

Αρχιμήδης Μικροί 2001-2002

1. Προς το εξωτερικό ισοπλεύρου τριγώνου $AB\Gamma$ πλευράς a κατασκευάζουμε ορθογώνιο ισοσκελές τρίγωνο $A\Gamma\Delta$ με $\angle \hat{A}\Delta = 90^\circ$. Τα ευθύγραμμα τμήματα ΔA και ΓB προεκτείνονται τέμνονται στο σημείο E .

α) Να υπολογίσετε τη $\angle \hat{B}E\Gamma$.

β) Να υπολογίσετε το εμβαδόν του τριγώνου $\Gamma\Delta E$ συναρτήσει της πλευράς a .

γ) Να υπολογίσετε το μήκος του $B\Delta$ συναρτήσει του a .

2. Στον διαγωνισμό ΑΡΧΙΜΗΔΗΣ της Ε.Μ.Ε. συμμετέχουν αγόρια και κορίτσια που χωρίζονται σε δύο κατηγορίες, στους "μικρούς" και τους "μεγάλους". Τα αγόρια που λαμβάνουν μέρος στον φετινό ΑΡΧΙΜΗΔΗ αποτελούν το 55% αυτών που συμμετέχουν. Ο λόγος του πλήθους των "μικρών" αγοριών προς το πλήθος των "μεγάλων" αγοριών ισούται με το λόγο του πλήθους των "μικρών" προς το πλήθος των "μεγάλων".

Να βρεθεί ο λόγος του πλήθους των "μικρών" αγοριών προς το πλήθος των "μικρών κοριτσιών".

3. Να προσδιορίσετε τους μη αρνητικούς ακέραιους αριθμούς α, β, γ με $\alpha \leq \beta \leq \gamma$ για τους οποίους ισχύει ότι : $\alpha\beta + \beta\gamma + \gamma\alpha - \alpha\beta\gamma = 2$.

4. Να αποδείξετε ότι $1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot 2002 < \left(\frac{2003}{2}\right)^{2002}$.