

Αρχιμήδης Μικροί 2003-2004

1. Οι αριθμοί 203 και 298 διαιρούμενοι με το θετικό αριθμό x δίνουν και οι δύο υπόλοιπο 13. Ποιες είναι οι δυνατές τιμές του x ;

2. Δίνεται ορθογώνιο παραλληλόγραμμο $ΑΒΓΔ$. Θεωρούμε τα μέσα K και $Λ$ των πλευρών $ΒΓ$ και $ΑΔ$, αντίστοιχα. Η κάθετη από το B προς την AK τέμνει την AK στο E και την $ΓΛ$ στο Z .

α) Να αποδείξετε ότι το τετράπλευρο $AKZΛ$ είναι ισοσκελές τραπέζιο.

β) Να αποδείξετε ότι $2(ΑΒΚΖ) = (ΑΒΓΔ)$

γ) Αν το τετράπλευρο $ΑΒΓΔ$ είναι τετράγωνο πλευράς a , να υπολογίσετε το εμβαδόν του ισοσκελούς τραπεζίου $AKZΛ$ ως συνάρτηση της πλευράς $ΒΓ = a$.

3. Αν οι x, y, z είναι θετικοί πραγματικοί αριθμοί τέτοιοι ώστε $x^2 + y^2 + z^2 = 25$ να προσδιορίσετε την ελάχιστη δυνατή τιμή της παράστασης $A = \frac{xy}{z} + \frac{yz}{x} + \frac{zx}{y}$.

4. Να προσδιορίσετε τον ρητό αριθμό $\frac{\alpha}{\beta}$, όπου α, β θετικοί ακέραιοι, με τον ελάχιστο παρονομαστή, που είναι τέτοιος ώστε $\frac{52}{303} < \frac{\alpha}{\beta} < \frac{16}{91}$.