

Μαθαίνοντας: " Το πρόσημο του τριωνύμου $g(x) = ax^2 + bx + c$, $a \neq 0$ ".

1. Να διατυπώσετε τα συμπεράσματα που αφορούν το πρόσημο του τριωνύμου g στις περιπτώσεις που είναι: $\Delta > 0$, $\Delta = 0$, $\Delta < 0$.
2. Αν για τη διακρίνουσα Δ του τριωνύμου g είναι $\Delta \leq 0$, τι μπορούμε να ισχυριστούμε για το πρόσημο του;
3. Να αναφέρεται τα συμπεράσματα που αφορούν την μονotonία, τα ακρότατα, την κορυφή και τον άξονα συμμετρίας των παρακάτω τριωνύμων:
 - $\varphi(x) = 2x^2 - 5x + 2$, $\varphi_1(x) = -4x^2 + 7x - 3$
 - $g(x) = 9x^2 - 6x + 1$, $g_1(x) = -4x^2 - 4x - 1$
 - $f(x) = x^2 - 5x + 7$, $f_1(x) = -3x^2 + x - 3$.

Να κατασκευάσετε επίσης την γραφική παράσταση των τριωνύμων αυτών.
4. Να βρείτε τα πρόσημα των τριωνύμων της προηγούμενης άσκησης 3.
5. Να λύσετε τις ανισότητες:
 - $2x^2 - 5x + 2 \leq 0$, $-4x^2 + 7x - 3 > 0$
 - $9x^2 - 6x + 1 \geq 0$, $-4x^2 - 4x - 1 < 0$, $9x^2 - 6x + 1 \leq 0$ και $-4x^2 - 4x - 1 > 0$
 - $x^2 - 5x + 7 > 0$, $-3x^2 + x - 3 \geq 0$, $x^2 - 5x + 7 \leq 0$ και $-3x^2 + x - 3 \leq 0$.
6. Να βρείτε τις κοινές λύσεις των ανισοτήτων:
 - $x^2 - 2x - 3 \leq 0$, $2x^2 - 3x - 2 > 0$
 - $-x^2 + 5x - 4 < 0$, $x^2 - 4x - 5 \leq 0$
7. Για ποιές τιμές του $x \in \mathbb{R}$ η γραφική παράσταση του τριωνύμου $\varphi(x) = -x^2 + 7x - 6$ βρίσκεται κάτω από τον άξονα $x'x$;

8. Να δείξετε ότι:

- $-y^2 + 2ay - 3a^2 - 1 < 0$ για κάθε $y, a \in \mathbb{R}$ και
- $x^2 - 2xy + 2y^2 - y + 1 > 0$ για κάθε $x, y \in \mathbb{R}$.

9. Να λύσετε την ανισότητα:

$$\frac{(x-1)(-x^2+x-1)}{x^2-5x+6} \geq 0.$$

10. Να απλοποιήσετε την παράσταση:

$$Π(x) = |-x^2 + 3x - 4| + |x^2 + 2x + 3|.$$

Βρείτε επίσης για ποιές τιμές του $x \in \mathbb{R}$ είναι: $Π(x) < 8x$.