



ΕΠΙΤΡΟΠΗ ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΩΝ
69^{ος} ΠΑΝΕΛΛΗΝΙΟΣ ΜΑΘΗΤΙΚΟΣ ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΟΣ
ΣΤΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ
"Ο ΕΥΚΛΕΙΔΗΣ"
ΣΑΒΒΑΤΟ, 17 ΙΑΝΟΥΑΡΙΟΥ 2009

Α' τάξη Λυκείου

Πρόβλημα 1

Να απλοποιήσετε την αλγεβρική παράσταση

$$A = \frac{\left(x^2 - \frac{1}{y^2}\right)^m \cdot \left(y + \frac{1}{x}\right)^{n-m} \cdot y^{m+n}}{\left(y^2 - \frac{1}{x^2}\right)^n \cdot \left(x - \frac{1}{y}\right)^{m-n} \cdot x^{m+n}},$$

όπου m, n ακέραιοι και x, y πραγματικοί αριθμοί με $xy \neq 0$, $xy \neq 1$ και $xy \neq -1$.

Μονάδες 5

Πρόβλημα 2

Να βρεθούν οι ακέραιοι αριθμοί α, β , αν γνωρίζετε ότι ισχύουν:

$$|\alpha - \beta| = |\alpha| + |\beta| \quad \text{και} \quad \alpha^3 \beta^2 + \alpha^2 \beta^3 + 2\alpha^2 \beta^2 - \alpha - \beta = 37.$$

Μονάδες 5

Πρόβλημα 3

Δίνεται τετράγωνο ΑΒΓΔ πλευράς 3α . Πάνω στις πλευρές ΒΓ και ΓΔ λαμβάνουμε σημεία Ε και Ζ τέτοια ώστε $ΕΓ = ΖΔ = \alpha$. Τα ευθύγραμμα τμήματα ΒΖ και ΔΕ τέμνονται στο σημείο Κ. Αν η ευθεία ΑΚ τέμνει την ευθεία ΕΖ στο σημείο Λ, τότε:

(α) Να αποδείξετε ότι: $ΑΛ \perp ΕΖ$.

Μονάδες 3

(β) Να υπολογίσετε το μήκος της ΑΛ συναρτήσει του α .

Μονάδες 2

Πρόβλημα 4

Να προσδιορίσετε τριψήφιο θετικό ακέραιο $\overline{abc} = 100a + 10b + c$, όπου a, b, c ψηφία με $a \neq 0$, ο οποίος ικανοποιεί την ισότητα:

$$\overline{abc} = (a + b^2 + c^3)^2.$$

Μονάδες 5

ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ