



ΕΠΙΤΡΟΠΗ ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΩΝ
71^{ος} ΠΑΝΕΛΛΗΝΙΟΣ ΜΑΘΗΤΙΚΟΣ ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΟΣ
ΣΤΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ
"Ο ΕΥΚΛΕΙΔΗΣ"
ΣΑΒΒΑΤΟ, 15 ΙΑΝΟΥΑΡΙΟΥ 2011

Γ' τάξη Γυμνασίου

Πρόβλημα 1

(α) Να λύσετε την εξίσωση:

$$\frac{2x+18}{4} - \frac{7-3x}{8} = 1.$$

Μονάδες 2

(β) Να βρείτε την τιμή της παράστασης:

$$A = \left(\frac{1}{\beta^2} + \frac{1}{9} \right) \cdot \left(\frac{1}{3\beta} \right)^{-3} - 9\beta^2 - 20,$$

$$\text{για } \beta = -\frac{1}{3}.$$

Μονάδες 3

Πρόβλημα 2

Οι ακέραιοι α, β είναι μεγαλύτεροι ή ίσοι του 0 και τέτοιοι ώστε

$$\alpha \leq 10, \beta \geq 12 \text{ και } (\alpha - 12) \cdot (40 - 2\beta) \leq 0.$$

Να βρείτε τη μεγαλύτερη και τη μικρότερη της παράστασης $A = 3\alpha - 2\beta$.

Μονάδες 5

Πρόβλημα 3

Δίνεται τετράγωνο ΑΒΓΔ πλευράς α και ισόπλευρο τρίγωνο ΑΒΕ εξωτερικά του τετραγώνου ΑΒΓΔ. Δίνεται ακόμη ότι ο κύκλος C που περνάει από τα σημεία Γ, Δ και Ε έχει ακτίνα 4 cm.

(i) Να αποδείξετε ότι το τρίγωνο ΕΔΓ είναι ισοσκελές.

Μονάδες 1

(ii) Να βρείτε την πλευρά α του τετραγώνου.

Μονάδες 2

(iii) Να βρείτε το εμβαδόν της επιφάνειας που βρίσκεται εξωτερικά του σχήματος ΕΑΒΓΔΕ και εσωτερικά του κύκλου C .

Μονάδες 2

Πρόβλημα 4

Να προσδιορίσετε τριψήφιο θετικό ακέραιο $A = \overline{\alpha\beta\gamma} = 100\alpha + 10\beta + \gamma$, αν ισχύουν και οι τρεις επόμενες προτάσεις:

(i) $A - B = 198$, όπου $B = \overline{\gamma\beta\alpha} = 100\gamma + 10\beta + \alpha$.

(ii) Η εξίσωση $\frac{x + \alpha - 2\gamma}{2\alpha - \gamma} - \frac{\alpha - 2\gamma}{x} = 1$ έχει δύο ρίζες με άθροισμα 4.

(iii) Ο αριθμός A διαιρείται με το 9.

Μονάδες 5