

1. Υπάρχει θετικός ακέραιος  $n$  τέτοιος ώστε:

α) Ο  $3n$  είναι τέλειος κύβος, ο  $4n$  τέλεια τέταρτη δύναμη και ο  $5n$  τέλεια πέμπτη δύναμη;

β) Ο  $3n$  είναι τέλειος κύβος, ο  $4n$  τέλεια τέταρτη δύναμη, ο  $5n$  τέλεια πέμπτη δύναμη και ο  $6n$  τέλεια έκτη δύναμη;

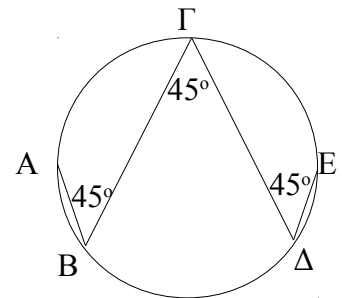
2. Να βρεθούν πραγματικοί αριθμοί  $x, y, z, w$  για τους οποίους ισχύει:

$$\sqrt{x-y} + \sqrt{y-z} + \sqrt{z-w} + \sqrt{x+w} = x+2.$$

3. Οι κορυφές  $A, B, \Gamma, \Delta, E$  μιας τεθλασμένης γραμμής βρίσκονται πάνω σε ένα κύκλο όπως στο σχήμα.

Είναι  $\hat{A}B\Gamma = \hat{B}\Gamma\Delta = \hat{\Gamma}\Delta E = 45^\circ$ .

Να δειχτεί ότι  $AB^2 + \Gamma\Delta^2 = B\Delta^2 + \Delta E^2$ .



4. Μια πραγματική συνάρτηση  $f$  είναι ορισμένη στο  $P$  και ισχύει:

$$f(x+1) \cdot f(x) + f(x+1) + 1 = f(x), \text{ για κάθε } x \in P.$$

Να δειχτεί ότι για κάθε  $x \in P$  ισχύουν:

α)  $f(x) \neq -1$

β)  $f(x) \neq 0$

γ)  $f(x+4) = f(x)$ .