

Κεφάλαιο 4 - Τεχνικές Σχεδίασης Αλγορίθμων

4.1 Ανάλυση Προβλημάτων

Βασικός στόχος : η πρόταση έξυπνων και αποδοτικών λύσεων ανάμεσα από ένα σύνολο άλλων εναλλακτικών.

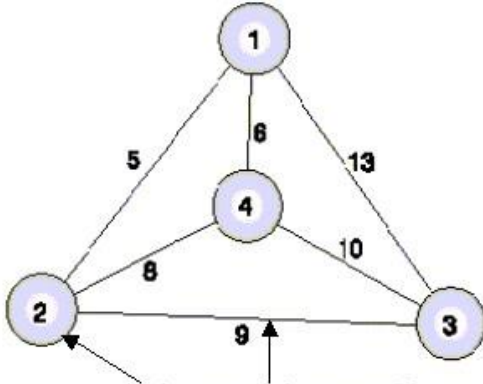
Η ανάλυση ενός προβλήματος περιλαμβάνει:

1. την **καταγραφή της υπάρχουσας πληροφορίας** για το πρόβλημα
2. την **αναγνώριση των ιδιαιτεροτήτων** του προβλήματος
3. την **αποτύπωση των συνθηκών και προϋποθέσεων υλοποίησής του** και στη συνέχεια:
4. την **πρόταση επίλυσης** με χρήση κάποιας μεθόδου
5. και την **τελική επίλυση** με χρήση υπολογιστικών συστημάτων.

Κατά την **ανάλυση ενός προβλήματος** θα πρέπει να δοθεί απάντηση σε κάθε μία από τις **επόμενες ερωτήσεις**:

1. Ποιά είναι τα **δεδομένα και το μέγεθος** του προβλήματος;
2. Ποιές είναι οι **συνθήκες** που πρέπει να πληρούνται για την επίλυση του προβλήματος;
3. Ποιά είναι η **πλέον αποδοτική μέθοδος** επίλυσής του (σχεδίαση αλγορίθμου);
4. Πώς θα **καταγραφεί η λύση** σε ένα πρόβλημα (π.χ. σε ψευδογλώσσα);
5. Ποιός είναι ο **τρόπος υλοποίησης** στο συγκεκριμένο υπολογιστικό σύστημα (π.χ. επιλογή γλώσσας προγραμματισμού);

Παράδειγμα. Έστω ότι αντιμετωπίζουμε το πρόβλημα ενός ταχυδρομικού διανομέα, που πρέπει να ξεκινήσει από ένα χωριό, να επισκεφθεί έναν αριθμό από γειτονικά χωριά, για να μοιράσει ένα σύνολο επιστολών και να επιστρέψει στο χωριό, από όπου ξεκίνησε περνώντας μόνο μία φορά από κάθε χωριό. Το πρόβλημα έγκειται στην εύρεση της καλύτερης διαδρομής, έτσι ώστε ο διανομέας να διανύσει το μικρότερο δυνατό αριθμό χιλιομέτρων.



Σχ. 4.1. Χωριά και αποστάσεις μεταξύ τους.

A) Μία πρώτη ανάλυση του προβλήματος είναι:

1. να γίνει καταγραφή όλων των αποστάσεων
2. να ταξινομηθούν οι συνδέσεις κατά αύξουσα σειρά
3. να επιλέγεται κάθε φορά η μετάβαση προς το πλησιέστερο χωριό.

=====> 1 -----> 2 -----> 4 -----> 3 -----> 1

διανύοντας συνολικά 36 χιλιόμετρα.



B) Μία διαφορετική ανάλυση του προβλήματος είναι :

1. να γίνει καταγραφή όλων των αποστάσεων
2. να βρεθεί ένα δρομολόγιο με την ελάχιστη διανυόμενη απόσταση

=====> 1 -----> 4 -----> 3 -----> 2 -----> 1

διανύοντας συνολικά 30 χιλιόμετρα.

Συμπεράσματα:

1. ο στόχος της ανάλυσης είναι η εύρεση της ζητούμενης λύσης, όσο γίνεται ταχύτερα και με το λιγότερο δυνατό κόστος σε υπολογιστικούς πόρους.
2. υπάρχει συγγένεια στον τρόπο επίλυσης κάποιων προβλημάτων ("συγγενή" προβλήματα), αλλά όχι ενιαίος κανόνας (π.χ. αποφυγή κυκλοφοριακής συμφόρησης στις πόλεις, βάση του προβλήματος του διανομέα, όπου λαμβάνεται υπόψη επιπλέον και η τρέχουσα κίνηση του κάθε δρόμου).

Γενικότερα, **οι μέθοδοι ανάλυσης και επίλυσης των προβλημάτων :**

1. παρέχουν ένα γενικό πρότυπο κατάλληλο για την επίλυση προβλημάτων ευρείας κλίμακας
2. μπορούν να αναπαρασταθούν με κοινές δομές δεδομένων και ελέγχου (που υποστηρίζονται από τις περισσότερες σύγχρονες γλώσσες προγραμματισμού)
3. παρέχουν τη δυνατότητα καταγραφής των χρονικών και "χωρικών" απαιτήσεων της μεθόδου επίλυσης, έτσι ώστε να μπορεί να γίνει επακριβής εκτίμηση των αποτελεσμάτων

4.3 Μέθοδος διαίρει και βασίλευε (divide and conquer)

Ένα πρόβλημα υποδιαιρείται σε μικρότερα υποπροβλήματα, που έχουν την ίδια τυποποίηση και αυτά σε ακόμη μικρότερα κοκ.

Σταδιακή επίλυση των όσο το δυνατόν μικρότερων υποπροβλημάτων, ώστε τελικά να καταλήξουμε στη συνολική λύση του αρχικού ευρύτερου προβλήματος.

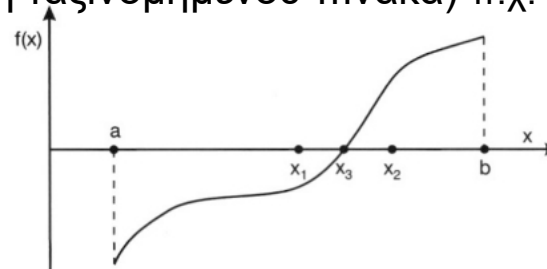
Προσέγγιση: από επάνω προς τα κάτω (top-down).

Περιγραφή

1. Δίνεται για επίλυση ένα στιγμιότυπο ενός προβλήματος.
2. Υποδιαιρείται το στιγμιότυπο του προβλήματος σε υπο-στιγμιότυπα του ίδιου προβλήματος.
3. Δίνεται ανεξάρτητη λύση σε κάθε ένα υπο-στιγμιότυπο.
4. Συνδυάζονται όλες οι μερικές λύσεις που βρέθηκαν για τα υπο-στιγμιότυπα, έτσι ώστε να δοθεί η συνολική λύση του προβλήματος.

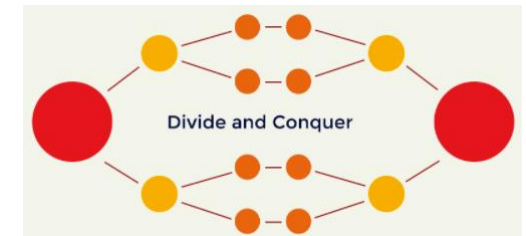
Διαδική αναζήτηση (μόνο στην περίπτωση ταξινομημένου πίνακα) π.χ. τηλεφωνικός κατάλογος

Παρόμοια: η μέθοδος της διχοτόμησης (Bolzano) για την εύρεση μιας ρίζας της εξίσωσης $f(x)=0$ στο διάστημα $[a, b]$



υπάρχει μία τουλάχιστον ρίζα, αν ισχύει $f(a) \cdot f(b) < 0$ (περιττός αριθμός ριζών)

1. βρες το σημείο $x_1 (= (a+b)/2)$ στο μέσο του διαστήματος $[a, b]$
2. αν $f(a) \cdot f(x_1) < 0$ τότε
3. η ρίζα υπάρχει στο διάστημα $[a, x_1]$
4. αλλιώς
5. η ρίζα υπάρχει στο διάστημα $[x_1, b]$
6. επανάλαβε το βήμα 1 για το νέο διάστημα μέχρι να προσεγγισθεί η ρίζα





Η «**Διαιρεί και Βασίλευε**» (divide and conquer) αποτελεί μια μέθοδο σχεδίασης αλγορίθμων στην οποία εντάσσονται οι τεχνικές που υποδιαιρούν ένα πρόβλημα σε μικρότερα υποπροβλήματα, που έχουν την ίδια τυποποίηση με το αρχικό πρόβλημα, αλλά είναι μικρότερα σε μέγεθος. Με όμοιο τρόπο, τα υποπροβλήματα αυτά μπορούν να διαιρεθούν σε ακόμη μικρότερα υποπροβλήματα κ.ο.κ. Έτσι η επίλυση ενός προβλήματος έγκειται στη σταδιακή επίλυση των όσο το δυνατόν μικρότερων υποπροβλημάτων, ώστε τελικά να προκύψει η συνολική λύση του αρχικού ευρύτερου προβλήματος.

Η προσέγγιση αυτή ονομάζεται «από πάνω προς τα κάτω» (top-down).

Ένα παιδί παίζει με τον υπολογιστή το παιχνίδι «Μάντεψε τον αριθμό». Οι κανόνες του παιχνιδιού είναι οι εξής:

- Το παιδί αποτυπώνει στο μυαλό του έναν αριθμό από το 1 έως το 100.
- Ο υπολογιστής προσπαθεί να μαντέψει τον αριθμό το πολύ σε 7 προσπάθειες $[\log_2(100)+1]=\lceil 6,643856+1 \rceil = \lceil 7,643856 \rceil = 7$
- Κάθε φορά που ο υπολογιστής προτείνει έναν αριθμό, με κατάλληλο μήνυμα στην οθόνη, ρωτά το παιδί να του απαντήσει, μέσω του πληκτρολογίου, αν ο αριθμός που μάντεψε ο υπολογιστής, είναι αυτός που έχει βάλει το παιδί στο μυαλό του ή αν είναι μεγαλύτερος ή μικρότερος.

Να αναπτύξετε πρόγραμμα που να υλοποιεί το παραπάνω παιχνίδι:

1. Ο υπολογιστής με κατάλληλο μήνυμα σας ζητάει να σκεφτείτε έναν ακέραιο αριθμό από το 1 μέχρι το 100.
2. Ο υπολογιστής εμφανίζει κατάλληλο μήνυμα που σας πληροφορεί ότι θα βρει τον αριθμό το πολύ με 7 προσπάθειες.
3. Ο υπολογιστής με κατάλληλο μήνυμα προτείνει έναν ακέραιο αριθμό και στη συνέχεια (μέσω κατάλληλου μηνύματος) ζητάει να πληκτρολογήσετε αν ο αριθμός αυτός είναι ίδιος, μεγαλύτερος ή μικρότερος από τον αριθμό που είχατε σκεφτεί.
4. Όταν ο υπολογιστής μαντέψει τον αριθμό που σκεφθήκατε, εμφανίζει στην οθόνη κατάλληλο μήνυμα με τον αριθμό αυτό, καθώς και τον αριθμό των προσπαθειών που έκανε μέχρι να τον βρει.

```
1  ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ μάντεψε_τον_αριθμό
2  ΜΕΤΑΒΛΗΤΕΣ
3  ΑΚΕΡΑΙΕΣ: προσ, αρχη_, τελος, μεση, απαντηση
4  ΛΟΓΙΚΕΣ: βρεθηκε
5  ΧΑΡΑΚΤΗΡΕΣ: απ
6  ΑΡΧΗ
7  ΓΡΑΨΕ 'Σκέψου έναν ακέραιο αριθμό από το 1 μέχρι το 100'
8  ΓΡΑΨΕ ' και θα τον μαντέψω το πολύ σε 7 προσπάθειες'
9  ΓΡΑΨΕ ' αρκεί να απαντάς ειλικρινά στις ερωτήσεις μου: '
10 ΓΡΑΨΕ
11 αρχη_ <- 1
12 τελος <- 100
13 προσ <- 0
14 βρεθηκε <- ΨΕΥΔΗΣ
```

```

15 ΟΣΟ αρχη_ <= τελος ΚΑΙ βρεθηκε = ΨΕΥΔΗΣ ΕΠΑΝΑΛΑΒΕ
16   προσ <- προσ + 1
17   μεση <- (αρχη_ + τελος) div 2
18   ΓΡΑΨΕ 'Προσπάθεια ', προσ, 'η'
19   ΓΡΑΨΕ ' Είναι ο αριθμός ', μεση, '; '
20   ΓΡΑΨΕ ' Δώσε Ν(ΝΑΙ) ή Ο(ΟΧΙ): '
21   ΑΡΧΗ_ΕΠΑΝΑΛΗΨΗΣ
22     ΔΙΑΒΑΣΕ απ
23     ΑΝ απ <> 'Ν' ΚΑΙ απ <> 'ν' ΚΑΙ απ <> 'Ο' ΚΑΙ απ <> 'ο' ΤΟΤΕ
24       ΓΡΑΨΕ ' Λάθος απάντηση. Ξαναπροσπάθησε.... '
25     ΤΕΛΟΣ_ΑΝ
26   ΜΕΧΡΙΣ_ΟΤΟΥ απ = 'Ν' Η απ = 'ν' Η απ = 'Ο' Η απ = 'ο'
27   ΑΝ απ = 'Ν' Η απ = 'ν' ΤΟΤΕ
28     βρεθηκε <- ΑΛΗΘΗΣ
29     ΓΡΑΨΕ ' Τον βρήκα σε ', προσ, ' προσπάθεια/ες... '
30   ΑΛΛΙΩΣ
31     ΓΡΑΨΕ ' Ο αριθμός που έβαλες είναι '
32     ΓΡΑΨΕ ' (1)μεγαλύτερος ή (2)μικρότερος... '
33     ΓΡΑΨΕ ' Δώσε απάντηση 1 ή 2: '
34     ΔΙΑΒΑΣΕ απαντηση
35     ΑΝ απαντηση = 1 ΤΟΤΕ
36       αρχη_ <- μεση + 1
37     ΑΛΛΙΩΣ
38       τελος <- μεση - 1
39     ΤΕΛΟΣ_ΑΝ
40   ΤΕΛΟΣ_ΑΝ
41   ΓΡΑΨΕ ' _____ '
42 ΤΕΛΟΣ_ΕΠΑΝΑΛΗΨΗΣ
43 ΑΝ προσ > 7 Η αρχη_ > τελος ΤΟΤΕ
44   ΓΡΑΨΕ ' Δε βρήκα τον αριθμό σε 7 προσπάθειες '
45   ΓΡΑΨΕ ' γιατί δεν είσαι ειλικρινής ή '
46   ΓΡΑΨΕ ' έκανες κάτι λάθος στη διαδικασία '
47   ΓΡΑΨΕ ' που συμφωνήσαμε '
48 ΤΕΛΟΣ_ΑΝ
49 ΤΕΛΟΣ_ΠΡΟΓΡΑΜΜΑΤΟΣ μάντισε_τον_αριθμό

```