

Ασκήσεις



1. Να χαρακτηρίσετε τις παρακάτω προτάσεις με (Σ), αν είναι σωστές ή (Λ), αν είναι λανθασμένες.

- α) Αν ένας πραγματικός αριθμός δεν είναι ρητός, τότε είναι άρρητος.
β) Ο αριθμός $\sqrt{2}$ είναι ρητός αριθμός.
γ) Αν ένας αριθμός δεν είναι τετράγωνο ρητού, τότε η τετραγωνική του ρίζα είναι άρρητος.
δ) Ο αριθμός $\sqrt{\pi^2}$ είναι ρητός αριθμός.
ε) $1 < \sqrt{3}$
στ) $-1 < -\sqrt{3}$
ζ) $4 < \sqrt{5} < 6$
η) $4 < \sqrt{20} < 5$
θ) $1 - \sqrt{2} < 0$
ι) $2 - \sqrt{3} > 0$

| α | β | γ | δ | ε | στ | ζ | η | θ | ι |
|---|---|---|---|---|----|---|---|---|---|
| | | | | | | | | | |

2. Ποιοι από τους παρακάτω αριθμούς είναι ρητοί και ποιοι άρρητοι;

- α) $\sqrt{3}$ β) $\sqrt{\frac{9}{4}}$ γ) $(\sqrt{3})^2$ δ) $\sqrt{(-3)^2}$ ε) $\sqrt{\frac{16}{5}}$ στ) $-\sqrt{\frac{12}{3}}$

3. Τοποθετήστε σε μια σειρά από τον μικρότερο στον μεγαλύτερο τους παρακάτω αριθμούς.

- α) $\sqrt{3}$, 1, $\sqrt{5}$, $\sqrt{2}$
β) -1 , -2 , $-\sqrt{2}$, $-\sqrt{7}$, $-\sqrt{3}$, $-\sqrt{5}$
γ) 2, -1 , $\sqrt{2}$, $1 + \sqrt{2}$, $1 - \sqrt{2}$, $-\sqrt{2}$
δ) $-\sqrt{3}$, $-\sqrt{1 + \sqrt{3}}$

4. Να βρείτε τις ρητές προσεγγίσεις των παρακάτω αριθμών έως και δύο δεκαδικά ψηφία.

- α) $\sqrt{7}$
β) $\sqrt{10}$

5. Να λύσετε τις εξισώσεις

$$\alpha) x^2 = 3$$

$$\beta) x^2 = 35$$

$$\gamma) x^2 = -5$$

$$\delta) 2x^2 = 10$$

$$\varepsilon) \frac{x^2}{3} = 2$$

$$\sigma\tau) x^2 - \frac{x^2}{5} = 3$$

Προβλήματα

Αν και δεν μπορούμε να υπολογίσουμε με ακρίβεια την τιμή ενός άρρητου αριθμού, στα προβλήματα της πραγματικής ζωής συναντάμε άρρητους τους οποίους προσεγγίζουμε με δύο ή τρία δεκαδικά ψηφία.

ΕΦΑΡΜΟΓΗ

α. Να δείξετε ότι το ύψος v ενός ισόπλευρου τριγώνου με πλευρά a είναι $v = \frac{a \cdot \sqrt{3}}{2}$

β. Να βρείτε το εμβαδόν ισόπλευρου τριγώνου με πλευρά $a = 4\text{cm}$

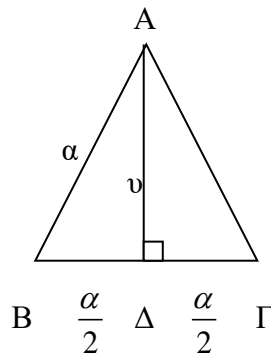
ΛΥΣΗ

α. Το ύψος AD στο ισόπλευρο τρίγωνο $AB\Gamma$ είναι και διάμεσος, οπότε το Δ είναι μέσον του $B\Gamma$,

$$\text{άρα } B\Delta = \frac{a}{2}.$$

Στο ορθογώνιο τρίγωνο $AB\Delta$ εφαρμόζω Πυθαγόρειο θεώρημα:

$$a^2 = \left(\frac{a}{2}\right)^2 + v^2 \text{ ή}$$



$$v^2 = a^2 - \left(\frac{a}{2}\right)^2 \text{ ή } v^2 = a^2 - \frac{a^2}{4} \text{ ή } v^2 = \frac{4a^2}{4} - \frac{a^2}{4} \text{ ή}$$

$$v^2 = \frac{4a^2 - a^2}{4} \text{ ή } v^2 = \frac{3a^2}{4} \text{ ή } v = \sqrt{\frac{3a^2}{4}}$$

$$\text{Άρα } v = \frac{a \cdot \sqrt{3}}{2}$$

β. Το εμβαδόν E είναι : $E = \frac{1}{2} a \cdot v = \frac{1}{2} a \cdot \frac{a \cdot \sqrt{3}}{2} = \frac{a^2 \sqrt{3}}{4}$

$$\text{Άρα } E = \frac{4^2 \sqrt{3}}{4} = 4\sqrt{3} = 4 \cdot 1,73 = 6,94\text{cm}^2$$