

1. Αν ο αριθμός

$$K = \frac{9n^2 + 31}{n^2 + 7}$$

είναι ακέραιος, να προσδιορίσετε τις τιμές του ακέραιου n .

2. Από την κορυφή A ισοπλεύρου τριγώνου $AB\Gamma$ φέρουμε ημιευθεία Ax που τέμνει την πλευρά $B\Gamma$ στο Δ . Πάνω στην Ax παίρνουμε σημείο E τέτοιο ώστε $BA = BE$.

Να υπολογίσετε τη γωνία $\widehat{A\hat{E}\Gamma}$.

3. Θεωρούμε τους αριθμούς

$$A = \frac{1}{4} \cdot \frac{3}{6} \cdot \frac{5}{8} \cdot \dots \cdot \frac{595}{598} \cdot \frac{597}{600} \quad \text{και} \quad B = \frac{2}{5} \cdot \frac{4}{7} \cdot \frac{6}{9} \cdot \dots \cdot \frac{596}{599} \cdot \frac{598}{601}$$

Να αποδείξετε ότι:

α) $A < B$

β) $A < \frac{1}{5990}$

4. Το διπλανό σχεδιάγραμμα παρουσιάζει τους δρόμους που συνδέουν τη πλατεία μιας πόλης (σημείο Π) με το σχολείο (σημείο Σ). Στη πλατεία βρίσκονται k μαθητές και ξεκινούν με προορισμό το σχολείο έχοντας τη δυνατότητα να κινούνται (στο σχεδιάγραμμα) μόνο προς τα δεξιά και προς τα άνω. Αν οι μαθητές είναι ελεύθεροι να επιλέξουν οποιαδήποτε διαδρομή (με σκοπό να φτάσουν στο σχολείο, να προσδιορίσετε την ελάχιστη τιμή του k έτσι, ώστε οπωσδήποτε δύο τουλάχιστον μαθητές να ακολουθήσουν την ίδια διαδρομή.

