

Αρχιμήδης Μικροί 2002-2003

1. Να προσδιορίσετε τις τιμές του θετικού ακεραίου n για τις οποίες ο αριθμός $A = n^3 - n^2 + n - 1$ είναι πρώτος.

2. Να προσδιορίσετε τετραψήφιο αριθμό \overline{xyzw} , ο οποίος έχει την ιδιότητα : Αν του προσθέσουμε το άθροισμα των ψηφίων του, προκύπτει ο αριθμός 2003.

3. Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο $AB\Gamma$ ($AB=AG$). Το ύψος του AH και η μεσοκάθετος ϵ της πλευράς AB τέμνονται στο σημείο M . Η κάθετη προς την ευθεία ϵ στο σημείο M τέμνει την $B\Gamma$ στο σημείο Δ . Αν ο περιγεγραμμένος κύκλος του τριγώνου $B\Delta\Gamma$ τέμνει την ευθεία ϵ στο σημείο Σ , να αποδείξετε ότι:

α) $B\Sigma // AM$.

β) το τετράπλευρο $AMB\Sigma$ είναι ρόμβος.

4. Να προσδιορίσετε όλους τους θετικούς ακέραιους οι οποίοι μπορούν να παρασταθούν ως κλάσματα της μορφής $\frac{\mu\nu+1}{\mu+\nu}$, όπου μ και ν είναι θετικοί ακέραιοι.