

Ευκλείδης Β' Γυμνασίου 1996-1997

1. Οι σελίδες ενός βιβλίου είναι αριθμημένες με διαδοχικούς αριθμούς 1, 2, 3, ...

Από την πρώτη μέχρι την τελευταία σελίδα χρησιμοποιήθηκαν 4909 ψηφία.

Να βρεθεί πόσες σελίδες έχει το βιβλίο .

2. Έστω  $\alpha = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{1996}$  ,  $\beta = 1 + \frac{2}{4} + \frac{4}{6} + \frac{6}{8} + \frac{8}{10} + \dots + \frac{3990}{3992}$

Να υπολογιστεί το  $\alpha + \beta$ .

3. Έστω τετράγωνο ΚΛΜΝ πλευράς 21 και Α, Β, Γ, Δ σημεία των ΚΛ, ΛΜ, ΜΝ,

ΝΚ ώστε ΚΑ=9, ΛΒ=5, ΜΓ=12, ΝΔ=13.

Να δειχτεί ότι  $\Delta A + \Delta B + 1 > AB + A\Gamma$ .

4. Από τους 18 αριθμούς, 1, 2, 3, ..., 18 επιλέγουμε στην τύχη τέσσερις

διαφορετικούς.

Να δειχτεί ότι από αυτούς τους τέσσερις υπάρχουν δύο, έστω οι  $\alpha$  και  $\beta$ ,

με  $0 < \alpha - \beta \leq 5$ .