

1. Έστω ότι οι ακέραιοι a και $a+2$ είναι πρώτοι με $a > 3$.

Ναδειχτεί ότι ο αριθμός $a+4$ είναι σύνθετος.

2. Οι αριθμοί a και β είναι θετικοί και ισχύει $a+\beta=\lambda$.

Ναδειχτεί ότι $\frac{4}{3\lambda} \leq \frac{1}{a+\lambda} + \frac{1}{\beta+\lambda} < \frac{3}{2\lambda}$.

3. Δίνεται σκαληνό τρίγωνο $AB\Gamma$. Πόσα σημεία Δ υπάρχουν στο επίπεδο του τριγώνου τέτοια ώστε το τετράπλευρο με κορυφές τα σημεία A, B, Γ, Δ να έχει άξονα συμμετρίας διαφορετικό από πλευρά του τριγώνου;

4. Έστω A και B δύο μη κενά και ξένα μεταξύ τους σύνολα των οποίων η ένωση είναι το σύνολο $\Sigma = \{1, 2, 3, 4, 5\}$.

Να αποδειχτεί ότι ένα τουλάχιστον από τα A και B περιέχει τουλάχιστον τη διαφορά δύο στοιχείων του.