

Ευκλείδης Β' Λυκείου 1995-1996

1. Έστω πολυώνυμο  $P(x) = x^n + (n-1)x^{n-1} + n$ ,  $n \in \mathbf{N}$ ,  $n \neq 0$ .

α) Να εξετάσετε αν υπάρχει  $n$ , ώστε  $P(2) = 3 \cdot 2^{n-1} + 1$ .

β) Να αποδείξετε ότι  $P(1) = 2 \cdot P(1-n)$ .

2. Έστω τρίγωνο  $AB\Gamma$  με  $\hat{A} = 2\hat{B}$ ,  $A\Delta$ -διχοτόμος,  $E$  το μέσο της  $A\Gamma$  και η  $\Delta E$  είναι παράλληλη προς την  $AB$ .

Να βρεθούν οι γωνίες του  $AB\Gamma$ .

3. Έστω παραλληλόγραμμο  $AB\Gamma\Delta$  και ευθείες  $\epsilon$  και  $\epsilon_1$  που διέρχονται από το  $A$  και τέμνουν τις  $B\Delta$ ,  $\Gamma\Delta$ ,  $B\Gamma$  στα  $E$ ,  $Z$ ,  $H$  και  $K$ ,  $\Lambda$ ,  $M$  αντίστοιχα.

Αν  $AE = \lambda \cdot AK$ , ( $\lambda > 0$ ), να δειχτεί ότι:

$$\frac{(EZ)(EH)}{(KA)(KM)} = \lambda^2.$$

4. Σε 14 κουτιά υπάρχουν 25 σοκολάτες και είναι γνωστό ότι κάθε κουτί περιέχει 1 ή 2 ή 3 σοκολάτες. Ακόμα γνωρίζουμε ότι ο αριθμός των κουτιών με μια σοκολάτα είναι μεγαλύτερος του 6 και ότι ο αριθμός των σοκολατών στα κουτιά με 2 ή 3 σοκολάτες είναι μεγαλύτερος από 17.

Να προσδιορίσετε πόσα κουτιά περιέχουν μία, δύο ή τρεις σοκολάτες.