

1. Δίνεται οξυγώνιο τρίγωνο $AB\Gamma$ με $AB < A\Gamma < B\Gamma$ εγγεγραμμένο σε κύκλο (C) . Ο κύκλος $C_1(A, AB)$ τέμνει την $B\Gamma$ στο Δ και τον κύκλο (C) στο E . Να αποδείξετε ότι η $A\Gamma$ διχοτομεί τη γωνία $\widehat{\Delta A E}$.

2. Για τις διάφορες τιμές του ρητού a να λυθεί η εξίσωση $\left| |x-4| - 2x + 8 \right| = ax + 4$.

3. Οι θετικοί ακέραιοι μ, ν με $\mu > \nu$ ικανοποιούν τη σχέση $EΚΤ(\mu, \nu) + ΜΚΔ(\mu, \nu) = \mu + \nu$.

α) Να δείξετε ότι ο ν διαιρεί τον μ .

β) Αν επιπλέον ισχύει $\mu - \nu = 10$, να βρείτε όλα τα ζεύγη (μ, ν) .

4. Πάνω σε ένα επίπεδο Π δίνεται ευθεία (ϵ) και πάνω στην (ϵ) δίνονται δυο σημεία A_1, A_2 . Θεωρούμε ακόμη και δυο διαφορετικά μεταξύ τους σημεία A_3, A_4 του επιπέδου Π , που δεν ανήκουν στην ευθεία (ϵ) . Να εξετάσετε αν είναι δυνατόν να τοποθετηθούν τα σημεία A_3 και A_4 σε τέτοιες θέσεις, ώστε να σχηματίζεται ο μεγαλύτερος δυνατός αριθμός ισοσκελών τριγώνων με κορυφές τρία από τα τέσσερα σημεία A_1, A_2, A_3, A_4 :

α) όταν τα σημεία A_3, A_4 ανήκουν σε διαφορετικά ημιεπίπεδα ως προς την ευθεία (ϵ)

β) όταν τα σημεία A_3, A_4 ανήκουν στο ίδιο ημιεπίπεδο ως προς την ευθεία (ϵ) .