



ΕΠΙΤΡΟΠΗ ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΩΝ
67ος ΠΑΝΕΛΛΗΝΙΟΣ ΜΑΘΗΤΙΚΟΣ ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΟΣ ΣΤΑ
ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ "Ο ΕΥΚΛΕΙΔΗΣ"
ΣΑΒΒΑΤΟ, 20 ΙΑΝΟΥΑΡΙΟΥ 2007

Γ' ΛΥΚΕΙΟΥ

1. Αν $\log_{150} 2 = x$, $\log_{150} 3 = y$ τότε να υπολογιστεί η τιμή της παράστασης

$$A = 50^{\frac{1-x-y}{2(1-y)}}$$

2. Δίνεται ότι το πολυώνυμο $P(x) = x^3 + \kappa x + \lambda$ με $\kappa, \lambda \in \mathbb{R}$ έχει τις πραγματικές ρίζες x_1 , x_2 , και x_3 που ανά δύο είναι διαφορετικές μεταξύ τους. Να εκφράσετε την παράσταση

$$\Gamma = (1 + x_1^2)(1 + x_2^2)(1 + x_3^2)$$

συναρτήσει των κ, λ .

3. Να λύσετε στο \mathbb{R} την εξίσωση:

$$\sqrt[3]{\frac{3x-1}{2}} = \frac{2x^3+1}{3}$$

4. Αν I είναι το έγκεντρο τριγώνου $AB\Gamma$ με $B\Gamma=2$ και $\widehat{BA\Gamma} = 60^\circ$, να αποδείξετε ότι:

$$IA + IB + I\Gamma \leq 2\sqrt{3}$$