

Ευκλείδης Γ' Γυμνασίου 1996-1997

1. Έστω $a \neq \pm \beta$ και ισχύει $\frac{5a}{a-\beta} + \frac{3\beta}{a+\beta} = 5$. Να υπολογιστεί η τιμή της παράστασης $A = \frac{10a-4\beta}{a+6\beta}$.

2. Να δειχτεί ότι η ακολουθία των αριθμών: 6, 10, 14, 18, ..., $(4k+2)$, ... δεν περιέχει κανένα τέλειο τετράγωνο φυσικού αριθμού.

3. Σ' έναν κύκλο ακτίνας R είναι εγγεγραμμένα δύο κανονικά πολύγωνα. Το εμβαδό του ενός είναι διπλάσιο του εμβαδού του άλλου.

Να βρεθεί η περίμετρος του μεγαλύτερου.

4. Από τους 18 αριθμούς, 1, 2, 3, ..., 18, επιλέγουμε στη τύχη τέσσερις διαφορετικούς.

Να δειχτεί ότι από αυτούς τους τέσσερις υπάρχουν δύο, έστω οι α και β , με $0 < \alpha - \beta \leq 5$.