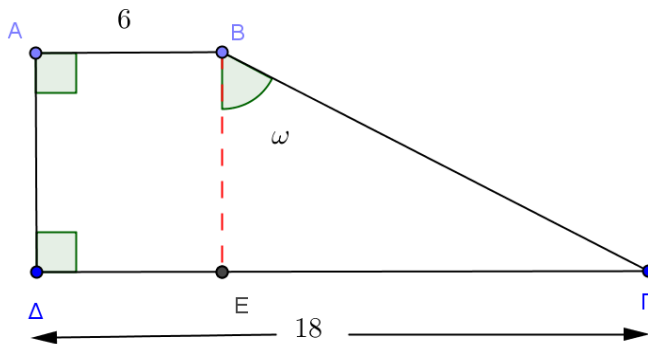
- Α) τα ΑΔ και ΓΔ
- Β) τα ημΑ, συνΑ και εφΑ
- Γ) τα ΒΔ και ΒΓ
- Δ) τα ημΒ, συνΒ
- Ε) το εμβαδό του ΑΒΓ.



## 13.

Στο ορθογώνιο τραπέζιο ΑΒΓΔ στο διπλανό σχήμα ΒΕ είναι το ύψος και ΑΒ=6 και ΓΔ=18 και

$$\eta\mu\omega = \frac{4}{5}$$



Να βρείτε :

- Α) την πλευρά ΒΓ και το τμήμα ΓΕ
- Β) το ύψος ΒΕ
- Γ) τα ημΓ, συνΓ και εφΓ
- Δ) την περίμετρο και το εμβαδό του ΑΒΓΔ.

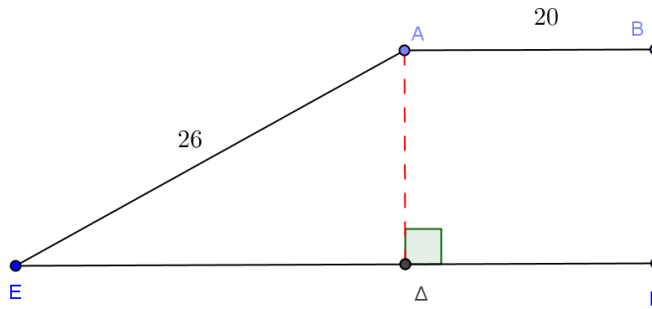
## 14.

Στο τραπέζιο ΑΒΓΔ  
στο διπλανό σχήμα

$$\eta\mu E = \frac{5}{13}, AE = 26$$

και  $AB = 20$ . Να  
βρείτε :

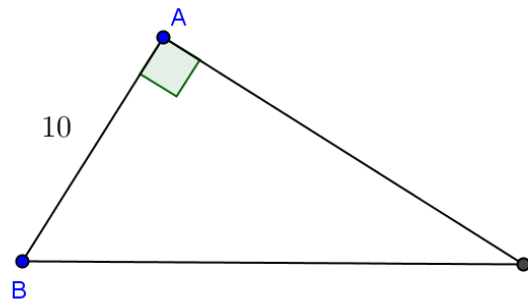
- Α) το ύψος ΑΔ
- Β)  $\sin E$  και  $\cos E$
- Γ) την περίμετρο  
και το εμβαδό του  
ΑΒΓΔ.



## 15.

Στο ορθογώνιο τρίγωνο ΑΒΓ  $A = 90^\circ$ ,  
 $AB = 10$  και η ΒΓ είναι κατά 2 μονάδες  
μεγαλύτερη από την ΑΓ. Αν  $AG = x$   
τότε:

- Α) να εκφράσετε ως συνάρτηση του  $x$  :
  - α) τη ΒΓ β) το  $\eta\mu\Gamma$
- Β) αν  $\eta\mu\Gamma = \frac{5}{13}$ , τότε να βρείτε
  - α) το  $x$  β) το  $\sin\Gamma$  γ) την  $\cos\Gamma$



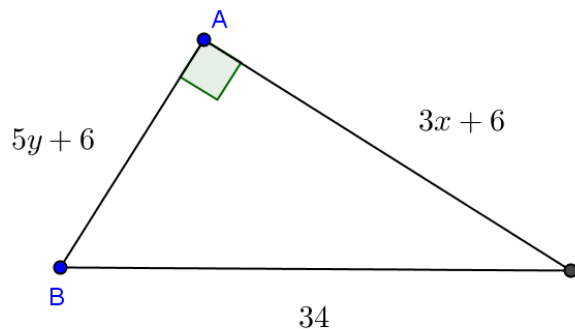
## 16.

Στο ορθογώνιο  
τρίγωνο ΑΒΓ  $A = 90^\circ$ , Αν

$$\sin B = \frac{8}{17}, \sin\Gamma = \frac{15}{17}$$

τότε να βρείτε:

- Α) το  $y$
- Β) το  $x$
- Γ)  $\eta\mu B$  και  $\cos B$
- Δ)  $\eta\mu\Gamma$  και  $\cos\Gamma$
- Ε) το εμβαδό του ΑΒΓ

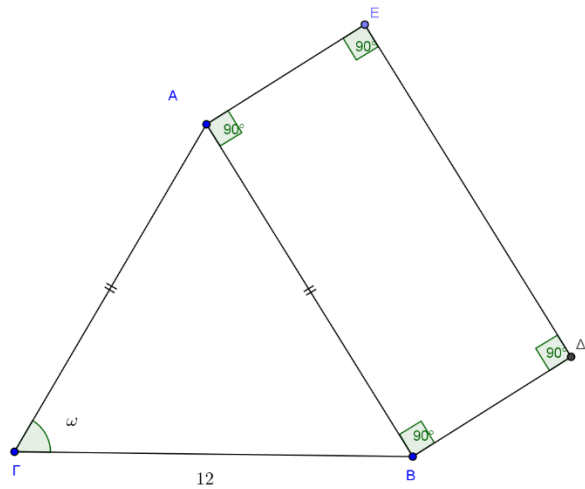


# 17.

Το τρίγωνο ΑΒΓ είναι ισοσκελές με ΑΒ=ΑΓ και ΑΒΔΕ ορθογώνιο. Αν

$\text{συν}\omega = \frac{3}{5}$  να βρείτε :

- Α) την ΑΓ
- Β) το εμβαδό ΑΒΓ
- Γ) το εμβαδό ΑΓΒΔΕ



Όταν έχουμε ένα τριγωνομετρικό αριθμό υψωμένο στο τετράγωνο, τότε για λόγους συντομίας γράφουμε :

$$(\eta\mu\omega)^2 = \eta\mu^2\omega, \quad (\sigma\upsilon\nu\omega)^2 = \sigma\upsilon\nu^2\omega, \quad (\epsilon\varphi\omega)^2 = \epsilon\varphi^2\omega$$

Τριγωνομετρικοί αριθμοί	Γωνία ω		
	30 <sup>0</sup>	45 <sup>0</sup>	60 <sup>0</sup>
<b>Ημίτονο</b>	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$
<b>Συνημίτονο</b>	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$
<b>Εφαπτομένη</b>	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$



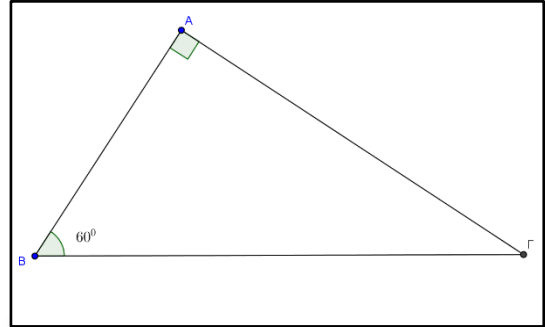
## ΑΣΚΗΣΕΙΣ

1. Αν  $\omega=30^0$ , να υπολογίσετε την τιμή των παραστάσεων :

α)  $A = 2\eta\mu\omega - \sqrt{3}\sigma\upsilon\nu\omega + 1$    β)  $B = \frac{1}{4}\eta\mu^2\omega + \sigma\upsilon\nu^2\omega - 1$

2. Στο ορθογώνιο τρίγωνο ΑΒΓ  $A = 90^0$ .

Αν  $B\Gamma=8$  και  $B = 60^0$  τότε να βρείτε τις πλευρές ΑΒ και ΑΓ



3.

A) Με  $\frac{1}{2}$  είναι ίσο το :

A.  $\eta\mu 60^0$       B.  $\sigma\upsilon\nu 30^0$   
Γ.  $\eta\mu 45^0$       Δ.  $\sigma\upsilon\nu 60^0$

B) Με  $\frac{\sqrt{3}}{2}$  είναι ίσο το :

A.  $\eta\mu 60^0$       B.  $\sigma\upsilon\nu 60^0$   
Γ.  $\epsilon\phi 60^0$       Δ.  $\epsilon\phi 30^0$

Γ) Με  $\frac{\sqrt{3}}{3}$  είναι ίσο το :

A.  $\eta\mu 30^0$       B.  $\sigma\upsilon\nu 30^0$   
Γ.  $\epsilon\phi 30^0$       Δ.  $\epsilon\phi 60^0$

Δ) Με  $\frac{\sqrt{2}}{2}$  είναι ίσο το :

A.  $\eta\mu 30^0$       B.  $\eta\mu 60^0$   
Γ.  $\sigma\upsilon\nu 45^0$       Δ.  $\epsilon\phi 45^0$



4. Να υπολογίσετε τις τιμές των παρακάτω παραστάσεων :

α)  $A = \eta\mu^2 30^\circ + \eta\mu^2 45^\circ + \eta\mu^2 60^\circ$  β)  $B = \sigma\nu\nu^2 30^\circ + \sigma\nu\nu^2 45^\circ + \sigma\nu\nu^2 60^\circ$

γ)  $\Gamma = \varepsilon\varphi^2 30^\circ + \varepsilon\varphi^2 45^\circ + \varepsilon\varphi^2 60^\circ$  δ)  $\Delta = \eta\mu^2 30^\circ + \sigma\nu\nu^2 45^\circ + \varepsilon\varphi^2 60^\circ$

5. Να υπολογίσετε τις τιμές των παρακάτω παραστάσεων :

α)  $A = 4\eta\mu^2 60^\circ + 4\eta\mu^2 30^\circ - 9\varepsilon\varphi^2 30^\circ$  β)  $B = 2\sigma\nu\nu^2 30^\circ + 2\sigma\nu\nu^2 60^\circ - \varepsilon\varphi^2 60^\circ$

γ)  $\Gamma = 2\eta\mu^2 45^\circ + 2\sigma\nu\nu^2 45^\circ - \varepsilon\varphi^2 45^\circ$  δ)  $\Delta = \varepsilon\varphi^2 30^\circ - 3\varepsilon\varphi^2 30^\circ - 2\sigma\nu\nu^2 60^\circ - 2\eta\mu^2 60^\circ$

6.

Στο ορθογώνιο ΑΒΓΔ

$A = 90^\circ$ ,  $B\Gamma = 3\sqrt{3}$ . Να

βρείτε:

Α) την πλευρά ΔΓ

Β) το εμβαδό ΑΒΓΔ

7.

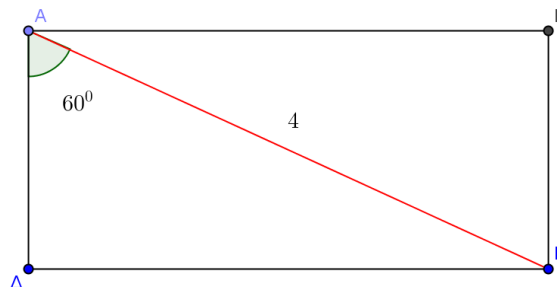
Στο ορθογώνιο ΑΒΓΔ

$A = 90^\circ$ ,  $A\Gamma = 4$ . Να

βρείτε:

Α) την πλευρά ΔΓ και ΑΔ

Β) το εμβαδό ΑΒΓΔ



8. Ένα τρίγωνο ΑΒΓ έχει πλευρές  $AB = 3\sqrt{3}$ ,  $B\Gamma = 6$  και  $A\Gamma = 3$ .

Α) Γιατί το τρίγωνο είναι **ορθογώνιο**;

Β) Να βρείτε τα  $\eta\mu B$  και  $\eta\mu \Gamma$

Γ) Να βρείτε τις γωνίες Β και Γ

9.

Το τρίγωνο  $AB\Gamma$  είναι  
ισοσκελές με

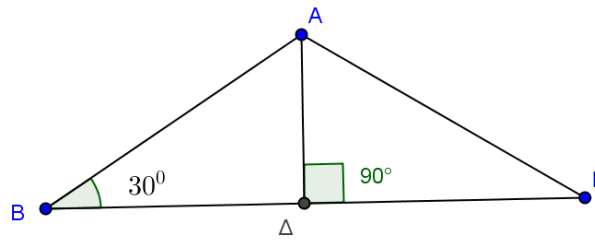
$AB=AG=8$  και  $B = 30^\circ$

.Να βρείτε :

A) το ύψος  $A\Delta$

B) το  $B\Delta$

Γ) το εμβαδό του  
 $AB\Gamma$ .



## 10.

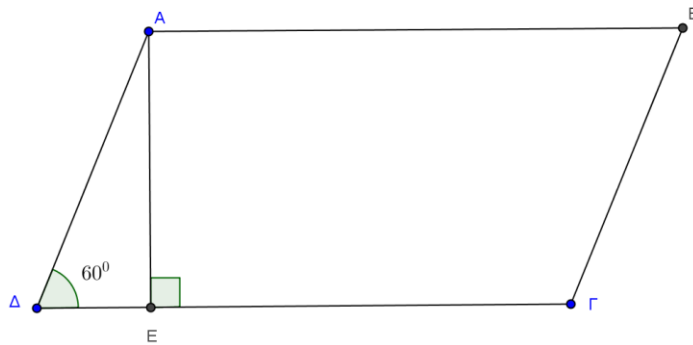
Στο παραλληλόγραμμο  
 $AB\Gamma\Delta$ ,  $AB=12$ ,  $B\Gamma=8$  και

$\Delta = 60^\circ$ . Να βρείτε:

A) το ύψος  $AE$  του  
παραλληλογράμμου

B) το  $E\Gamma$

Γ) το εμβαδό του  $AB\Gamma\Delta$

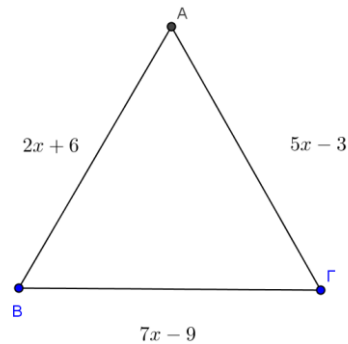


## 11.

Το τρίγωνο  $AB\Gamma$  του διπλανού  
σχήματος έχει περίμετρο 36.

A) να βρείτε τον αριθμό  $x$  και να  
αποδείξετε ότι είναι ισόπλευρο

B) να βρείτε το ύψος και το εμβαδό  
του

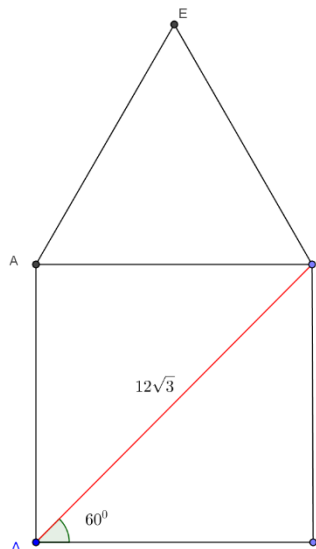


## 12.

Στο διπλανό σχήμα το  
 $AB\Gamma\Delta$  είναι ορθογώνιο  
και το τρίγωνο  $ABE$   
είναι ισόπλευρο . Αν το  
ορθογώνιο έχει  
διαγώνιο  $B\Gamma=12\sqrt{3}$  ,  
να βρείτε :

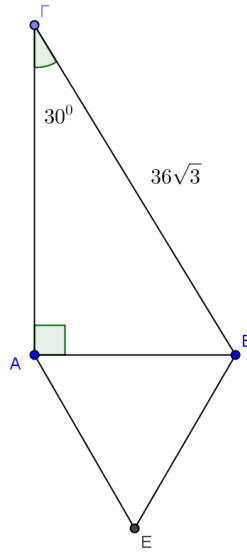
A) το μήκος και το  
πλάτος του  $AB\Gamma\Delta$

B) το ύψος και το  
εμβαδό του  $ABE$ .



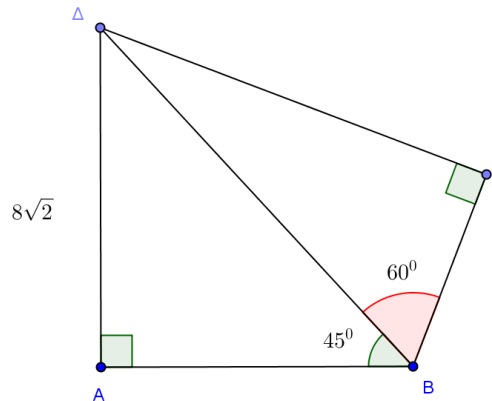
### 13.

Στο διπλανό σχήμα το  $\triangle AB\Delta$  είναι ορθογώνιο με  $B\Gamma = 36\sqrt{3}$  και  $\Gamma = 30^\circ$  και το  $\triangle ABE$  είναι ισόπλευρο. Να βρείτε :  
Α) τις  $AB$  και  $A\Gamma$   
Β) το ύψος και το εμβαδό του  $\triangle ABE$ .



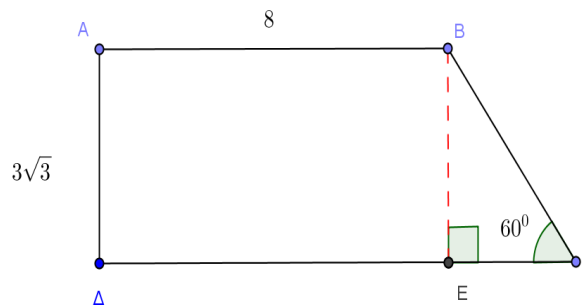
### 14.

Στο διπλανό σχήμα υπολογίστε :  
Α)  $A\Gamma$  και  $B\Gamma$   
Β)  $\Delta B$  και  $\Delta\Gamma$   
Γ) το εμβαδό του  $\triangle BE\Gamma\Delta$ .



### 15.

Στο ορθογώνιο τραπέζιο  $AB\Gamma\Delta$  στο διπλανό σχήμα  $BE$  είναι το ύψος και  $AB=8$  και  $A\Delta = 3\sqrt{3}$ . Να βρείτε :  
Α) το ύψος  $BE$   
Β) το  $\Gamma E$   
Δ) το εμβαδό του  $AB\Gamma\Delta$ .



16.

Στο ορθογώνιο  
τραπέζιο ΑΒΓΔ στο  
διπλανό σχήμα  $AB=3$   
και  $AD=2\sqrt{3}$ . Να  
βρείτε :  
Α) τη ΒΓ  
Β) τη ΓΔ  
Δ) το εμβαδό του  
ΑΒΓΔ.

