

Ευκλείδης Α Λυκείου 1997-1998

1. Έστω a, β, γ τα μήκη των πλευρών ενός τριγώνου.

Ναδειχτεί ότι $2 < \frac{a+\beta}{\gamma} + \frac{\beta+\gamma}{a} + \frac{\gamma+a}{\beta} - \frac{a^3+\beta^3+\gamma^3}{a\beta\gamma} \leq 3$.

2. Στο εσωτερικό της γωνίας $\hat{x}Oy=90^\circ$ θεωρούμε το σημείο Γ και στις πλευρές της Ox, Oy τα A, B αντίστοιχα.

Ναδειχτεί ότι η περίμετρος του τριγώνου $AB\Gamma$ είναι μεγαλύτερη από $2(O\Gamma)$.

3. Έστω ισοσκελές τρίγωνο $AB\Gamma$ με $\hat{A}=108^\circ$ και $\Gamma\Delta$ η διχοτόμος του. Φέρνουμε την κάθετη στη $\Gamma\Delta$ στο Δ , που τέμνει τη $B\Gamma$ στο E .

Ναδειχτεί ότι $BE=A\Delta$.

4. Έστω $n \in \mathbb{N}$, $n > 0$. Ναδειχτεί ότι οι αριθμοί $n(n-1)$ και $(n+1)^2$ έχουν διαφορετικό άθροισμα ψηφίων.