

Ευκλείδης Α Λυκείου 1994-1995

1. Έχουμε στο επίπεδο 4 διαφορετικές ευθείες. Είναι γνωστό ότι κάθε άλλη ευθεία του ίδιου επιπέδου τέμνει ή 2 ή 4 από τις ευθείες. Να βρείτε πόσες από τις ευθείες είναι παράλληλες.

2. Αν  $a, \beta$  είναι θετικοί πραγματικοί και  $x, y$  είναι θετικοί πραγματικοί διαφορετικοί από το 0, να δείξετε ότι:

$$\left(a \frac{x}{y} + \beta\right)^2 + \left(a \frac{y}{x} + \beta\right)^2 \geq 2(a + \beta)^2$$

3. Έχουμε ένα τετράγωνο  $3 \times 3$  (σχήμα 1), κάθε τετραγωνάκι του οποίου περιέχει τον αριθμό 0. Παίρνουμε τυχαίο τετράγωνο  $2 \times 2$  μέσα στο προηγούμενο, και σε κάθε τετραγωνάκι του προσθέτουμε στον ήδη υπάρχον αριθμό τον αριθμό 1.

Εξετάστε αν είναι δυνατό μετά από κάποιο αριθμό τέτοιων προσθέσεων να βγει το τετράγωνο του σχήματος 2.

0	0	0
0	0	0
0	0	0

σχήμα 1

10	9	6
8	18	14
3	11	5

σχήμα 2

4. Να εξετάσετε αν υπάρχουν τέτοιοι ακέραιοι αριθμοί  $x, y$  ώστε να ισχύει η ισότητα:

$$x^2 + 4y = 1995.$$