

Ευκλείδης Α Λυκείου 1999-2000

1. Δύο αμβλείες γωνίες είναι τοποθετημένες έτσι, ώστε το ένα ζεύγος των πλευρών τους να είναι αντικείμενες ημιευθείες, ενώ το άλλο ζεύγος είναι κάθετες ημιευθείες.

Να υπολογίσετε το άθροισμα των γωνιών.

2. Για τους πραγματικούς αριθμούς  $x, y, z$  ισχύουν:  $x-yz=y-zx=z-xy$ .

Να δειχτεί ότι:  $(x-y)(y-z)(z-x)=0$ .

3. Έστω  $a, x, y \in P$  με  $a \geq 2$ ,  $1 \leq x \leq a$  και  $1 \leq y \leq a$ .

Να δειχτεί ότι:  $4 \leq (x+y) \left( \frac{1}{x} + \frac{1}{y} \right) < \frac{(a+1)^2}{a}$ .

4. Να βρεθούν οι θετικοί ακέραιοι  $\alpha, \beta$  που ικανοποιούν την εξίσωση  
(E):  $\alpha^5 \beta^2 + 100\alpha^3 = 200$ .