

Ευκλείδης Γ' Λυκείου 2002-2003

1. Ο πενταψήφιος αριθμός  $A = \overline{x_1x_2x_3x_4x_5}$  (στο δεκαδικό σύστημα) έχει ψηφία  $x_1, x_2, x_3, x_4, x_5$  τέτοια, ώστε  $x_3, x_4, x_5 > 1$  και  $x_1 + x_1x_2 + x_1x_2x_3 + x_1x_2x_3x_4 + x_1x_2x_3x_4x_5 = 121$ .

Να βρεθεί ο αριθμός  $A$ .

2. Δίνεται ορθή γωνία  $x\hat{O}y$  και τα σημεία  $A, B$  επάνω στις  $Ox, Oy$ , αντιστοίχως, έτσι ώστε  $OA + OB = 2\lambda, \lambda > 0$ .

Να αποδείξετε ότι υπάρχει μοναδικό σημείο  $T$  στο εσωτερικό της γωνίας  $x\hat{O}y$  έτσι ώστε  $E(OATB) = \lambda^2$ , ανεξάρτητα από τη θέση των  $A$  και  $B$ .

3. Αν ο αριθμός  $\overline{a\beta\gamma}$  (στο δεκαδικό σύστημα) είναι πρώτος, να αποδείξετε ότι η εξίσωση (E):  $\alpha x^2 + \beta x + \gamma = 0$  δεν έχει ρητή ρίζα.

4. Αν  $a \geq 1$  και  $z \in \mathbb{C}$  έτσι ώστε  $|z + a| \leq a$  και  $|z^2 + a| \leq a$ , να αποδείξετε ότι η εικόνα του  $z$  στο μιγαδικό επίπεδο ανήκει στον κυκλικό δίσκο με κέντρο την αρχή των αξόνων και ακτίνα  $a$ .