

Ευκλείδης Γ' Λυκείου 1996-1997

1. Να βρεθεί το εμβαδόν του χωρίου που περικλείεται από τα (x,y) που ικανοποιούν τη σχέση:

$$4x^3 + 4x^2y - 12x^2 = y^3 + xy^2 - 3y^2$$

2. Έστω τρίγωνο $AB\Gamma$ εγγεγραμμένο σε κύκλο C . Η διχοτόμος της γωνίας A τέμνει τη $B\Gamma$ στο Δ και τον C στο K . Οι εγγεγραμμένοι κύκλοι στα τρίγωνα $B\Delta K$ και $K\Delta\Gamma$ είναι ίσοι.

Ναδειχτεί ότι το $AB\Gamma$ είναι ισοσκελές.

3. Έστω το σύνολο $A = \{a_1, a_2, \dots, a_n\}$, $a_i \geq 0$, $i=1, 2, \dots, n$.

Για κάθε i, j υπάρχει k , $(1 \leq i, j, k \leq n)$ ώστε $a_k = \frac{1}{2} |a_i - a_j|$.

Ναδειχτεί ότι $a_i = 0$ για κάθε i .

4. Έστω η γνήσια αύξουσα συνάρτηση $f: \mathbb{N}^* \rightarrow \mathbb{N}^*$ και $v_0 \in \mathbb{N}^*$. Για κάθε $n \geq v_0$ η $f(n)$ διαιρεί το n .

Να προσδιοριστεί η συνάρτηση f .