

ΜΕΡΟΣ Α

1. Δύο ίσα τετράγωνα $ΑΒΓΔ$ και $ΕΖΗΘ$ πλευράς 10 τοποθετούνται έτσι ώστε η κορυφή $Ε$ να βρίσκεται στο κέντρο του τετραγώνου $ΑΒΓΔ$.

Το εμβαδό του μέρους του επιπέδου που καλύπτεται κατ' αυτόν τον τρόπο είναι

- α) 75 β) 10 γ) 125 δ) 150 η) 175

2. Τρεις κύβοι με όγκο 1, 8, 27 είναι κολλημένοι μεταξύ τους στις έδρες τους. Η ελάχιστη δυνατή επιφάνεια του σχηματιζόμενου στερεού έχει εμβαδό

- α) 36 β) 56 γ) 70 δ) 72 η) 74

3. Αν x, y είναι πραγματικοί αριθμοί, συμβολίζουμε με $m(x,y)$ τον μικρότερο από τους x, y και αντίστοιχα με $M(x,y)$ τον μεγαλύτερο από τους x, y .

Αν $\alpha < \beta < \gamma < \delta < \epsilon$ τότε $M\{M[\alpha, m(\beta, \gamma)], m[\delta, m(\alpha, \epsilon)]\} =$

- α) α β) β γ) γ δ) δ ε) ϵ

4. Σ' ένα σάκο υπάρχουν μπλε και κόκκινοι βόλοι. Αν αφαιρέσουμε από τον σάκο ένα κόκκινο βόλο, τότε το ένα έβδομο των υπόλοιπων βόλων είναι κόκκινοι. Αν, αντί του κόκκινου βόλου αφαιρέσουμε από τον σάκο δύο μπλε βόλους, τότε το ένα πέμπτο των υπόλοιπων βόλων είναι κόκκινοι.

Πόσοι βόλοι υπήρχαν στο σάκο;

- α) 8 β) 22 γ) 36 δ) 57 η) 71

5. Ένα ορθογώνιο παραλληλόγραμμο με διαστάσεις 8 και $2\sqrt{2}$ έχει το ίδιο κέντρο μ' ένα κύκλο ακτίνας 2.

Το κοινό εμβαδό των δύο γεωμετρικών σχημάτων είναι

- α) 2π β) $2\pi+2$ γ) $4\pi-4$ δ) $2\pi+4$ η) $2\pi-2$

6. Μέσα σ' ένα κουτί υπάρχουν:

μία σφαίρα σημαδεμένη με τον αριθμό 1

δύο σφαίρες σημαδεμένες με τον αριθμό 2

τρεις σφαίρες σημαδεμένες με τον αριθμό 3 ...

και πενήντα σφαίρες σημαδεμένες με τον αριθμό 50.

Ποιος είναι ο ελάχιστος αριθμός σφαιρών που πρέπει να τραβήξουμε τυχαία από το κουτί για να είμαστε σίγουροι ότι θα υπάρχουν δέκα σφαίρες σημαδεμένες με τον ίδιο αριθμό;

- α) 10 β) 51 γ) 415 δ) 451 η) 501

7. Αν οι αριθμοί α, β, γ είναι διαδοχικοί όροι Γ.Π. με λόγο $\lambda \neq 1$ και οι αριθμοί $\alpha, 2\beta, 3\gamma$ είναι διαδοχικοί όροι Α.Π., τότε ο λόγος λ ισούται με

- α) $\frac{1}{4}$ β) $\frac{1}{3}$ γ) $\frac{1}{2}$ δ) 2 η) 4

8. Εννέα καρέκλες σε ευθεία γραμμή πρόκειται να καλυφθούν από 6 μαθητές και 3 καθηγητές Α, Β, Γ. Οι καθηγητές φθάνουν πριν από τους μαθητές και αποφασίζουν να επιλέξουν τις καρέκλες τους έτσι, ώστε κάθε καθηγητής να έχει αμέσως δεξιά του και αμέσως αριστερά του μαθητή.

Κατά πόσους διαφορετικούς τρόπους μπορούν οι καθηγητές να διαλέξουν τις καρέκλες τους;

- α) 12, β) 36, γ) 60, δ) 84, η) 630.

9. Αν α, β είναι μη μηδενικοί πραγματικοί αριθμοί που ικανοποιούν τις σχέσεις:

$$|\alpha|\beta + \beta^3 = 0 \text{ και } |\alpha| + \beta = 3,$$

τότε ο πλησιέστερος ακέραιος στον αριθμό $\alpha - \beta$ είναι

- α) -3 β) -1 γ) 2 δ) 3 η) 5

10. Αν ρίξουμε n ζάρια, η πιθανότητα να πάρουμε άθροισμα 1994 είναι θετική και ισούται με την πιθανότητα να πάρουμε ως άθροισμα κάποιο αριθμό A .

Η μικρότερη δυνατή τιμή του A είναι

- α) 333 β) 335 γ) 337 δ) 339 η) 341

ΜΕΡΟΣ Β

1. Έστω $\beta > 3$, β ακέραιος, μία βάση την οποία χρησιμοποιούμε για την παράσταση αριθμών (στο δεκαδικό σύστημα $\beta=10$).

Να αποδειχτεί ότι ο αριθμός που έχει παράσταση 131 στη βάση β δεν μπορεί να είναι τετράγωνο ακέραιου αριθμού.

2. Μία κοινή εσωτερική εφαπτομένη δύο κύκλων τέμνει τις κοινές εξωτερικές εφαπτόμενες των κύκλων αυτών στα σημεία Α και Δ. Η ευθεία ΑΔ συναντά τους κύκλους στα σημεία Β και Γ.

Να αποδειχτεί ότι $AB = \Gamma\Delta$.

3. Να βρεθούν όλοι οι πραγματικοί αριθμοί x τέτοιοι, ώστε ο αριθμός

$$A = [(x^2 + 3)^{\frac{1}{2}} + x]^{\frac{1}{3}} - [(x^2 + 3)^{\frac{1}{2}} - x]^{\frac{1}{3}} \text{ να είναι ακέραιος.}$$