

Ευκλείδης Β' Λυκείου 2002-2003

1. Για τους ακέραιους α, β ισχύει $(\alpha - \beta)^2 = \frac{4\alpha\beta}{\alpha + \beta - 1}$ (1).

α) Να αποδείξετε ότι το $\alpha + \beta$ είναι τέλειο τετράγωνο.

β) Να βρείτε τα ζεύγη (α, β) των ακεραίων που ικανοποιούν την (1).

2. Στο καρτεσιανό επίπεδο Oxy θεωρούμε 25 σημεία με συντεταγμένες (κ, λ) , όπου $\kappa, \lambda \in \{0, 1, 2, 3, 4\}$.

Να προσδιορίσετε το πλήθος των τετραγώνων που κατασκευάζονται με κορυφές 4 από τα 25 δεδομένα σημεία.

3. Δίνεται ορθογώνιο τρίγωνο $AB\Gamma$ ($\hat{A} = 90^\circ$). Εξωτερικά του τριγώνου κατασκευάζουμε τα ισόπλευρα τρίγωνα $B\Gamma\Delta$ και $A\Gamma E$. Έστω M το μέσο της AB και $M\Delta = u$, $ME = v$.

Να υπολογίσετε το μήκος της AB , ως συνάρτηση των u, v .

4. Αν ισχύει $2a^6 - 2a^4 + a^2 = \frac{3}{2}$, να δειχτεί ότι $a^8 > 1$.